الأساليب الكمية في مجال إتخاذ القرارات

دكتور

محمد الفيومى محمد

أستاذ المحاسبة والمراجعة - كلية التجارة جامعة الاسكندرية

عميد كلية التجارة فرع دمنهور

عميد المعهد العالى للإدارة والحاسب الآلى - كنج مريوط





لتحميل المزيد من الكتب

تفضلوا بزيارة موقعنا

www.books4arab.me

الأساليب الكمية في مجال إتخاذ القرارات

دكتور

محمد الفيومي محمد

استاذ المحاسبة والمراجعة ـ كلية التجارة جامعة الاسكندرية

عميد كلية التجارة فرع دمنهور

عميد المعهد العالي للإدارة والحاسب الآلي ـ كنج مريوط

مقدمة

يتضمن هذا الكتاب مجموعة المحاضرات التي ألقيت على طلاب دبلوم المحاسبة والحاسب الآلي وطلاب المعهد العالي للإدارة والحاسب الآلي- كنج مريوط.

ولقد شهد القرن العشرين تطورات هائلة في بيئة عمل النشاط الاقتصادي بمصر والعالم. فلقد كبر حجم المشروعات بطريقة غير مسبوقة باندماج عديد من الشركات الكبرى في صناعة السيارات، وفى البنوك، وفى الاتصالات، وفى غيرها من الأنشطة. مما يمكن من تركيز العمليات والعمل على نطاق عالمي، وكثرت المشاكل التي تواجهها الشركات في مجال اتخاذ القرارات نتيجة لتنوع النشاط، ولضغوط المنافسة، ولزيادة قوة جماعات المستهلكين وحماية البيئة ونقابات العمال. وتحتاج الشركات في حلها للمشاكل التي تواجهها إلى استخدام أسلوب منظم وموثوق به ويمكن الاعتماد فيه على الحاسب لتخفيف أعباء اتخاذ القرارات عن عاتق الإدارة حتى تتمكن من تركيز اهتماماتها على المهام غير الهيكلية والتي تحتاج إلى حلول غير تقليدية. ولقد ساهمت الأساليب الكمية في حل عديد من المشاكل ومكنت من تطبيق الحل على الحاسب.

وإذا كان استخدام الحاسب يخفف من عبء إجراء العمليات الحسابية، إلا أن قيام الدارس بحل المشاكل بالورقة والقلم يعتبر أمر ضروري حتى يتمكن من تفهم أسلوب الحل وتفسير النتائج ومواجهة المشاكل التي تواجه الوصول الى الحل في بعض الحالات.

ولقد تضمن هذا الكتاب استخدام الجداول الإليكترونية، واستخدام أحد البرامج الجاهزة لتطبيق بعض الأساليب الكمية على الحاسب.

الإسكندرية ١ يناير ٢٠٠٠

أ.د. محمد الفيومى محمد

الفصل الأول

مدخل للأساليب الكمية

مقدمة :

استخدمت الأساليب الرياضية للمساعدة في حل المشاكل منذ آلاف السنين، ومع ذلك، فإن الدراسة الرسمية وتطبيق الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات في الممارسة العملية كان نتاج القرن العشرين. ولقد طبقت بنجاح الأساليب التي سندرسها في هذا الكتاب في أنواع كثيرة من المشاكل المعقدة في ميدان الأعمال، وفي الجهات الحكومية، والصحة، والتعليم، وعديد من المجالات الأخرى.

ولا يكفي دراسة الرياضيات اللازمة لمعرفة كيفية عمل الأسلوب الكمي المعين، وإنما يجب أن نتفهم حدود، وافتراضات، والتطبيقات المناسبة لكل أسلوب.

وعادة ما يؤدي الاستخدام الفعال للأساليب الكمية إلى حلول في الوقت المناسب، صحيحة، مرنة، اقتصادية، يمكن الاعتماد عليها، وسهلة في الفهم والاستخدام.

ما هو التحليل الكمي ؟

What is Quantitative Analysis?

التحليل الكمي هو مدخل علمي لاتخاذ القرارات الإدارية. ولا يعتبر الانفعال والعواطف والتخمين جزءا من مدخل التحليل الكمي. حيث يبدأ هذا المدخل بالبيانات، ومثل المادة الخام للمصنع، يتم تشغيل أو تجهيز هذه البيانات للوصول إلى معلومات قيمة لمتخذي القرار. وعملية تجهيز البيانات للوصول إلى معلومات ذات دلالة هي قلب التحليل الكمي. ولقد استخدمت الحاسبات في الوصول إلى الحلول وساهمت في زيادة استخدام أساليب التحليل الكمي في المنشآت.

وعند حل أحد المشكلات، يجب على المديرين مراعاة كل من العوامل الكمية والعوامل غير الكمية. ويستخدم التحليل الكمي في عديد من المجالات، فقد ندرس تقييم عديد من بدائل الاستثمار، مثل شهادات الإيداع في البنك، الاستثمار في الأسهم والسندات، والاستثمار في العقارات. فيمكننا استخدام التحليل الكمي لتحديد القيمة المستقبلية للاستثمار بعد عدة سنوات إذا ما تم إيداعه في البنك بمعدل فائدة معين لعدد معين من السنوات. ويمكن استخدام التحليل الكمي أيضا في حساب النسب المالية من الميزانيات العمومية لعدة شركات لدراسة مدى رشد شراء أسهمها. ولقد طورت بعض الشركات برامج للحاسب تستخدم أساليب كمية لتحليل التدفقات النقدية ومعدلات العائد على الاستثمار في العقارات.

وبالإضافة إلى الأساليب الكمية، فإن العناصر الوصفية يجب أخذهـــا في الحسبان، فحالة الجو والطقس، القوانين المحلية والقومية، التطـــورات التقنيـــة الهامة، نتائج الانتخابات، وغيرها قد تكون عناصر يصعب وضع قيم لها ولكنـــها هامة.

ونظرا لأهمية العناصر الوصفية، فإن دور التحليل الكمي في عملية اتخـــاذ القرار يمكن أن يتغير. فحينما لا توجد عناصر وصفية، وحينما تكون المشـــكلة والبيانات المدخلة ثابتة فإن التحليل الكمي يمكن من تحويل اتخـــاذ القـــرار إلى الحاسبات. فمثلا، تستخدم بعض الشركات أساليب كمية لنمـــاذج المخـــزون لتحديد متى يتم طلب المواد آليا.

وفي معظم الحالات، فإن التحليل الكمي سيكون مساعدا لعملية اتخـــاذ القرارات وسيتم إضافة المعلومات غير الكمية الأخرى إلى نتيجة التحليل الكمي عند اتخاذ القرار.

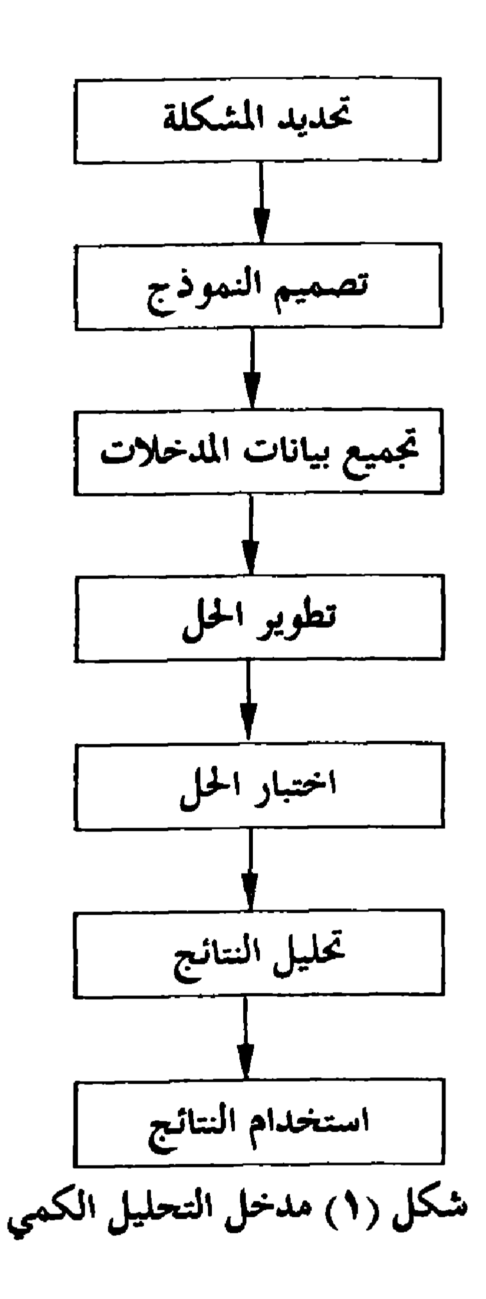
مدخل التحليل الكمي

The Quantitative Analysis Approach

يتكون مدخل التحليل الكمي من تعريف المشكلة، تصميـــم النمـــوذج، تجميع بيانات المدخلات، تطوير الحل، اختبار الحل، تحليل النتائج، تنفيذ الحل.

كما في شكل (١) وليس من الضروري أن تتم كل خطوة بالكامل قبـــل بدء الخطوة التالية ففي معظم الحالات يمكن تعديل أحد أو أكـــثر مـــن هـــذه الخطوات لدرجة معينة قبل الوصول إلى النتيجة النهائية. مما يؤدي إلى تغيير كـــل الخطوات التالية. وفي بعض الحالات، فإن اختبار الحل قد يكشف أن النمـــوذج

أو أن البيانات المدخلة غير صحيحة. مما يعني أن كل الخطوات التالية لتعريف المشكلة تحتاج إلى تعديل.



شكل (١) مدخل التحليل الكمي

١- تحديد المشكلة Defining The Problem

الخطوة الأولى في المدخل الكمي هي إعداد بيان واضح وشامل للمشكلة، وهذا البيان سيعطي التوجيه والمعنى للخطوات التالية.

وفي عديد من الحالات، فإن تعريف المشكلة هو أهم خطـوة وأصعبـها. ومن الأساسي عدم التوقف أمام أعراض المشكلة وإنما يجب تحديـد الأسـباب الحقيقية وراءها. فأحد المشاكل قد ترتبط بمشاكل أخرى، وحل مشكلة واحـدة دون مراعاة المشاكل المرتبطة بها يمكن أن يجعل الموقف سيء بالكامل. وبالتـالي، من المهم تحليل كيفية تأثير حل أحد المشاكل على المشاكل الأخـرى أو علـى الوضع بصفة عامة.

ومن المتوقع أن يكون بالمنشأة عديد من المشاكل، وغالبا ما لا تسـتطيع مجموعة التحليل الكمي التعامل مع كل مشاكل المنشـأة في نفـس الوقـت. وبالتالي، من الضروري التركيز على عدد محدود من المشاكل. ويعني ذلك لمعظم الشركات، اختيار المشاكل التي يؤدي حلها إلى زيادة في الربح أو تخفيـض في تكاليف المنشأة. وأهمية اختيار المشاكل التي سنبدأ بحلها عملية لا يجب تجاهلـها. ولقد أظهرت الخبرة أن التعريف غير الدقيق للمشكلة يمثل السـبب الرئيسـي لفشل مطبقي علوم الإدارة أو مجموعة بحوث العمليات في خدمة منشآقم بطريقة جيدة.

وإذا ما كان من الصعب وضع قيم للمشكلة، فقد يكون من الضـروري تطوير أهداف محددة قابلة للقياس. فمشكلة عدم كفاية تقديم الخدمة الصحية في المستشفيات قد لا يمكن وضع قيم لها. ذلك يمكن وضع أهداف لها مثل زيـادة عدد الأسرة، تخفيض عدد أيام بقـاء المريـض بالمستشـفى، زيـادة معـدل طبيب/مريض، وغير ذلك. وحين استخدام الأهداف، فإن المشكلة الحقيقية يجب أن تظل في الذاكرة، ومن الهام تجنب استخدام أهداف قابلة للقياس ولكنها لـن تحل المشكلة الحقيقية.

٢- تصميم النموذج Developing a Model

إذا ما اخترنا المشكلة التي سيتم تحليلها، فالخطوة التالية هي تطوير نموذج Model. والنموذج هو تمثيل (غالبا رياضي) لموقف معين.

ونحن نستخدم النماذج في معظم حياتنا وقد تكون طورت نماذجك عن سلوك الأفراد. ونموذجك قد يكون أن الصداقة تقوم على تبادل الأشياء الجيدة. إذا ما أحتجت إلى قرض صغير مثلا، فقد يقترح عليك نموذجك سؤال صديق جيد.

وتوجد عديد من أنواع النماذج الأخرى. فالمعماريون يصمموا نماذج للمباني التي سينشؤها. ويطور المهندسين نموذج مصغر لمصنع كيماويات يطلق عليه مصنع pilot. والنموذج Schematic هو صورة، أو رسم، أو خريطة لوضع حقيقي. وللسيارات، والقطارات، والحاسبات والمراوح وغيرها من الأجهزة لها نماذج Schematic (رسوم، وصور) والتي توضح كيفية عمل هذه الأجهزة. وما يجعل التحليل الكمي مستقلا عن الأساليب الأخرى هو أن النماذج التي تستخدم في التحليل الكمي تكون رياضية. والنموذج الرياضي هو مجموعة من العلاقات الرياضية. وتوصف هذه العلاقات في معظم الحالات، في شكل معادلات ومتباينات.

وبالرغم من وجود مرونة كافية في تطوير النماذج، فإن معظم النماذج المقدمة في هذا الكتاب ستحتوي على متغير أو أكثر ومعامل أو أكثر. والمتغير Variable، كما يملي الاسم، هو كمية قابلة للقياس والتي قد تتغير أو تكون خاضعة للتغيير. والمتغيرات يمكن أن تكون خاضعة للرقابة Controllable، أو غير خاضع للرقابة Uncontrollable. ويطلق على المتغير الخاضع للرقابة

متغير قرار **Decision variable**. وذلك مثل عدد الوحدات التي يجب طلبها من كل صنف من أصناف المخزون. والمعامل **parameter** هو كمية قابلة للقياس موجودة في المشكلة. فتكلفة إصدار أمر شراء لوحدات إضافية من المخزون مثال للمعاملات. وفي معظم الحالات، فإن المتغيرات كميات غير معلومة، بينما المعاملات كميات معلومة. ويجب العناية في تطوير النماذج، وأن تكون قابلة للحل وواقعية، وسهلة الفهم والتعديل، وان يمكن الحصول على بيانات المدخلات. وعلى مصمم النموذج أن يهتم بتضمين كل التفاصيل بحيث يكون قابل للحل وفي نفس الوقت واقعي.

٣- الحصول على بيانات المدخلات Acquiring Input

بعد تطوير النموذج، علينا الحصول على البيانات التي ستستخدم فيه (بيانات المدخلات). ويعتبر الحصول على بيانات دقيقة للنموذج أمراً هاماً، لأنه إذا كان النموذج تمثيل جيد للواقع، فإن البيانات غير الصحيحة أو غير المناسبة ستؤدي إلى نتائج مضللة. ويطلق على هذا الموقف اصطلاح أخطاء مدخلة أخطاء ناتجة **GIGO Garbage In Garbage Out**. وللمشاكل الكبيرة، يمكن أن يكون تجميع للبيانات الصحيحة من أصعب الخطوات في تنفيذ التحليل الكمي.

ويوجد عدد من المصادر التي يمكن استخدامها لتجميع البيانات. ففي بعض الحالات، يمكن استخدام تقارير الشركة وسجلاتها ومستنداتها للحصول على البيانات اللازمة. ومصدر آخر يمكن أن يكون مقابلة العاملين وغيرهم من ذوي الارتباط بالمنشاة، حيث يمكن أن يق[illegible] معلومات ممتازة، وخبراتهم

وحكمهم الشخصي يكون ذا قيمة عالية. فمشرف إنتاج مثلا، قد يستطيع أن يذكر لك بدرجة كبيرة من الدقة الزمن اللازم لإنتاج منتج معين. والعينات وغيرها من المقاييس المباشرة يعتبرا مصادر أخرى لبيانات النماذج. وقد نحتاج لمعرفة قيمة الخامات المستخدمة لإنتاج منتج معين في مصنع للبتروكيماويات، ويمكن الحصول على هذه المعلومات بالذهاب للمصنع ووزن كمية الخامات المستخدمة. وفي حالات أخرى، فإن أسلوب العينات الإحصائية يمكن أن يستخدم للحصول على المعلومات.

٤- تطوير الحل Developing Solution

يرتبط تطوير الحل بتشغيل النموذج للوصول إلى أفضل (أمثل) Optimal حل للمشكلة. وقد يتطلب ذلك حل معادلات للوصول لأمثل قرار. وفي حالات أخرى، يمكن استخدام طريقة التجربة والخطأ بتجربة عدة مداخل واختيار المدخل الذي يؤدي إلى افضل قرار. وقد ترغب في بعض المشكلات تجربة كل القيم الممكنة للمتغيرات المستخدمة في النموذج للوصول إلى أفضل قرار. وسنوضح في هذا الكتاب إمكانية حل مشكلات كبيرة معقدة بتكرار عدد محدود من الخطوات البسيطة إلى أن نصل إلى الحل الأمثل. وسلسلة العمليات أو الخطوات المتكررة، يطلق عليها خوارزم **Alorithm** وهو اسم اشتق من اسم رياضي عربي قديم في القرن التاسع عشر وهو الخوارزمي.

وتعتمد دقة الحل على دقة بيانات المدخلات وعلى النموذج. فإذا كانت البيانات المدخلة صحيحة لرقم عشري واحد فقط. فإن نتيجة قسمة ٢,٦ على ١,٤ مثلا يجب أن تكون ١,٩ وليس ١,٨٥٧١٤٢٨٥٧.

٥- اختبار الحل Testing The Solution

قبل تطبيق الحل وتشغيله، يجب اختباره بالكامل. ونظرا لاعتماد الحل على البيانات المدخلة، وعلى النموذج، فإن كل منهما يحتاج إلى الاختبار.

ويتضمن اختبار البيانات والنموذج تحديد مدى دقة وشمول البيانات المستخدمة في النموذج. فالبيانات غير الدقيقة ستؤدي إلى حلول غير دقيقة. وتوجد عدة طرق لاختبار البيانات المدخلة. منها تجميع بيانات إضافية من مصادر مختلفة. فإذا تم تجميع البيانات الأصلية عن طريق المقابلة الشخصية، فربما يمكن تجميع بيانات إضافية باستخدام أساليب مباشرة أو استخدام العينات. وتتم مقارنة هذه البيانات الإضافية بالبيانات الأصلية، وإجراء اختبارات إحصائية عليها لتحديد مدى وجود اختلافات بين البيانات الأصلية والبيانات الإضافية. وإذا وجدت اختلافات معنية، فيجب بذل مجهود إضافي للحصول على بيانات أكثر دقة. وإذا تأكدنا من دقة البيانات فيمكن اختبار النموذج لتأكيد أنه صحيح منطقيا ويمثل الوضع الحقيقي.

وبينما يتم استخدام الحاسب لتشغيل معظم النماذج المشروحة في هذا الكتاب، فإنه من المطلوب حل عدد من المشاكل بالورقة والقلم. حتى تتمكن من اكتشاف الأخطاء المنطقية والحسابية، فعليك اختبار النتائج للتأكد من ثباتها مع هيكل المشكلة.

٦- تحليل النتائج Analyzing The Results

يبدأ تحليل النتائج بتحديد تبعات الحل، وفي معظم الحالات سيؤدي حل مشكلة معينة إلى بعض الإجراءات الإضافية أو إلى تغيير الطريقة التي تعمل بها المنشأة. ويجب أن نحدد ونحلل أثر هذه الإجراءات أو التغييرات على المنشأة قبل تشغيل النتائج.

ونظرا لأن النموذج هو تقريب للواقع، فإن حساسية الحل للتغيرات في النموذج أو في بيانات الإدخال تعتبر جزءا هاما من تحليل النتائج. ويطلق على هذا النوع من التحليل تحليل الحساسية **Sensitivity Analysis** أو تحليل ما بعد المثالية **Postoptimal analysis** فهو يحدد مدى تغير النتائج إذا ما حدثت تغيرات في النموذج أو في البيانات. فإذا كان الحل حساس للبيانات المدخلة ولخصائص النموذج فيجب إجراء اختبارات إضافية للتأكد من النموذج ومن أن البيانات المدخلة صحيحة ومشروعة. فإذا كان النموذج أو البيانات خطأ، فإن الحل قد يكون خطأ، مؤديا إلى خسارة للمنشأة أو إلى تخفيض في أرباحها.

٧- تشغيل النتائج Implementing The Results

الخطوة الأخيرة هي تشغيل النتائج. وهي تطبيق الحل في المنشأة وهذه الخطوة قد تكون صعبة للغاية وأكثر صعوبة مما تتخيله. فحتى لو كان الحل أمثل وسيؤدي إلى إضافة أرباح للشركة بآلاف الجنيهات، فإنه إذا ما قاوم المديرين الحل الجديد فستصبح كل مجهودات التحليل بدون قيمة. ومن الخبرة السابقة

فشل عدد كبير من فرق التحليل الكمي نظرا لأنها فشلت في تطبيق حل جيد وقابل للتطبيق بطريقة مناسبة.

وبعد تشغيل الحل، يجب متابعته بدقة، فبمرور الزمن تحدث عديد من التغيرات التي تستدعي تعديل الحل الأصلي. فالتغيرات الاقتصادية، وتذبذب الطلب وحاجة المديرين ومتخذي القرارات إلى تحسين النموذج، أمثلة للتغيرات التي يجب تعديل التحليل على أساسها.

المشاكل المحتملة لمدخل استخدام الأساليب الكمية

قدمنا مدخل الأساليب الكمية وخطواته كوسيلة منطقية ومنظمة لمواجهة مشاكل اتخاذ القرارات. وحتى بإتباع هذه الخطوات بعناية، هناك عديد من الصعوبات التي يمكن أن تواجه تطبيق الحلول على مشاكل الحياة العملية. وسنوضح الصعوبات التي يمكن أن تحدث في كل خطوة من خطوات استخدام الأساليب الكمية.

١- الصعوبات في تعريف المشكلة

أحد مناظر متخذي القرارات هو أنهم يجلسون على مكاتبهم طوال اليوم إلى أن تظهر المشكلة فيهبوا لمواجهتها إلى أن يتم حلها. وإذا ما تم حلها، يجلسون ثانية، ويأخذون قسطا من الراحة وينتظرون ظهور مشكلة كبيرة أخرى. وفي ميدان الأعمال، والحكومات، والتعليم، فإن المشاكل لسوء الحظ لا يتم تعريفها بدقة. فتوجد أربعة عوائق تواجه المحلل الكمي في تعريف المشكلة.

وسنستخدم مثال دراسة وتحليل مشكلة المخـــزون المعروضـــة في هـــذا الفصل.

١-٢- صعوبات تعارض وجهات النظر

الصعوبة الأولى هي أن على المحلل الكمي أخذ وجهات النظر المتعارضـــة حين تعريف المشكلة. فمثلا، هناك على الأقل وجهتان للنظر للمديريـــن حـــين مواجهتهم لمشاكل المخزون. فيشعر المديرين الماليين بأن المخزون مرتفع للغايـــة، حيث يمثل المخزون نقدية محجوبة عن الاستثمارات الأخرى. ومن ناحية أخـــرى يرى مديري البيع، أن المخزون منخفض للغاية حيث يحتاجوا إلى مخزون مرتفـــع لمواجهة الطلبات غير المتوقعة. وإذا ما افترض المحلل الكمي أي من وجهتي النظر السابقتين في تعريف المشكلة، فيكون قد قبل وجهة نظر أحد المديريـــن وعليـــه توقع مقاومة المدير الآخر حين إعدادهم لحل هذه المشكلة. ومن الهام مراعـــاة وجهتي النظر قبل بدء حل المشكلة.

١-٢- صعوبات أثر الحل على الإدارات الأخرى
Impact On other Departments

الصعوبة التالية هي أن المشاكل ليست معزولة ولا خاصة بإدارة واحـــدة فقط بالمنشاة. فالمخزون في ارتباط وثيق بالتدفقات النقدية وبعديد من مشـــاكل الإنتاج. فتغيير سياسة التوريد يمكن أن يؤثر على التدفقـــات النقديـــة وعلـــى جداول الإنتاج إلى درجة أن الوفر الناتج عن تخفيض المخزون قد يفقد بزيـــادة

تكاليف التمويل والإنتاج. لذلك يجب أن تعرف المشكلة بطريقة شاملة بقـــدر الإمكان وأن تتضمن المدخلات من كافة الإدارات التي تساهم أو تتأثر بالحل.

١-٣- صعوبات مرتبطة بالفروض المبدئية
Beginning Assumptions

الصعوبة الثالثة هي الميل إلى تحديد المشكلة في ضوء الحلول. فالقول بـــان المخزون منخفض للغاية يعني أن الحل سيكون ضرورة زيادة حجم المخـــزون. والمحلل الكمي الذي يبدأ بهذا الفرض سيجد في الغالب أن المخـــزون يجـــب أن يزيد. ومن وجهة النظر التشغيلية، فإن الحل الجيد Good للمشكلة الصحيحـة Right يكون أفضل من حل أمثل Optional لمشكلة معرفة خطأ Wrong.

١-٤- صعوبات ناتجة عن الحل بعد الوقت المناسب
Solution Outdated

في ظل افضل تحديد للمشكلة، هناك خطر رابع فالمشكلة قد تتغير أثنـــاء تطوير الحل، وفي ميدان الأعمال المتغير باستمرار، من المعتاد أن تظهر المشـــاكل وتختفي سريعا. والمحلل الكمي الذي يطور حل لمشكلة أصبحت غير موجودة، لا يتوقع أن يكافأ على مجهوداته التي قدمت في الوقت غير المناسب.

٢- صعوبات تطوير النموذج
Developing a Model

تتضمن هذه الخطوة المشاكل التالية :

٢-١- التمسك بالنماذج المشروحة في الكتب
Fitting The TextBook Models

أحد مشاكل تطوير النماذج هي أن فهم المديرين للمشكلة لن يماثل دائما مدخل النماذج كما شرحت في الكتب. فمعظم نماذج المخزون ترتبط بتخفيض إجمالي تكاليف الحيازة وإصدار الطلبيات. ويرى بعض المديرين أن هذه التكاليف غير هامة، ويروا المشكلة من ناحية التدفقات النقدية، ومعدل الدوران، ومدى رضا العملاء. وربما لن يقبل هؤلاء المديرين نتائج النموذج الذي يعتمد على تكلفة الحيازة وتكلفة أوامر الشراء.

٢-٢- تفهم النموذج
Understanding The Model

مجال آخر هام يرتبط بالموازنة بين تعقيد النموذج وبين سهولة فهمه. حيث لن يستخدم المديرين نموذجا لم يفهموه. والمشاكل المعقدة تتطلب نماذج معقدة. وأحد التوازنات يكون تبسيط الفروض لجعل النموذج اكثر سهولة في الفهم. مما يفقد النموذج بعض واقعيته ولكنه يكسبه قبول المديرين.

ومن الفروض المبسطة في نماذج المخزون افتراض أن الطلب معروف وثابت. مما يعني عدم الحاجة إلى التوزيع الاحتمالي للطلب ولكن الطلب نادرا ما يكون معلوما وثابتا لذلك يفقد النموذج الذي صممناه بعض من الواقعية. ويؤدي إدخال التوزيع الاحتمالي للطلب إلى تصميم نموذج اكثر واقعية ولكن فهمه سيكون قاصرا على المديرين الذين لهم معرفة قوية بالأساليب الكمية. ومن المداخل الموصى بها للمحلل الكمي البدء بنموذج بسيط والتأكد من فهمه

وقبوله، ثم بعد ذلك، تطوير نماذج اكثر تعقيدا كلما اكتسب المديرين ثقة اكبر في استخدام المدخل الجديد

٣- الحصول على بيانات المدخلات
Acquiring input Data

لا يعتبر تجميع البيانات اللازمة للاستخدام في المدخل الكمي لحل المشاكل مهمة بسيطة. فمعظم المنشآت تواجه صعوبات في تجميع البيانات.

٣-١- استخدام البيانات المحاسبية
Using Accounting Data

تظهر بعض المشاكل نتيجة أن معظم البيانات المنتجة في المنشاة تأتي من التقارير المحاسبية. فتجمع إدارة الحسابات بيانات المخزون، مثلا، على أساس التدفقات النقدية ومعدل الدوران، ولكن المحلل المالي الذي يواجه المشكلة يحتاج لتجميع بيانات عن تكاليف الحيازة وتكاليف أوامر الشراء. وإذا ما سأل عن هذه البيانات، فسيحبط لأنه سيجد أنها لم يتم تجميعها أبدا ولا وجود لهذه التكاليف في الملفات.

٣-٢- التحقق من شرعية البيانات Validity of Data

عدم وجود بيانات جيدة وواضحة يفرض ضرورة تصفية أيا كانت البيانات المتاحة وتنقيتها قبل استخدامها في النموذج. ولسوء الحظ فإن صحة

نتائج النموذج لن تكون أفضل من صحة البيانات المستخدمة فيه. ولا يمكن لوم أحد المديرين لعدم قبوله نتائج النموذج حينما يعلم أن البيانات المستخدمة فيـــه مشكوك فيها.

٤- صعوبات تطوير الحل Developing a Solution

تتضمن الصعوبات المرتبطة بتطوير الحل كل من :

٤-١- صعوبة فهم الرياضيات Hard-to-understand Mathematics

من مشاكل تطوير الحلول أنه بالرغم من قوة وتعقيد النماذج الرياضيـــة التي نستخدمها، إلا أنها قد لا تكون مفهومة بالكامل. وقد تحتوي الحلول البراقة للمشاكل على منطق أو بيانات خطأ. واستخدام الرياضيات غالبا مـــا يجعــل المديرين صامتين في الوقت الذي يجب عليهم الانتقاد والمناقشة.

٤-٢- الصعوبات الناتجة عن اقتراح حل وحيد مما حـــد مـــن العمل Only one answer is limiting

المشكلة الثانية هي أن النماذج الرياضية غالبا ما تؤدي إلى إجابة وحيــدة للمشكلة. ويرغب معظم المديرين في الحصول على مـــدى مـــن البدائـــل وألا يوضعوا في موقف، إما أن تأخذ هذا الحل أو تترك المشكلة.

والاستراتيجية المفضلة للمحلل الكمي هي عرض عدد من البدائل، موضحاً أثر كل حل على دالة الهدف. مما يسمح للمديرين بالاختيار فضلا عن حصولهم على معلومات عن تكلفة عدم استخدام الحل الأمثل. كما يسمح بالنظر إلى المشاكل من وجهة نظر أوسع حيث يمكن أخذ العوامل غير الكمية في الحسبان.

٥- صعوبات اختبار الحل Testing The Solution

وغالبا ما تتضمن حلول الأساليب الكمية التنبؤ بنتائج الأعمال في المستقبل إذا ما تم تنفيذ إجراء أو مجموعة من الإجراءات والتغييرات عن الإجراءات الحالية. وللفحص المبدئي لكيفية عمل الحل المقترح، غالبا ما يسأل المديرين عن مدى ملاءمة هذا الحل. والمشكلة هنا أن النماذج المعقدة عادة ما تؤدي إلى حل لم يكن واضحا من البداية. ويميل المديرين إلى رفض هذه الحلول. ويكون على المحلل الكمي العمل مع المديرين بالنموذج وفروضه بهدف إقناعهم بصحة النتائج، وسيكون على المحلل فحص كل افتراض دخل إلى النموذج. وإذا ظهرت أخطاء فيمكن اكتشافها أثناء هذا الفحص. فضلا عن أن المديرين سيركزوا على انتقاد كل شيء دخل إلى النموذج، وإذا ما اقتنعوا بصحة النموذج فهناك فرصة كبيرة في أن تكون النتائج صحيحة.

٦- صعوبات تحليل النتائج Analyzing the Results

إذا ما تم اختبار النموذج، فيجب تحليل النتائج على أساس مدى تأثيرها على المنشأة ككل. ويجب ملاحظة أنه حتى التغييرات الصغيرة في المنشأة غالبا تواجه بصعوبات. وإذا ما أوضحت النتائج ضرورة إجراء تغييرات كبرى في سياسات المنشأة فعلى المحلل الاستعداد لمواجهة مقاومة متوقعة. وفي تحليل النتائج، يجب على المحلل التأكد من تحديد المسئول عن تنفيذ التغيير وتكلفة ذلك، وما إذا كان القائمين بالتغيير سيصبحوا في وضع أفضل أم أسوأ، ومن له سلطة توجيه التغيير.

٦-١- لا يعتبر التنفيذ الخطوة النهائية
Implementation-Not Just the Final Step

عرضنا بعض من المشاكل التي يمكن أن تواجه قبول مدخل التحليل الكمي واستخدام نماذجه. ويجب أن يكون واضحا أن التنفيذ ليس مجرد خطوة أخرى بعد انتهاء تصميم النموذج. فكل خطوة من هذه الخطوات تؤثر بدرجة كبيرة على فرص تشغيل نتائج التحليل الكمي.

٦-٢- عدم الالتزام بالتنفيذ ووجود مقاومة للتغيير
Lack of Commitment and Resistance to change

بالرغم من إمكان اتخاذ عديد من القرارات في ميدان الأعمال ذاتيا وبناء على الخبرة والحدس الشخصي، إلا أن هناك مواقف عديدة يمكن أن تساعد فيها

الأساليب الكمية. ومع ذلك يخشى بعض المديرين من أن استخدام خطوات التحليل الكمي سيخفض من قوتهم في اتخاذ القرارات. ويخشى البعض الآخر من أنها ستكشف عن عدم كفاية قراراتهم السابق اتخاذها بالخبرة. ويشعر غيرهم بعدم الراحة لتغيير طريقة تفكيرهم إلى النمط الرسمي لاتخاذ القرارات. ويجادل هؤلاء المديرين ضد استخدام الأساليب الكمية.

ومن المعروف أن دعم الإدارة وارتباط المستخدمين أمر حاسم للنجاح في تطبيق مشاريع الأساليب الكمية.

٦-٣- عدم الالتزام من جانب المحلل الكمي

Lack of Commitment by Quantitative Analysis

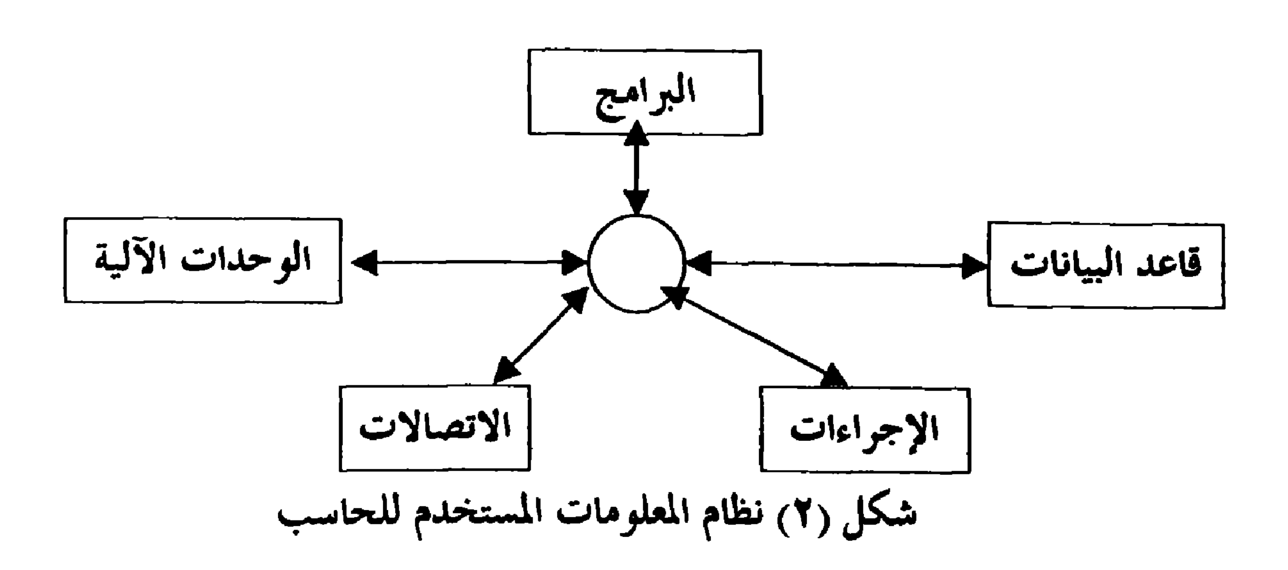
كما نلوم المديرين عن بعض مشاكل التنفيذ، يوجه للمحللين أيضا المسئولية عن مشاكل أخرى. فحينما يكون المحلل المالي ليس جزءا من الإدارة التي تواجه المشكلة، فسيحاول معاملة أنشطة إعداد النماذج كهدف منتهي. أي، أن المحلل سيقبل المشكلة كما ذكرها المدير ويصمم نموذج لحلها فقط، وحينما يصل إلى النتائج فإنه يسلمها إلى المدير ويعتبر أن مهمته قد انتهت. والمحلل الذي لا يهتم بمدى مساعدة هذه النتائج في القرار النهائي لا يهتم بالتطبيق.

ويتطلب التطبيق الناجح للأساليب الكمية ألا يقول المحلل للمستخدم ما يجب أن يفعله، وإنما يعمل معهم ويأخذ ردود فعلهم في حسبانه.

التحليل الكمي ونظم المعلومات المعتمدة على الحاسب

Quantitative Analysis and Computer-Based Information System

أصبح التحليل الكمي جزءا متكاملا من نظم المعلومات المستخدمة للحاسب. ويتكون نظام المعلومات المستخدم للحاسب من الوحدات الآلية، والبرامج، وقواعد البيانات، وأساليب الاتصال، والأفراد، والإجراءات كما في شكل (٢).



شكل (٢) نظام المعلومات المستخدم للحاسب

ويمكن أن تتضمن نظم المعلومات المستخدمة للحاسب، نظم المعلومات الإدارية، ونظم دعم القرارات، واستخدم الذكاء الاصطناعي ونظم الخبرة. حيث يتم استخدام نماذج التحليل الكمي في هذه النظم.

نظم المعلومات الإدارية

Management Information System (MIS)

نظام المعلومات الإدارية أداة هامة في المنشآت. فهو طريقة منظمة للحصول على المعلومات المناسبة للأفراد المناسبين في المكان والوقت المناسب. وغالبا ما يرتبط توصيل المعلومات المناسبة إلى المدير المناسب باستخدام نماذج كمية. فمثلا، إذا احتاج مدير إلى مساعدة في قرار تحديد أوامر الشراء والتخزين، فإن نماذج التنبؤ بالطلب المتوقع، ونماذج المخزون لتحديد الحجم الأمثل للطلبية يصبحوا هامين.

ولاستخلاص المعلومات في المكان والوقت المناسب، أصبح من الشائع تعامل المدير مع الحاسب. وهذا يعني الحاجة إلى برامج الحاسب التي تمكن متخذ القرار من الحوار المتفاعل مع نظام المعلومات الإدارية، عن طريق حاسب شخصي أو وحدة طرفية. وإذا اتصف أحد التطبيقات بالتعقيد، فقد يلعب المحلل الكمي دور الواجهة ويستقبل الطلب على البيانات ويكتب البرامج اللازمة لاستخلاص المعلومات.

نظم دعم القرارات

Decision Support System DSS

إلى جانب التطور في تقنية الحاسبات، نجد التطور في نظم دعم القرارات، والنظم الخبيرة، والذكاء الاصطناعي. ففي نظم دعم القرارات DSS يتم تطوير النظام لدعم متخذ القرار اكثر من الحلول محل متخذ القرارات الإدارية. وعادة ما تكون موجهة للنظم غير الهيكلية أو الأقل هيكلية. ونظم دعم القرارات

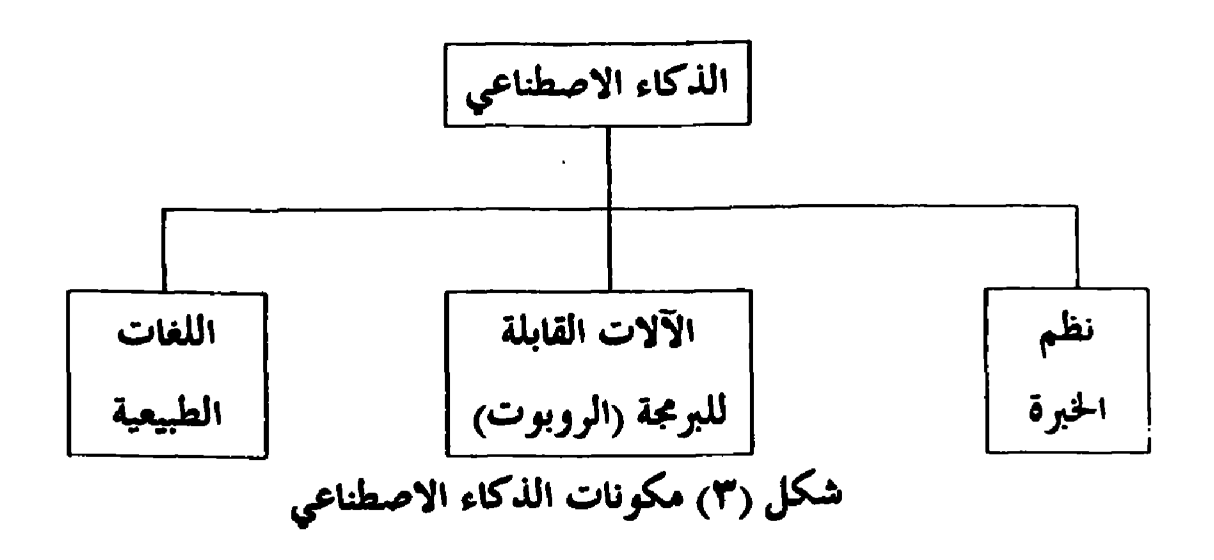
تفاعلية وتمكن المستخدم من طرح أسئلة مثل "مـــاذا يحـــدث إذا..؟" ويمكـــن للمديرين أن يجربوا قرارات مختلفة، ويغيروا البيانات ويرو نتائج هذه التغـــيرات على حل المشكلة. وفي تطوير البرامج المصاحبة لهذا الكتاب، حاولنا اســـتخدام خصائص نظم دعم القرارات بتقديم أدوات مرنة وقوية في اتخاذ القرارات.

الذكاء الاصطناعي

Artificial Intelligence AL

بدأ ميدان الذكاء الاصطناعي في منتصف الخمسينات في مؤتمـــر بجامعـــة دارتموث. وفي هذا المؤتمر فحص مضمون ونظريات ترتبـــط باســـتخدام نظـــم الحاسب والتقنيات لتعمل مثل أو تحاكي ذكاء الإنسان. وأطلـــق علـــى هـــذه المضامين الذكاء الاصطناعي.

ومنذ هذه البدايات المبكرة، حدث عديد من التطورات، وانقسم ميـــدان الذكاء الاصطناعي إلى عدة ميادين فرعية عملية وهامة بتبعـــات هامـــة علـــى التحليل الكمي وعلى المجتمع ككل. ويحاول الذكاء الاصطناعي تطويـــر نظـــم وإجراءات تحاكي أو تعمل مثل ذكاء الإنسان وتتخذ القرار الرشيد. وقد تحتوي هذه النظم على مكونات أو عناصر يصعب وضع قيم كمية لها. عـــلاوة علـــى ذلك فإن قواعد البيانات الضخمة أو قواعد المعرفة تحتوي على آراء لخـــبراء تم تجميعها. وتظهر نظرة عامة لميدان الذكاء الاصطناعي في شكل (٣).



شكل (٣) مكونات الذكاء الاصطناعي

والمكونات الثلاث أو التطبيقات العملية للذكاء الاصطناعي هـــي نظـــم الخبرة Expert System، الآلات القابلة للبرمجة (الروبـــوت) Robotics، واللغات الطبيعية Natural Language. وتسمح نظم الخبرة بتطوير تقنيـــة تعمل ولها رد فعل مثل الخبير في ميدان معين. ولقد طورت نظم الخبرة لتشخيص المشاكل الصحية، التنقيب عن البترول، واتخاذ قـــرارات جيـــدة بنـــاء علـــى المعلومات المتاحة. ويهتم ميدان الآلات القابلة للبرمجة بتطوير أجهزة تعمل ولهـــا قدرات رد فعل أكبر بكثير مـــن الآلات الميكانيكيـــة التقليديـــة. فباســـتخدام الروبوت تم تصنيع أجهزة لطلاء السيارات وغيرها من المنتجـــات، وأجـــهزة لتداول المواد الخطرة، وأجهزة لتنفيذ عديد من العمليات الحساسة التي كـــانت قاصرة على الإنسان فقـــط فيمـــا ســـبق. واللغـــات الطبيعيـــة Natural Language تحاول فهم وتجهيز جمل الأوامر باســـتخدام لغـــة نســـتعملها في المحادثات العادية اليومية. وبالرغم من أن المكونات الثلاثة لنظم الخبرة ما زالـــت في مرحلتها الأولية للتطوير إلا أنه قد تحقق منها عديد من النتائج الإيجابية.

تطبيقات الذكاء الاصطناعي

Application of Artificial Intelligence

توجد أمثلة عديدة لنظم طورت واستخدمت تتضمن خصائص الذكـــــاء الاصطناعي ونظم الخبرة. فمثلا نظام الخبرة MYCIN بدأ في جامعة ستانفورد لتحليل واقتراح العلاج لعديد من أمراض تلـــوث الـــدم. وطــورت شـــركة AT&T نظام يساعد في تحليل مشاكل شبكة خطوط التليفونات وصيانتها.

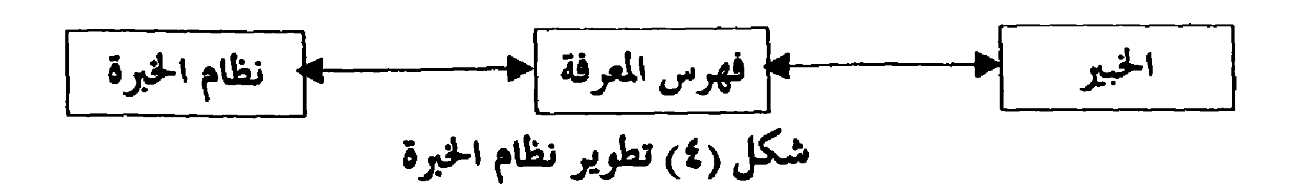
نظام ACE.DEITA والذي طور في شركة جنرال إليكتريك يمكـــــن استخدامه للمساعدة في تحليل مشاكل إصلاح أنواع مختلفة من المولدات. شركة أتلانتك Atlantic Richfield شركة بترول كبرى، تســـــتخدم حاســـبات عملاقة ونظم خبرة في البحث عن البترول. وتتضمن التطبيقات الأخرى الـــتي أعدت فيها رسائل ماجستير ودكتوراه بجامعة الإسكندرية، تخطيط الاستثمارات المالية، المراجعة الخارجية، الموافقة على منح القروض، الإعلان واســـتراتيجيات اختيار وسائل الإعلان، تخطيط ومراقبة المخزون، تصميم ووضع مواصفات نظم الحاسبات، تخطيط التوظف، ونظم تطوير الأهداف الاستراتيجية.

ولقد حدثت تطورات عديدة في ميدان الآلات القابلة للبرمجة (الروبـوت) واستخدم الذكاء الاصطناعي في المساعدة في قيام هذه الآلات بتنفيذ الأعمـــال الشاقة. وبينما يعتبر مشي أو جري الإنسان عملية عادية يقوم بها يوميـــا إلا أن برمجة الآلة لتقوم بهذه الأعمال تعتبر عملية صعبة ومعقدة.

منطقة أخرى حصلت على اهتمام كبير في ميدان الروبوت هـــو علـــوم الرؤية Vision Science. فبالرغم من تعرف معظم الأفراد بمجرد دخولهـــم غرفة على محتوياتها، فإن هذه العملية صعبة للغاية على نظم الحاسبات. فرؤيـــة

أضواء متنوعة وظلال سوداء عن طريق العدسات وتفسير هذه الأنماط كشـــيء ما يتطلب مهارات ذكاء اصطناعي متقدم.

ولقد طورت نظم اللغات الطبيعية واستخدمت، ولها القدرة على تفـــهم الجمل الإنجليزية المعتادة والأوامر، ومن تطوير برامج تفصيلية بلغة باسكال مثلا، فإن مجهز اللغات الطبيعية له القدرة على تفهم وتنفيذ الأوامر المكتوبـــة باللغـــة الإنجليزية.



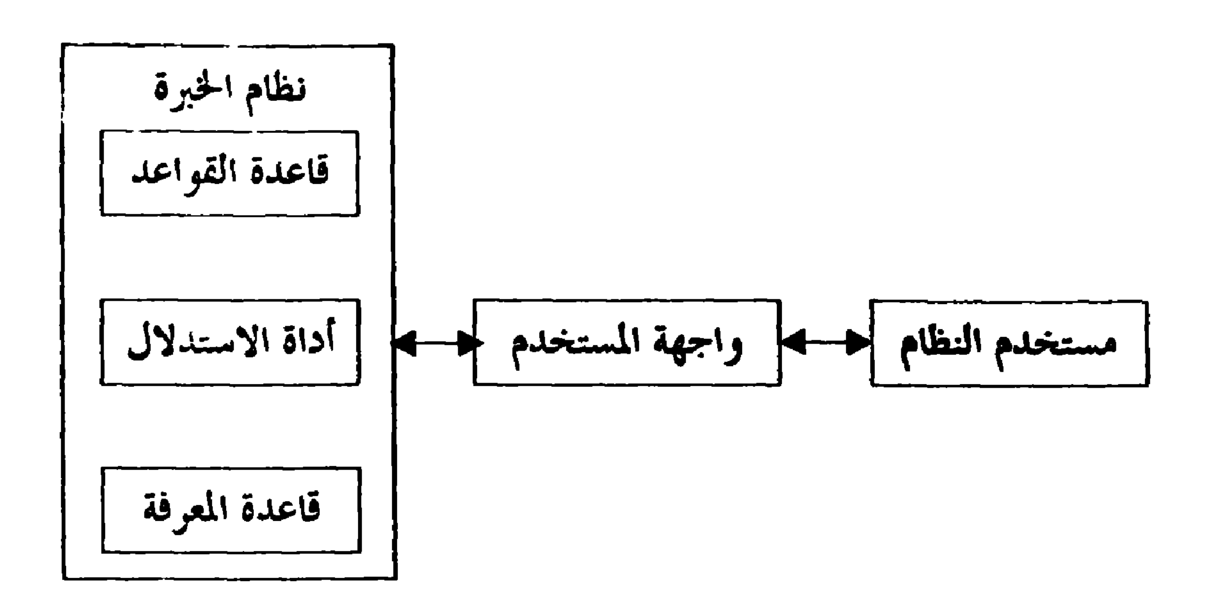
شكل (٤) تطوير نظام الخبرة

استخدام نظم الخبرة

أحد التطبيقات الهامة للذكاء الاصطناعي نجدها في استخدام نظم الخـــبرة في المشاكل صعبة الحل. ويتضمن نظام الخبرة كـــل مـــن الآلات والأجـــهزة، والإجراءات والبرامج المستخدمة لتجميع خبرة الإنســـان في ميـــدان معـــين. وللاستخدام الفعال لنظام الخبرة، يجب أن يتم تطويرها بعناية فائقـــة. وتظـــهر خطوات التطوير في شكل (٤) لنظام خبرة صمم بمتخصص أو أكثر يطلق عليـــه مهندس المعرفة Knowledge engineer. ولمهندس المعرفة خـــبرة ومـــهارة تحويل المعلومات المقدمة لهم من الخبراء في ميدان معين إلى نظم حاسبات تحل محل الخبير. وهناك مزايا عديدة لتجميع الخبرات. فالخبرة والقرارات الجيدة يمكـن أن تفقدها المنشاة إذا ما خرج العاملين الماهرين إلى المعاش. وباستخدام نظام الخبرة،

فإن معرفتهم وخبراتهم يمكن تجميعها واستخدامها لأجيال قادمة. علاوة على أن معرفة وخبرة الخبراء الهامين يمكن أن يستخدمها عديد من الأفراد في أماكن وفي مواقف متنوعة لحل مشاكل معينة.

وبعد تطوير نظام الخبرة، يجب تشغيل نظام فعال للاستدلال يمكن المستخدمين من الحصول على نتائج نظام الخبرة. ويظهر استخدام نظام الخبرة في شكل (٥).



شكل (٥) استخدام نظام الخبرة

ويدخل المستخدم للنظام عن طريق واجهة المستخدم Interface System لتشغيل نظام الخبرة. ويحتوي نظام الخبرة على قاعدة قواعد الخبرة Rule Base وقاعدة المعرفة Knowledge Base، وأداة الاستدلال Inference Engine. وتحتوي قاعدة قواعد الخبرة على القواعد الهامة والخاصة بميدان معين والتي تم تجميعها بنظام الخبرة، وتعرض في شكل جمل

IF...THEN إذا...فإن... وبصفة عامة، فإن هيكل إذا...فـــإن... يمكــن النظام الخبير من تجميع القواعد والأحكام الهامة.

وتتكون قاعدة المعرفة من البيانات والخبرات التي تجمع وتوضع في النظام الخبير.

وأخيرا فإن لنظام الخبرة أداة استدلال تمكن من تشغيل قــاعدة قواعــد الخبرة وقاعدة المعرفة للوصول إلى نتائج ذات دلالة للمستخدم. وتتكــون أداة الاستدلال من الأفراد، والآلات، والإجراءات والنظم التي تمكن من الاستخدام الفعال للنظام الخبير. وفي عديد من الحالات، لا يكــون للمديــر أو لمتخــذي القرارات المهارات اللازمة للوصول المباشر وتشغيل النظام الخبير، وتســمح أداة الاستدلال للمديرين ولمتخذي القرارات بالحصول على منافع النظــم الخبــيرة بدون إنفاق الوقت اللازم ليصبحوا خبراء فنيين في استخدام نظم الخبرة. ويمكن بالتطوير المناسب والاستخدام الجيد للذكاء الاصطناعي ولنظــم الخــبرة مــن الحصول على منافع كبرى.

اســتخدام برنــامج QMMS والجـــــداول الإلكترونيــــة Spreadsheets

سنستخدم نوعان من برامج الحاسبات في هــــذا الكتــاب، QMMS Quantitative Methods for Management Science وهو برنامج جاهز لتطبيق الأساليب الكمية المختلفة.

وبرنامج اكسل Excel وهو من أشهر برامج الجـــداول الإلكترونيــة. ويمكن حل عديد من النماذج التي تشرح في هذا الكتاب باستخدامه.

استخدام برنامج QMMS

QMMS برنامج جاهز يمكنك من حل عديد من المشاكل الكمية المشروحة في هذا الكتاب. ويتضمن حزمة من البرامج مجمعة في مجموعات ويتم اختيار إحداها من القوائم. وتتضمن البرمجة الخطية، البرمجة العددية، نموذج النقل، نموذج التخصيص، جدولة المشروعات، نماذج الشبكة، تحليل القرارات، نموذج شجرة القرارات، نموذج سلاسل ماركوف، نماذج المخزون، نماذج صفوف الانتظار.

استخدام الجداول الإلكترونية في التحليل الكمي

أوراق العمل الإلكترونية أو الجداول الإلكترونية هي تجميع لبرامج تمكن من إجراء العمليات الحسابية وحل الدوال وتنفيذ التحليل الكمي. ويمكن استخدام الجداول الإلكترونية في معظم النماذج المشروحة في هذا الكتاب.

وورقة العمل تشبه جدول ضخم يحتوي على مئات الأعمدة (٢٥٦ عمود) وآلاف الصفوف (أكثر من ١٥ ألف صف) وتقاطع الصف والعمود يطلق عليه خلية (خانة) ولها اسم تعرف به هو رمز العمود ورمز الصف الخاص بالخلية فمثلا A12 تعني العمود A الصف ١٢، ويمكن إدخال أرقام أو حروف أبجدية أو دوال في الخلايا. فمثلا يمكننا إدخال العدد ١٠ في الخلية A1 والرقم ٢٠ في الخلية A2. فإذا كتبنا الدالة التالية في الخلية A3 =A1+A2 سنجد النتيجة ظاهرة في الخلية A3 وقدرها ٣٠ وتوجد دوال جاهزة بأكسل مثل

SUM= للتجميع أو MAX= لإيجاد أكبر رقم، وغيرها من الدوال التي يمكن استخدامها.

وللجداول الإلكترونية منافع كثيرة، وهي أداة ضرورية للمحلل الكمي.

ملخص

التحليل الكمي مدخل عملي لاتخاذ القرارات. ويتضمن مدخل التحليل الكمي تحديد المشكلة، تطوير النموذج، تجميع بيانات المدخلات، تطوير الحل، اختبار الحل، تحيل النتائج، وتطبيق النتائج. ويمكن أن تظهر عديد من المشاكل حين استخدام التحليل الكمي، مثل تعارض وجهات النظر، اثر نماذج التحليل الكمي على الإدارات الأخرى، الفروض المبدئية، تقادم الحلول، محاولة تطبيق النماذج الواردة بالكتب على الواقع مباشرة، صعوبة تفهم النموذج، صعوبة تجميع بيانات المدخلات، صعوبة فهم الرياضيات المرتبطة، اقتراح حل وحيد، اختبار الحل، وتحليل النتائج. وحين استخدام مدخل التحليل الكمي، فلا يعتبر التطبيق الخطوة الأخيرة. فقد يكون هنالك عدم الالتزام بالمدخل ومقاومة للتغيير. وتستخدم نماذج التحليل الكمي حاليا كجزء متكامل لعديد من نظم المعلومات المعتمدة على الحاسب. ويمكن استخدم التحليل الكمي في نظم المعلومات الإدارية، ونظم دعم القرارات، ونظم الخبرة.

الفصل الثاني

أسس نظرية القرارات

Fundamentals of Decision Theory

مقدمة

يعتمد نجاح أو فشل الفرد في حياته إلى حد كبير على القرارات التي يتخذها. فالمهندس المسئول عن فشل سفينة الفضاء شالنجر لم يستمر في منصبه في وكالة الفضاء الأمريكية. والدكتور الذي نفذ برنامج الخصخصة في مصر أصبح رئيس وزراء. لماذا وكيف يتخذ هؤلاء الأفراد قراراتهم؟ وبصفة عامة، ما هي عناصر اتخاذ القرار الجيد، فقرار معين قد يكون الفاصل بين عمل ناجح وعمل فاشل.

ونظرية القرارات Decision Theory هي مدخل تحليلي ومنظم لدراسة اتخاذ القرارات. سندرس في هذا الفصل النماذج الرياضية التي تساعد المديرين في الوصول إلى أفضل قرارات.

ما هو السبب في الوصول لقرار جيد أو إلى قرار سيئ؟ القرار الناجح هو المبني على منطق، ويأخذ في الحسبان كل البيانات المتاحة والبدائل الممكنة، ويطبق المدخل الكمي الذي سندرسه. وفي بعض الأوقات ينتج عن القرار الجيد نتائج غير متوقعة أو غير ملائمة. ولكن إذا ما اتخذ القرار بطريقة جيدة فإنه مازال قرارا جيدا. والقرار السيئ هو الذي لا يعتمد على المنطق، ولا يستخدم

كل المعلومات المتاحة، ولا يأخذ في الحسبان كل البدائل الممكنـــــة ولا يطبـــق أسلوب كمي مناسب. وإذا اتخذت قرار سيئ، ولكنك محظوظ وحصلت علـــى نتائج ملائمة، فلازلت قد اتخذت قرارا سيئا. ويتخـــذ المديريـــن عديـــد مـــن القرارات، وبالرغم من أن القرارات الجيدة قد تؤدي إلى نتائج سيئة إلا أنـــه في المدى الطويل، فإن استخدام نظرية القرارات سيؤدي إلى نتائج ناجحة.

الخطوات الست في نظرية القرارات

سواء كنت تقرر الذهاب اليوم إلى المسرح أو تظل بالمترل، أو تبني مصنع بملايين الجنيهات، أو تشتري كاميرا جديدة، فإن خطوات القرار الجيـــــد هـــي نفسها. والخطوات الست هي :

١- عرف المشكلة التي تواجهها بدقة.

٢- أكتب كل البدائل الممكنة.

٣- حدد النتائج الممكنة.

٤- أكتب العوائد أو الأرباح لكل مزيج من البدائل والعوائد.

٥- اختار أحد النماذج الرياضية لاتخاذ القرار.

٦- طبق النموذج واتخذ قرارك.

وسنستخدم مثال لشركة أثاثات لتوضيح خطوات نظرية القرارات.

حسن نصر مؤسسة شركة الأثاثات الحديثة

الخطوة (١) المشكلة التي يعرفها هي هل يوسع من خط إنتاجه بإضافة وتسويق منتج جديد بإنتاج مقاعد خشبية لحدائق المنازل.

الخطوة (٢) : الخطوة الثانية هي تحديد البدائل المتاحة له. في نظرية القرارات، يعرف البديل **alternative** بأنه اتجاه الحركة أو الاستراتيجية التي قد يختارها متخذ القرارات. والبدائل التي حددها حسن هي إنشاء (١) مصنع ضخم جديد لتصنيع المقاعد. (٢) مصنع صغير. أو (٣) لا ينشئ أي مصنع (أي، لديه بديل عدم الدخول في إنتاج المنتج الجديد).

وأحد الأخطاء الكبرى التي يقع فيها متخذ القرار هو ترك بعض البدائل الهامة. فبالرغم من أن بديل معين قد يبدو غير مناسب أو قيمته محدودة، فقد يظهر بعد ذلك أنه أفضل بديل.

الخطوة (٣) : تتضمن الخطوة التالية تحديد العوائد الممكنة لكل بديل. ويتحدد اتجاه الحركة في هذه الخطوة. فلقد حدد حسن أن هناك عائدان محتملان : سوق المقاعد الخشبية قد يكون ملائم، مما يعني طلب كبير على المنتج، أو أنه غير ملائم، مما يعني طلب محدود على المقاعد.

والخطأ الشائع هو نسيان بعض العوائد الممكنة فمتخذي قرارات التقصية يميلوا إلى إهمال النتائج السيئة. بينما قد يستبعد المدير المتفائل عائد ملائم. وإذا لم تأخذ في الحسبان كل الاحتمالات، فلن تكون متخذا لقرار منطقي وقد تظهر النتيجة غير ملائمة. وإذا لم تفكر في إمكان حدوث الأسوأ فقد ينتهي بك الأمر

إلى الإفلاس. في نظرية القرارات، نطلق على العوائد التي لا يكون لمتخذ القـرار تحكم فيها أو تحكمه محدود منها حالة الطبيعة **State of nature**.

الخطوة (٤) : الخطوة التالية هي عرض النتائج المترتبة على كل مزيج مـن البدائل والعوائد. ونظرا لأنه يرغب في حالتنا الحالية في تقصية أرباحه، يمكنـه استخدام الربح لتقييم تبعات كل بديل. ولا تعتمد كل القرارات على الأمـوال فقط-فأي وسيلة مناسبة لقياس المنافع تكون مقبولة. نطلق في نظرية القـرارات على هذه المنافع أو الأرباح القيم الشرطية **Conditional Values** وقـد قيم حسن إمكانيات الأرباح المرتبطة بالعوائد الممكنة. ففي حالة وجود سـوق ملائم، يعتقد أن إنشاء مصنع كبير سيؤدي إلى تحقيق ٢٠٠٠٠٠ جنيه صـافي ربح للشركة، ونعتبر مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه قيمة شـرطية نظـرا لأن حسـن سيحصل عليها بشرط وجود مصنع كبير، وسوق ملائم. وتبلغ القيمة الشـرطية إذا كان السوق غير ملائم ١٨٠٠٠٠ جنيه خسارة صافية. فقد يحقق إنشـاء المصنع الصغير ١٠٠٠٠٠ جنيه أرباح إذا كان السوق ملائـم، وقـد يحقـق ٢٠٠٠٠ خسائر إذا كان السوق غير ملائم. أخيرا، سيؤدي عدم الدخـول في إنتاج المنتج الجديد إلى تحقيق صفر أرباح في كلا حالتي السوق.

واسهل طريقة لعرض هـذه القيـم هـي تصميـم جـدول قـرارات **Decision Table**، ويطلق عليه في بعض الأوقات جدول عوائـد **Pay off Table**. ويظهر في جدول (١) جدول القرار لشركة النصر. وتم ذكـر كل البدائل في الجانب الأيمن من الجدول وكل العوائد الممكنة أو حالات الطبيعة ذكرت بأعلى الجدول ويتضمن قلب الجدول العوائد الممكنة.

جدول (١) جدول القرارات والقيم الشرطية لشركة حسن للأثاثات

البدائل	حالات الطبيعة	
	سوق ملائم	سوق غير ملائم
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	-١٨٠٠٠٠
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠
عدم إنتاج المنتج	٠	٠

الخطوة (٥)، (٦) : آخر خطوتان هما اختيار نموذج نظرية القرار وتطبيقه على البيانات لمساعدة متخذ القرار. ويعتمد اختيار النموذج على بيئة العمل وكمية المخاطر وعدم التأكد المرتبطة.

أنواع بيئة عمل اتخاذ القرار
Types of Decision-Making Environments

يعتمد نوع القرار الذي يتخذه الأفراد على كمية المعرفة أو المعلومات التي يحوزونها عن الموقف. وسندرس فيما يلي ثلاث بيئات عمل لاتخاذ القرارات.

النوع الأول : اتخاذ القرارات في ظل حالة التأكد
Decision Making under Certainty

يعلم متخذي القرارات في هذه البيئة تبعات كل بديل، ومـــن الطبيعـــي اختيارهم البديل الذي سيعظم رفاهيتهم أو سيؤدي إلى أفضل العوائد. فمثـــلا، بفرض أن لديك ١٠٠٠ جنيه للاستثمار لمدة سنة. أحد بدائل الاستثمار هـــو فتح حساب ادخار يحقق ٩% فائدة، والآخر الاستثمار في أذون خزانة تحقـــق ١١% فائدة. وإذا كان كل منها مضمون ومأمون، فهناك تأكد مـــن أن أذون الخزانة ستغل عوائد أكبر. وسيكون العائد بعد سنة ١١٠ جنيه.

النوع الثاني : اتخاذ القرارات في ظل المخاطر
Decision Making under Risk

يعلم متخذ القرار في هذه الحالة احتمالات حدوث كل عائد. فنعلم مثـلا أن احتمالات الحصول على الرقم ٥ عند إلقاء زهرة نرد هو ٦/١.

سيحاول متخذ القرار في ظل المخاطر تعظيم رفاهيته المتوقعـــة. ونمـــاذج نظرية اتخاذ القرارات لمشاكل المنشآت في بيئة المخاطر تطبق معياران متســـاويان – تقصية القيمة النقدية المتوقعة وتدنية الخسائر المتوقعة.

النوع الثالث : اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد

Decision Making under Uncertainty

لا يعلم متخذ القرار في هذا النوع احتمالات العوائد المختلفة. فمثلا، احتمال أن يكون رئيس إحدى الشركات كيميائي بعد ٢٥ سنة من الآن ليس معروفا. وقد يستحيل في بعض الحالات تقدير احتمالات نجاح مشروع أو منتج جديد. وسنشرح معيار اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد في فقرات تالية بهذا الفصل.

لندرس كيف يمكن ان يؤثر اتخاذ القرارات في ظل التأكد (النوع الأول من بيئات العمل) على منشأة حسن. لنفرض أن حسن يعلم ما سيحدث في المستقبل. إذا تبين له على وجه التأكيد أن السوق سيكون ملائم للمقاعد الخشبية ، فما الذي سيفعله؟ ارجع إلى القيم الشرطية لشركة حسن بجدول (١). نظرا لأن السوق ملائم، فيجب أن يبني مصنع كبير، وسيحقق ٢٠٠٠٠٠ جنيه أرباح.

عدد محدود من المديرين سيكونون محظوظين بحيازة معلومات ومعرفة كاملة عن حالة الطبيعة محل الدراسة. وسندرس اتخاذ القرارات في ظل المخاطر فيما يلي، وهو وضع أكثر واقعية.

اتخاذ القرارات في ظل المخاطر

يرتبط اتخاذ القرارات في ظل المخاطر باحتمالات القـــرار. فيمكـــن أن تحدث عديد من حالات الطبيعة، لكل منها احتمال. سندرس في الفقرات التاليـة أحد الطرق الأكثر انتشارا في اتخاذ القرارات في ظل المخاطرة وهـــي اختيـــار البديل ذو أعلى قيمة نقدية متوقعة. كذلك سندرس مضمون المعلومات الكاملـة وخسارة الفرصة البديلة.

القيمة النقدية المتوقعة

Expected Monetary Value EMV

بمعرفة جدول القرارات بقيمه المشروطة (العوائد) واحتمالات تحقق كـــل حالة من حالات الطبيعة، يمكن تحديد القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل إذا مـــا أمكن تكرار القرار لعدد كبير من المرات. والقيمة النقدية المتوقعة لأحد البدائـل هي مجموع العوائد الممكنة للبديل، مع ترجيح كل منها باحتمال حدوث هـــذه العوائد.

القيمة النقدية المتوقعة =

العوائد لأول حالة من حالات الطبيعة × احتمال حدوث أول حالة من حالات الطبيعة

+ عوائد ثاني حالة من حالات الطبيعة × احتمال حدوث ثاني حالة من حالات الطبيعة

+ .... + العائد لآخر حالة من حالات الطبيعة × احتمال آخر حالة من حالات الطبيعة (١)

لنفرض أن حسن قدر احتمال وجود سوق ملائم معادلا لاحتمال وجود سوق غير ملائم، أي، لكل حالة من حالات الطبيعة احتمال ٠,٥. فما هو البديل الذي يحقق أعلى قيمة نقدية متوقعة؟ لتحديد ذلك طور حسن جدول القرار كما في جدول (٢). وكانت حساباته.

القيمة المتوقعة (لمصنع كبير) =

٠,٥ × ٢٠٠٠٠٠ + ٠,٥ × -١٨٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة (لمصنع صغير) =

٠,٥ × ١٠٠٠٠٠ + ٠,٥ × -٢٠٠٠٠ = ٤٠٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة (لعدم الإنتاج) =

٠,٥ × صفر + ٠,٥ × -صفر = صفر جنيه

جدول (٢) جدول القرارات مع احتمالات القيمة النقدية المتوقعة لمنشأة حسن

البدائل	حالات الطبيعة		القيمة النقدية المتوقعة
	سوق ملائم	سوق غير ملائم	
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	-١٨٠٠٠٠	١٠٠٠٠
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠	٤٠٠٠٠
عدم إنتاج المنتج	٠	٠	صفر

وتنتج أعلى قيمة متوقعة من البديل الثاني، بناء مصنع صغير. ولذلك، يجب أن ينشئ حسن مصنع صغير لإنتاج المقاعد.

وتبلغ القيمة المتوقعة لإنشاء مصنع كبير ١٠٠٠٠ جنيه، ولعدم إنتاج منتج جديد صفر جنيه.

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة
Expected Value of Perfect Information

طلب حسن من شركة التسويق العالمي مساعدته في قرار بنـــاء مصنـع لإنتاج المقاعد. وقد ذكرت شركة التسويق أن محللها الفني سيخطر حسن علـى وجه التأكيد بمدى ملاءمة السوق لمنتجه الجديد. بمعنى آخر، أن المعلومات ستغير من بيئة العمل، من اتخاذ قرار في ظل المخاطر إلى اتخاذ قرار في ظـــل التــأكد. وستمنع هذه المعلومات حسن من الوقوع في خطأ مكلف. وســتكون تكلفـة شركة التسويق ٦٥٠٠٠ جنيه لتقديم هذه المعلومات. بماذا تنصح حسن؟ هــل عليه تكليف الشركة بالقيام بدراسة السوق؟ وحتى لو كانت معلومات التسويق مؤكدة ودقيقة، هل تساوي الدراسة ٦٥٠٠٠ جنيه؟ وما هي تكلفتها من وجهة نظرك؟

بالرغم من صعوبة الإجابة على هذه الأسئلة إلا أن تحديد قيمة المعلومـات الكاملة يمكن أن يكون نافعا للغاية. فهي تضع حد أعلى لما سترغب في إنفاقـــه على المعلومات مثل تلك التي تعرض تقديمها شركة التسويق. ســيتم في هــذه الفقرة دراسة مصطلحان آخــران : القيمــة المتوقعــة للمعلومــات الكاملــة (EVPI) Expected Value of Perfect Information والقيمـــة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة Expected Value With Perfect Information. توفر هذه الأساليب المعلومات اللازمة لاتخاذ قرار التعاقد مع شركة التسويق.

والقيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة هي العائد المتوقع أو المتوسط، في الفترة طويلة الأجل، إذا توفرت لنا معلومات كاملة قبل اتخاذ القرار. ولحساب هذه القيمة نختار أفضل بديل لكل حالة من حالات الطبيعة ونضرب عوائدها في احتمال حدوث حالة الطبيعة.

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة =

أفضل عائد لأول حالة طبيعة × احتمال حدوث أول حالة طبيعة

+ أفضل عائد لثاني حالة طبيعة × احتمال حدوث ثاني حالة طبيعة

+ .. + أفضل عائد لآخر حالة طبيعة × احتمال حدوث آخر حالة طبيعة

والقيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة هي العوائد المتوقعة من المعلومات الكاملة ناقصا العوائد المتوقعة بدون الحصول على المعلومات الكاملة أي أقصى قيمة نقدية متوقعة

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة – أقصى قيمة نقدية متوقعة

وبالرجوع إلى جدول (٢) يمكن لحسن حساب أقصى ما يمكن أن يدفعه للحصول على المعلومات، أي، القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة. كما يلي :

١- أفضل عائد لحالة الطبيعة "سوق ملائم" هي "بناء مصنع كبير" بعائد ٢٠٠٠٠٠ جنيه. وأفضل عائد لحالة الطبيعة "سوق غير ملائم" هي "عدم

إنتاج المنتج الجديد" بعائد قدره صفر جنيه. والقيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة = ٢٠٠٠٠٠ × ٠,٥ + صفر × ٠,٥ = ١٠٠٠٠٠ جنيه. لذلك، إذا توفرت لنا معلومات كاملة، فإننا نتوقع في المتوسط تحقيق ١٠٠٠٠٠ جنيه إذا ما تكرر القرار عدة مرات.

٢- أقصى قيمة نقدية متوقعة هي ٤٠٠٠٠ جنيه وهي العوائد المتوقعة بدون الحصول على المعلومات الكاملة.

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة - أقصى قيمة نقدية متوقعة

= ١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ جنيه

وبالتالي فأقصى ما يمكن أن يدفعه حسن للمعلومات الكاملة هو مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه وذلك اعتمادا على فرض أن احتمال حالات الطبيعة ٠,٥

خسارة الفرصة البديلة Opportunity loss

مدخل آخر لتقصية القيمة النقدية المتوقعة هي تدنية خسارة الفرصة الضائعة. وخسارة الفرصة الضائعة تطلق على الفرق بين الربح أو العائد الأمثل والعوائد المستلمة فعلا. بمعنى آخر، هي القيمة المفقودة نتيجة عدم اختيار أفضل بديل.

ونصل إلى الحد الأدنى للقيمة المتوقعة لخسارة الفرصة البديلة بإعداد جدول خسارة الفرصة البديلة وحساب خسارة الفرصة البديلة لكل بديل. لندرس كيف يتم هذا الإجراء في حالة شركة حسن.

الفصل الثاني

أسس نظرية القرارات
Fundamentals of Decision Theory

مقدمة

يعتمد نجاح أو فشل الفرد في حياته إلى حد كبير على القـــرارات الـــتي يتخذها. فالمهندس المسئول عن فشل سفينة الفضاء شالنجر لم يستمر في منصبـــه في وكالة الفضاء الأمريكية. والدكتور الذي نفذ برنامج الخصخصة في مصـــــر أصبح رئيس وزراء. لماذا وكيف يتخذ هؤلاء الأفراد قراراهم؟ وبصفة عامة، مـا هي عناصر اتخاذ القرار الجيد، فقرار معين قد يكون الفاصل بين عمـــل نـــاجح وعمل فاشل.

ونظرية القرارات **Decision Theory** هي مدخل تحليلي ومنظم لدراســـة اتخاذ القرارات. سندرس في هذا الفصل النماذج الرياضية التي تساعد المديريـــن في الوصول إلى أفضل قرارات.

ما هو السبب في الوصول لقرار جيد أو إلى قرار سيئ؟ القرار الناجح هو المبني على منطق، ويأخذ في الحسبان كل البيانات المتاحة والبدائـــل الممكنـــة، ويطبق المدخل الكمي الذي سندرسه. وفي بعض الأوقات ينتج عن القرار الجيـــد نتائج غير متوقعة أو غير ملائمة. ولكن إذا ما اتخذ القرار بطريقة جيـــدة فإنـــه مازال قرارا جيدا. والقرار السيئ هو الذي لا يعتمد على المنطق، ولا يســـتخدم

كل المعلومات المتاحة، ولا يأخد في الحسبان كل البدائل الممكنـــــة ولا يطبــق أسلوب كمي مناسب وإذا اتخدت قرار سيئ، ولكنك محظوظ وحصلت علـــى نتائج ملائمة، فلازلت قد اتخذت قرارا سيئا ويتخـــد المديريـــس عديـــد مـــن القرارات، وبالرغم من أن القرارات الجيدة قد تودي إلى نتائج سيئة إلا أنـــه في المدى الطويل، فإن استخدام نظرية القرارات سيؤدي إلى نتائج ناجحة.

الخطوات الست في نظرية القرارات

سواء كنت تقرر الذهاب اليوم إلى المسرح أو تظل بالمترل، أو تبني مصنع بملايين الجنيهات، أو تشتري كاميرا جديدة، فإن خطوات القرار الجيـــد هـــي نفسها. والخطوات الست هي :

١- عرف المشكلة التي تواجهها بدقة.

٢- أكتب كل البدائل الممكنة.

٣- حدد النتائج الممكنة.

٤- أكتب العوائد أو الأرباح لكل مزيج من البدائل والعوائد.

٥- اختار أحد النماذج الرياضية لاتخاذ القرار.

٦- طبق النموذج واتخذ قرارك.

وسنستخدم مثال لشركة أثاثات لتوضيح خطوات نظرية القرارات

حسن نصر مؤسسة شركة الأثاثات الحديثة

الخطوة (١) : المشكلة التي يعرفها هي هل يوسع من خط إنتاجه بإضافة وتسويق منتج جديد بإنتاج مقاعد خشبية لحدائق المنازل.

الخطوة (٢) : الخطوة الثانية هي تحديد البدائل المتاحة له. في نظرية القرارات، يعرف البديل **alternative** بأنه اتجاه الحركة أو الاستراتيجية التي قد يختارها متخذ القرارات. والبدائل التي حددها حسن هي إنشاء (١) مصنع ضخم جديد لتصنيع المقاعد. (٢) مصنع صغير. أو (٣) لا ينشئ أي مصنع (أي، لديه بديل عدم الدخول في إنتاج المنتج الجديد).

وأحد الأخطاء الكبرى التي يقع فيها متخذ القرار هو ترك بعض البدائل الهامة. فبالرغم من أن بديل معين قد يبدو غير مناسب أو قيمته محدودة، فقد يظهر بعد ذلك أنه أفضل بديل.

الخطوة (٣) : تتضمن الخطوة التالية تحديد العوائد الممكنة لكل بديل. ويتحدد اتجاه الحركة في هذه الخطوة. فلقد حدد حسن أن هناك عائدان محتملان: سوق المقاعد الخشبية قد يكون ملائم، مما يعني طلب كبير على المنتج، أو أنه غير ملائم، مما يعني طلب محدود على المقاعد.

والخطأ الشائع هو نسيان بعض العوائد الممكنة. فمتخذي قرارات التقصية يميلوا إلى إهمال النتائج السيئة. بينما قد يستبعد المدير المتفائل عائد ملائم. وإذا لم تأخذ في الحسبان كل الاحتمالات، فلن تكون متخذا لقرار منطقي وقد تظهر

النتيجة غير ملائمة. وإذا لم تفكر في إمكان حدوث الأسوأ فقد ينتهي بك الأمـو إلى الإفلاس. في نظرية القرارات، نطلق على العوائد التي لا يكون لمتخذ القــرار تحكم فيها أو تحكمه محدود منها حالة الطبيعة **State of nature**.

الخطوة (٤) : الخطوة التالية هي عرض النتائج المترتبة على كل مزيج مـن البدائل والعوائد. ونظرا لأنه يرغب في حالتنا الحالية في تقصية أرباحه، يمكنـــه استخدام الربح لتقييم تبعات كل بديل. ولا تعتمد كل القرارات على الأمـــوال فقط–فأي وسيلة مناسبة لقياس المنافع تكون مقبولة. نطلق في نظرية القـــرارات على هذه المنافع أو الأرباح القيم الشرطية **Conditional Values** وقــد قيم حسن إمكانيات الأرباح المرتبطة بالعوائد الممكنة. ففي حالة وجود ســـوق ملائم، يعتقد أن إنشاء مصنع كبير سيؤدي إلى تحقيق ٢٠٠٠٠٠ جنيه صـــافي ربح للشركة، ونعتبر مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه قيمة شـــرطية نظـــرا لأن حســـن سيحصل عليها بشرط وجود مصنع كبير، وسوق ملائم. وتبلغ القيمة الشـــرطية إذا كان السوق غير ملائم ١٨٠٠٠٠ جنيه خسارة صافية. فقد يحقق إنشــــاء المصنع الصغير ١٠٠٠٠٠ جنيه أرباح إذا كان السوق ملائـــم، وقـــد يحقـــق ٢٠٠٠٠ خسائر إذا كان السوق غير ملائم. أخيرا، سيؤدي عدم الدخـــول في إنتاج المنتج الجديد إلى تحقيق صفر أرباح في كلا حالتي السوق.

واسهل طريقة لعرض هـــذه القيـــم هـــي تصميـــم جـــدول قـــرارات **Decision Table**، ويطلق عليه في بعض الأوقات جدول عوائـــد **Pay off Table**. ويظهر في جدول (١) جدول القرار لشركة النصر. وتم ذكـــر

كل البدائل في الجانب الأيمن من الجدول وكل العوائد الممكنة أو حالات الطبيعة ذكرت بأعلى الجدول ويتضمن قلب الجدول العوائد الممكنة.

جدول (١) جدول القرارات والقيم الشرطية لشركة حسن للأثاثات

البدائل	حالات الطبيعة	
	سوق ملائم	سوق غير ملائم
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠-
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠-
عدم إنتاج المنتج	٠	٠

الخطوة (٥)، (٦) : آخر خطوتان هما اختيار نموذج نظرية القرار وتطبيقه على البيانات لمساعدة متخذ القرار. ويعتمد اختيار النموذج على بيئة العمـــل وكمية المخاطر وعدم التأكد المرتبطة.

أنواع بيئة عمل اتخاذ القرار
Types of Decision-Making Environments

يعتمد نوع القرار الذي يتخذه الأفراد على كمية المعرفة أو المعلومـــات التي يحوزونها عن الموقف. وسندرس فيما يلي ثـــلاث بيئـــات عمـــل لاتخـــاذ القرارات.

النوع الأول : اتخاذ القرارات في ظل حالة التأكد
Decision Making under Certainty

يعلم متخذي القرارات في هذه البيئة تبعات كل بديل، ومـــن الطبيعـــي اختيارهم البديل الذي سيعظم رفاهيتهم أو سيؤدي إلى أفضل العوائد. فمثـــلا، بفرض أن لديك ١٠٠٠ جنيه للاستثمار لمدة سنة. أحد بدائل الاستثمار هـــو فتح حساب ادخار يحقق ٩% فائدة، والآخر الاستثمار في أذون خزانة تحقـــق ١١% فائدة. وإذا كان كل منها مضمون ومأمون، فهناك تأكد مـــن أن أذون الخزانة ستغل عوائد أكبر. وسيكون العائد بعد سنة ١١٠ جنيه.

النوع الثاني : اتخاذ القرارات في ظل المخاطر
Decision Making under Risk

يعلم متخذ القرار في هذه الحالة احتمالات حدوث كل عائد. فنعلم مثـلا أن احتمالات الحصول على الرقم ٥ عند إلقاء زهرة نرد هو ١/٦.

سيحاول متخذ القرار في ظل المخاطر تعظيم رفاهيته المتوقعـــة. ونمـــاذج نظرية اتخاذ القرارات لمشاكل المنشآت في بيئة المخاطر تطبق معياران متســـاويان – تقصية القيمة النقدية المتوقعة وتدنية الخسائر المتوقعة.

النوع الثالث : اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد

Decision Making under Uncertainty

لا يعلم متخذ القرار في هذا النوع احتمالات العوائد المختلفة. فمثلا، احتمال أن يكون رئيس إحدى الشركات كيميائي بعد ٢٥ سنة من الآن ليس معروفا. وقد يستحيل في بعض الحالات تقدير احتمالات نجاح مشروع أو منتج جديد. وسنشرح معيار اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد في فقرات تالية هذا الفصل.

لندرس كيف يمكن أن يؤثر اتخاذ القرارات في ظل التأكد (النوع الأول من بيئات العمل) على منشأة حسن. لنفرض أن حسن يعلم ما سيحدث في المستقبل. إذا تبين له على وجه التأكيد أن السوق سيكون ملائم للمقاعد الخشبية ، فما الذي سيفعله؟ ارجع إلى القيم الشرطية لشركة حسن بجدول (١). نظرا لأن السوق ملائم، فيجب أن يبني مصنع كبير، وسيحقق ٢٠٠٠٠٠ جنيه أرباح.

عدد محدود من المديرين سيكونون محظوظين بحيازة معلومات ومعرفة كاملة عن حالة الطبيعة محل الدراسة. وسندرس اتخاذ القرارات في ظل المخاطر فيما يلي، وهو وضع أكثر واقعية.

اتخاذ القرارات في ظل المخاطر

يرتبط اتخاذ القرارات في ظل المخاطر باحتمالات القـــرار. فيمكـــن أن تحدث عديد من حالات الطبيعة، لكل منها احتمال. سندرس في الفقرات التاليـة أحد الطرق الأكثر انتشارا في اتخاذ القرارات في ظل المخاطرة وهـــي اختيـــار البديل ذو أعلى قيمة نقدية متوقعة. كذلك سندرس مضمون المعلومات الكاملـة وخسارة الفرصة البديلة.

القيمة النقدية المتوقعة

Expected Monetary Value EMV

بمعرفة جدول القرارات بقيمه المشروطة (العوائد) واحتمالات تحقق كـــل حالة من حالات الطبيعة، يمكن تحديد القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل إذا مـــا أمكن تكرار القرار لعدد كبير من المرات. والقيمة النقدية المتوقعة لأحد البدائـــل هي مجموع العوائد الممكنة للبديل، مع ترجيح كل منها باحتمال حدوث هـــذه العوائد.

القيمة النقدية المتوقعة =

العوائد لأول حالة من حالات الطبيعة × احتمال حدوث أول حالة من حالات الطبيعة

+ عوائد ثاني حالة من حالات الطبيعة × احتمال حدوث ثاني حالة من حالات الطبيعة

+ .... + العائد لآخر حالة من حالات الطبيعة × احتمال آخر حالة من حالات الطبيعة (١)

لنفرض أن حسن قدر احتمال وجود سوق ملائم معادلا لاحتمال وجود سوق غير ملائم، أي، لكل حالة من حالات الطبيعة احتمال ٠,٥ فما هو البديل الذي يحقق أعلى قيمة نقدية متوقعة؟ لتحديد ذلك طور حسن جدول القرار كما في جدول (٢). وكانت حساباته.

القيمة المتوقعة (لمصنع كبير) =

٠,٥ × ٢٠٠٠٠٠ + ٠,٥ × -١٨٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة (لمصنع صغير) =

٠,٥ × ١٠٠٠٠٠ + ٠,٥ × -٢٠٠٠٠ = ٤٠٠٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة (لعدم الإنتاج) =

٠,٥ × صفر + ٠,٥ × -صفر = صفر جنيه

جدول (٢) جدول القرارات مع احتمالات القيمة النقدية المتوقعة لمنشأة حسن

البدائل	حالات الطبيعة		القيمة النقدية المتوقعة
	سوق ملائم	سوق غير ملائم	
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	-١٨٠٠٠٠	١٠٠٠٠
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠	٤٠٠٠٠
عدم إنتاج المنتج	٠	٠	صفر

وتنتج أعلى قيمة متوقعة من البديل الثاني، بناء مصنع صغير. ولذلك، يجب أن ينشئ حسن مصنع صغير لإنتاج المقاعد.

وتبلغ القيمة المتوقعة لإنشاء مصنع كبير ١٠٠٠٠ جنيه، ولعدم إنتاج منتج جديد صفر جنيه.

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة

Expected Value of Perfect Information

طلب حسن من شركة التسويق العالمي مساعدته في قرار بنـــاء مصنـــع لإنتاج المقاعد. وقد ذكرت شركة التسويق أن محللها الفني سيخطر حسن علـى وجه التأكيد بمدى ملاءمة السوق لمنتجه الجديد. بمعنى آخر، أن المعلومات ستغير من بيئة العمل، من اتخاذ قرار في ظل المخاطر إلى اتخاذ قرار في ظـــل التـأكد. وستمنع هذه المعلومات حسن من الوقوع في خطأ مكلف. وســتكون تكلفـة شركة التسويق ٦٥٠٠٠ جنيه لتقديم هذه المعلومات. بماذا تنصح حسن؟ هـل عليه تكليف الشركة بالقيام بدراسة السوق؟ وحتى لو كانت معلومات التسويق مؤكدة ودقيقة، هل تساوي الدراسة ٦٥٠٠٠ جنيه؟ وما هي تكلفتها من وجهة نظرك؟

بالرغم من صعوبة الإجابة على هذه الأسئلة إلا أن تحديد قيمة المعلومـات الكاملة يمكن أن يكون نافعا للغاية. فهي تضع حد أعلى لما سترغب في إنفاقـه على المعلومات مثل تلك التي تعرض تقديمها شركة التسويق. سـيتم في هـذه الفقرة دراسة مصطلحان آخـران : القيمـة المتوقعـة للمعلومـات الكاملـة **(EVPI) Expected Value of Perfect Information** والقيمـة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة **Expected Value With Perfect Information**. توفر هذه الأساليب المعلومات اللازمة لاتخاذ قرار التعاقد مع شركة التسويق.

والقيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة هي العائد المتوقع أو المتوسط، في الفترة طويلة الأجل، إذا توفرت لنا معلومات كاملة قبل اتخاذ القرار. ولحساب هذه القيمة نختار أفضل بديل لكل حالة من حالات الطبيعة ونضرب عوائدها في احتمال حدوث حالة الطبيعة.

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة =

أفضل عائد لأول حالة طبيعة × احتمال حدوث أول حالة طبيعة

+ أفضل عائد لثاني حالة طبيعة × احتمال حدوث ثاني حالة طبيعة

+ .. + أفضل عائد لآخر حالة طبيعة × احتمال حدوث آخر حالة طبيعة

والقيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة هي العوائد المتوقعة من المعلومات الكاملة ناقصا العوائد المتوقعة بدون الحصول على المعلومات الكاملة أي أقصى قيمة نقدية متوقعة

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة – أقصى قيمة نقدية متوقعة

وبالرجوع إلى جدول (٢) يمكن لحسن حساب أقصى ما يمكن أن يدفعه للحصول على المعلومات، أي، القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة. كما يلي :

١- أفضل عائد لحالة الطبيعة "سوق ملائم" هي "بناء مصنع كبير" بعائد ٢٠٠٠٠٠ جنيه. وأفضل عائد لحالة الطبيعة "سوق غير ملائم" هي "عدم إنتاج المنتج الجديد" بعائد قدره صفر جنيه. والقيمة المتوقعة باستخدام المعلومات

الكاملة = ٢٠٠٠٠٠ × ٠,٥ + صفر × ٠,٥ = ١٠٠٠٠٠ جنيه. لذلك، إذا توفرت لنا معلومات كاملة، فإننا نتوقع في المتوسط تحقيق ١٠٠٠٠٠ جنيه إذا ما تكرر القرار عدة مرات.

٢- أقصى قيمة نقدية متوقعة هي ٤٠٠٠٠ جنيه وهي العوائد المتوقعة بدون الحصول على المعلومات الكاملة.

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة - أقصى قيمة نقدية متوقعة

= ١٠٠٠٠٠ - ٤٠٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ جنيه

وبالتالي فأقصى ما يمكن أن يدفعه حسن للمعلومات الكاملة هو مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه وذلك اعتمادا على فرض أن احتمال حالات الطبيعة ٠,٥

خسارة الفرصة البديلة Opportunity loss

مدخل آخر لتقصية القيمة النقدية المتوقعة هي تدنية خسارة الفرصة الضائعة. وخسارة الفرصة الضائعة تطلق على الفرق بين الربح أو العائد الأمثل والعوائد المستلمة فعلا. بمعنى آخر، هي القيمة المفقودة نتيجة عدم اختيار أفضل بديل.

ونصل إلى الحد الأدنى للقيمة المتوقعة لخسارة الفرصة البديلة بإعداد جدول خسارة الفرصة البديلة وحساب خسارة الفرصة البديلة لكل بديل. لندرس كيف يتم هذا الإجراء في حالة شركة حسن.

الخطوة ١: الخطوة الأولى هي إنشاء جدول خسارة الفرصة البديلة ويتم ذلك بتحديد خسارة الفرصة البديلة لعدم اختيار أفضل بديل متاح لكل حالة من حالات الطبيعة. ويتم حساب خسارة الفرصة البديلة لأي حالة من حالات الطبيعة أو لأي عمود بطرح كل عائد في العمود من أفضل عائد في نفس العمود. ففي حالة سوق ملائم، فإن أفضل عائد كان ٢٠٠٠٠٠ للبديل الأول وهو بناء مصنع كبير. ولحالة سوق غير ملائم، كان أفضل عائد هو صفر للبديل الثالث وهو عدم إنتاج منتج جديد. ويوضح جدول (٣) هذه المقارنات.

جدول (٣) تحديد خسارة الفرصة البديلة لشركة الأثاثات

حالات الطبيعة	
سوق ملائم	سوق غير ملائم
٢٠٠٠٠٠ – ٢٠٠٠٠٠	صفر – (–١٨٠٠٠٠)
٢٠٠٠٠٠ – ١٠٠٠٠٠	صفر – (–٢٠٠٠٠)
٢٠٠٠٠٠ – صفر	صفر – صفر

وباستخدام جدول (٣) يمكن تكوين جدول خسارة الفرصة البديلة. وتمثل القيم بجدول (٤) خسارة الفرصة البديلة لكل حالة من حالات الطبيعة نتيجة عدم اختيار أفضل بديل.

جدول (٤) جدول خسارة الفرصة البديلة

البيـــــان	حالات الطبيعة	
	سوق ملائم	سوق غير ملائم
مصنع كبير	٠	١٨٠٠٠٠
مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠
عدم الإنتاج	٢٠٠٠٠٠	٠
الاحتمال	٠,٥٠	٠,٥٠

الخطوة ٢ : نحسب خسارة الفرصة البديلة المتوقعة بضرب احتمال كـــل حالة من حالات الطبيعة في قيمة خسارة الفرصة البديلة.

خسارة الفرصة البديلة المتوقعة (بناء صنع كبير)

= ٠,٥×صفر + ٠,٥×١٨٠٠٠٠ = ٩٠٠٠٠ جنيه

خسارة الفرصة البديلة المتوقعة (بناء صنع صغير)

= ٠,٥×١٠٠٠٠٠ + ٠,٥×٢٠٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ جنيه

خسارة الفرصة البديلة المتوقعة (لعدم إنتاج منتج جديد)

= ٠,٥×٢٠٠٠٠٠ + ٠,٥×صفر = ١٠٠٠٠٠ جنيه

وباستخدام أدنى خسارة فرصة بديلة متوقعة كمعيار للقرار، فإن أفضـــل قرار سيكون البديل الثاني، وهو بناء مصنع صغير.

ومن المهم ملاحظة أن أدنى خسارة فرصة بديلة متوقعة سوف تؤدي دائما إلى نفس القرار في حالة تطبيق القيمة النقدية المتوقعة، وأن العلاقـــات التاليـــة صحيحة دائما :

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة = أدنى خسارة فرصة بديلة متوقعة

وفي مثالنا السابق فإن :

القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

٦٠٠٠٠ جنيه = أدنى خسارة فرصة بديلة متوقعة.

تحليل الحساسية Sensitivity Analysis

حددنا في الفقرات السابقة أن أفضل قرار لحسن هو بناء مصنع صغير بقيمة متوقعة ٤٠٠٠٠ جنيه. واعتمدت هذه النتيجة على قيمة التبعات الاقتصادية وقيم احتمالات سوق ملائم، وسوق غير ملائم. ويبحث تحليل الحساسية في كيفية تغير قرارنا إذا ما حدث تغير في بيانات المشكلة. سنبحث في الفقرات التالية في أثر التغير في قيمة الاحتمالات على القرار الذي يواجه حسن. نعرف أولا المتغيرات التالية.

ح = احتمال سوق ملائم

ويمكننا صياغة القيمة النقدية المتوقعة باستخدام ح. كما يلي :

القيم المالية المتوقعة (مصنع كبير) = ٢٠٠٠٠٠ ح – ١٨٠٠٠٠ (١–ح)

= ٣٨٠٠٠٠ ح – ١٨٠٠٠٠

القيم المالية المتوقعة (مصنع صغير) = ١٠٠٠٠٠ ح – ٢٠٠٠٠ (١–ح)

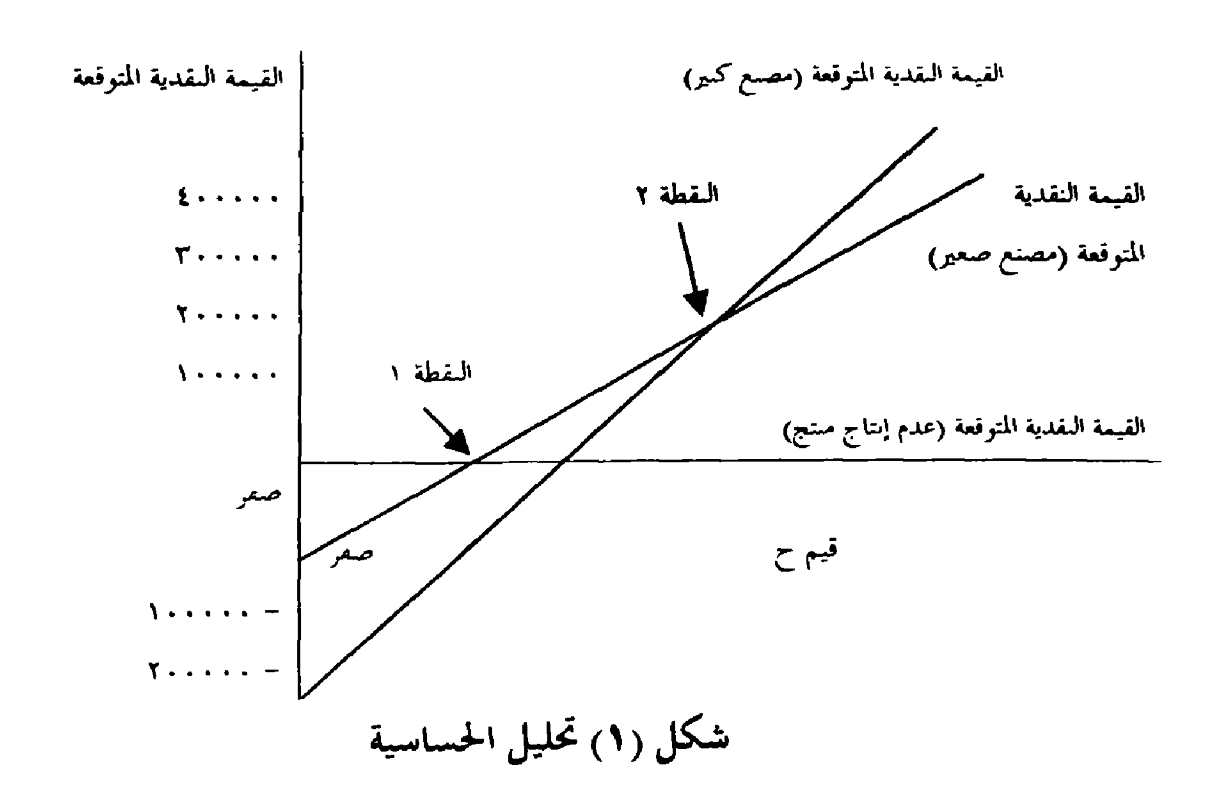
= ١٢٠٠٠٠ ح – ٢٠٠٠٠

القيم المالية المتوقعة (لعدم إنتاج منتج جديد) = صفر ح – صفر (١–ح)

= صفر جنيه

ويظهر بشكل (١) رسم بياني للقيم النقدية المتوقعة.

وكما في شكل (١) فإن أفضل قرار هو عدم إنتاج المنتج الجديد طالما أن الاحتمال ح يقع بين نقطة صفر، ١، حيث القيمة النقدية المتوقعة لعدم إنتاج المنتج الجديد تساوي القيمة النقدية المتوقعة لإنشاء مصنع صغير. وحينما تكون ح بين النقطة ١، ٢، فإن أفضل قرار هو إنشاء مصنع صغير. والنقطة ٢ تكون حيث القيمة النقدية المتوقعة للمصنع الصغير تساوي القيمة النقدية المتوقعة للمصنع الكبير.



شكل (١) تحليل الحساسية

وحينما تصبح ح اكبر من النقطة ٢ فإن أفضل قرار يكون بناء مصنع كبير. وهذا ما تتوقعه إذا كان الاحتمال ح يزيد ويمكن حساب قيمة نقطة ١، ونقطة ٢ كما يلي

النقطة (١) : القيمة النقدية المتوقعة (صفر) = القيمة النقدية المتوقعة (مصنع صغير)

صفر = ١٢٠٠٠٠ ح - ٢٠٠٠٠

$$ح = \frac{٢٠٠٠٠٠}{١٢٠٠٠٠} = ٠,١٦٧$$

النقطة (٢) : القيمة النقدية المتوقعة (مصنع صغير) = القيمة النقدية المتوقعة (مصنع كبير)

= ١٢٠٠٠٠ ح - ٢٠٠٠٠ = ٣٨٠٠٠٠ ح - ١٨٠٠٠٠

٢٦٠٠٠٠ ح = ١٦٠٠٠٠

$$ح = \frac{١٦٠٠٠٠}{٢٦٠٠٠٠} = ٠,٦٢$$

وتظهر نتائج تحليل الحساسية في الجدول التالي :

الحدث	مدى قيمة الاحتمال ح
عدم إنتاج المنتج	أقل من ٠,١٦٧
بناء مصنع صغير	٠,١٦٧ - ٠,٦٢
بناء مصنع كبير	أكبر من ٠,٦٢

اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد

Decision Making under Uncertainty

حين تقدير احتمال حدوث كل حالة من حالات الطبيعة، فعادة ما يكـون معياري القرار القيمة النقدية المتوقعة، وخسارة الفرصة البديلة المتوقعة مناسـبان. وعندما لا يستطيع المدير تقدير احتمالات العوائد بدرجة من الثقة، أو عندمـا لا تتاح أي بيانات عن الاحتمالات، فنحتاج إلى معايير أخرى للقرار. وهذا النـوع من المشاكل يطلق عليه اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد. وتتضمن المعايير التي سندرسها ما يلي :

١- أقصى الأقصى **Maximax**.

٢- أقصى الأدنى **Maxmin**.

٣- التساوي التقريبي **Equally Likely**.

٤- معيار التحقق **Criterion of realism**.

٥- أدنى الأقصى **Minimax**.

ويمكن حساب أول أربع معايير مباشرة من جدول القـرارات، ويحتـاج معيار أدنى الأقصى **Minimax** إلى استخدام جدول خسارة الفرصة الضائعـة. لندرس كل من الخمس نماذج وتطبيقها على شركة حسن.

أقصى الأقصى Maximax

يحدد معيار أقصى الأقصى البديل الذي يعظم أقصى عوائد كل بديـــــل. نبدأ بتحديد أقصى عائد لكل بديل ثم نختار البديل ذو أقصى قيمة. ونظـــرا لأن هذا المعيار يحدد البديل ذو أعلى مكاسب ممكنة، فيطلق عليـــه معيـــار متفـــائل للقرارات **Optimistic Decision Criteria**.

نلاحظ في جدول (٥)، أن اختيار أقصى الأقصى لحسن هو أول بديـــــل وهو إنشاء مصنع كبير. وهو أقصى قيمة لأقصى القيم بكل صف أو بديل.

جدول (٥) قرار أقصى الأقصى لشركة حسن

البديل	حالات الطبيعة		
	سوق	سوق	الأقصى في الصف
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	-١٨٠٠٠٠	٢٠٠٠٠٠ (الأقصى)
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠
عدم إنتاج المنتج	صفر	صفر	صفر

أقصى الأدنى Maximin

يحدد هذا المعيار البديل الذي يحقق أقصى أدنى عوائد أو تبعـــات لكـــل بديل. فنوجد أدنى عائد لكل بديل ثم نختار البديل ذو أقصى رقم. ونظـــرا لأن هذا المعيار يحدد البديل الذي له أدنى احتمال خسارة فيطلق عليه معيار متشـــائم للقرار **Pessimistic decision criteria**.

ولشركة حسن فإن أقصى الأدنى هو عدم اختيار إنتاج المنتج كما في جدول (٦) وهو أقصى أدنى الأرقام بكل صف أو بديل.

جدول (٦) قرار أقصى الأدنى لشركة حسن

البديل	حالات الطبيعة		
	سوقه	سوق غير م	أدنى القيم‌لبعد
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠-	١٨٠٠٠٠-
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠-	٢٠٠٠٠-
عدم إنتاج المنتج‌لج	صفر	صفر	صفر (أقصى

التساوي لابلاس (Laplace) Equally Likely

يحدد معيار القرار التساوي ويطلق عليه أيضا لابلاس البديل ذو أعلى متوسط عائد. فنحسب أولا متوسط العائد لكل بديل وهو مجموع العوائد مقسومة على عددها. ثم نختار البديل ذو أقصى رقم. ومدخل التساوي المتشابه يفترض تساوي كل احتمالات حدوث حالات الطبيعة ، ولذلك فإن كل حالة من حالات الطبيعة متماثلة.

واختيار التساوي لشركة حسن هو البديل الثاني، وهو إنشاء مصنع صغير. وتظهر هذه الاستراتيجية في جدول (٧) وهو أقصى متوسط للعائد لكل بديل.

جدول (٧) قرار التساوي المتشابه لشركة حسن

البديل	حالات الطبيعة		
	سوق	سوق	متوسط الصف
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠-	١٠٠٠٠
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠-	٤٠٠٠٠ (المتساوي)
عدم إنتاج المنتج	صفر	صفر	صفر

معيار التحقق معيار هيرويز

Criterion of realism (Hurwicz criterion)

غالبا ما يطلق على هذا المعيار المتوسط المرجح، وهو توفيق بـين القـرار المتفائل والقرار المتشائم. وفيه يتم اختيار معامل التحقق ∝ ويقع هذا المعـامل بين صفر، ١. وحينما تكون ∝ قريبة من ١ يكون متخذ القرار متفائل بالنسـبة للمستقبل. وحينما يكون قريبا من الصفر، يكون متخذ القرار متشائم بالنسـبة للمستقبل. وميزة هذا المدخل هو أنه يسمح لمتخذ القرار أن يضيف إحساسـه بتحديد درجة التفاؤل أو التشاؤم. وتظهر المعادلة كما يلي :

معيار التحقق =

∝ (أقصى قيمة بالصف) + (١-∝) (أدنى قيمة بالصف).

فإذا افترضنا أن حسن يحدد معامل التحقق ∝ بمقدار ٠,٨ فإن أفضل قرار سيكون بناء مصنع كبير. وكما في جدول (٨) فلهذا البديل أعلى متوسط مرجح ١٢٤٠٠٠ جنيه = ٠,٨ × ٢٠٠٠٠٠ + ٠,٢٠ × -١٨٠٠٠٠

جدول (٨) معيار التحقق أو معيار هيرويز

البديل	حالات الطبيعة		
	سوق	سوق	معيار التحقق أو المتوسط المرجح
إنشاء مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	-١٨٠٠٠٠	١٢٤٠٠٠ (تحقق
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠	٧٦٠٠٠
عدم إنتاج المنتج الج	صفر	صفر	صفر

معيار أدنى أقصى قيمة Minimax

يعتمد آخر معيار قرار على خسارة الفرصة البديلة. فيحدد أدنى أقصى قيمة البديل الذي يحقق أدنى أقصى خسارة فرصة ضائعة لكل بديل. فنوجد أولا أقصى أدنى خسارة فرصة ضائعة داخل كل بديل ثم نختار البديل ذو أقل رقم.

ويظهر جدول تكلفة الفرصة البديلة لشركة حسن كما في جدول (٩) حيث أدنى أقصى قيمة هي للبديل الثاني، وهو بناء مصنع صغير. حيث يؤدي إلى تدنية أقصى خسارة فرصة بديلة.

جدول (٩) أدنى أقصى قيمة باستخدام خسارة الفرصة الضائعة

البديل	حالات الطبيعة		
	سوق ملائم	سوق غير	أدنى أقصى قيمة لعد
إنشاء مصنع كبير	٠	١٨٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠
إنشاء مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠ (أدنى أقصى قيمة)
عدم إنتاج المنتج الجديد	٢٠٠٠٠٠	٠	٢٠٠٠٠٠

التحليل الحدي في ظل وجود عدد كبير من البدائل وحالات الطبيعة

Marginal Analysis with a Large Number of Alternatives and State of Nature

درسنا حتى الآن الحالات حيث يوجد عدد محدود من البدائل ومن حالات الطبيعة. ماذا يحدث إذا كان هناك عدد كبير من البدائل ومن حالات الطبيعة؟ فمثلا، يمكن لأحد المطاعم الكبرى تخزين ما بين صفر إلى ١٠٠ صندوق من البطاطس سابقة التجهيز. يتراوح الطلب بين صفر إلى ١٠٠ صندوق يوميا. في هذه الحالة سيكون علينا تحليل ١٠١ بديل وحالة طبيعية ممكنة. مما سيتطلب تصميم جدول قرارات ضخم للغاية إذا استخدمنا مداخل نظرية القرارات التي درسناها حتى الآن في هذا الفصل. وإذا تمكنا من تحديد الربح والخسارة الحدية، فمن الممكن استخدام التحليل الحدي للحصول على أفضل قرار بدون استخدام جدول قرارات ضخم.

والتحليل الحدي مدخل لاتخاذ القرارات يساعد في اختيار الحجم الأمثل للمخزون. وهو يرتبط بمصطلحين الربح الحدي والخسارة الحدية. لنفترض أن موزع صحف يتكلف لكل جريدة يومية ١٩ قرش ويمكن أن تباع بمبلغ ٣٥ قرش وإذا لم تباع الجريدة في نهاية اليوم، فلا يكون لها قيمة (قيمة نهائية=صفر) وفي هذه الحالة فإن الربح الحدي **Marginal Profit** هو الربح الناتج عن بيع كل جريدة إضافية، أي ١٦ قرش (=٣٥-١٩) والخسارة الحدية **Marginal Loss** هي الخسارة الناتجة عن التخزين دون البيع لأي جريدة إضافية وستكون ١٩ قرش لكل جريدة تبقى حتى آخر اليوم.

وحينما يكون عدد البدائل وحالات الطبيعة قابل للتعامل بسهولة، ونعلم احتمالات كل حالة من حالات الطبيعة فيمكن استخدام التحليل الحدي مع توزيع احتمالي متقطع **Marginal Analysis With district distribution** وعند وجود عدد كبير من البدائل وحالات الطبيعة الممكنة، والتوزيع الاحتمالي يمكن وضعه في توزيع معتدل فإن التحليل الحدي باستخدام التوزيع المعتدل **Marginal Analysis with normal distribution** يكون مناسب. وسندرس كل من الأسلوبين فيما يلي :

التحليل الحدي مع توزيع متقطع

Marginal Analysis With discreet distribution

لا يعتبر إيجاد أفضل مستوى للمخزون عملية صعبة عندما نتبع إجراءات التحليل الحدي. فبأي مستوى مخزون، يمكننا إضافة وحدات أخرى إذا كان ربحها الحدي المتوقع يساوي أو يزيد عن الخسارة الحدية المتوقعة. وتصاغ هذه العلاقات رمزيا كما يلي :

أولا نجعل :

ح = احتمال أن الطلب سيكون اكبر من أو يساوي عـــرض معـــين (أو احتمال بيع وحدة واحدة على الأقل)

١–ح = احتمال أن الطلب سيكون أقل من العرض

ويحسب الربح الحدي المتوقع بضرب احتمال بيع وحدة معينة في الربـــح الحدي ح (ربح حدي). وبالمثل الخسارة الحدية المتوقعة = احتمال عـــدم بيـــع الوحدة مضروب في الخسارة الحدية أو (١–ح) (خسارة حدية)

وقاعدة القرار الأمثل هي :

ح (ربح حدي) ≤ (١+ح) (خسارة حدية)

وبإجراء بعض العمليات الرياضية، يمكننا تحديد مستوى ح التي ســـتحل مشاكل التحليل الحدي.

ح(ربح حدي) ≤ خسارة حدية – ح(خسارة حدية)

أو ح(ربح حدي) + ح(خسارة حدية) ≤ خسارة حدية

أو ح(ربح حدي + خسارة حدية) ≤ خسارة حدية

$$ح \leq \frac{\text{الخسارة الحدية}}{\text{ربح حدي + خسارة حدية}} \qquad (٤)$$

بمعنى آخر طالما أن احتمال بيع وحدة إضافية ح أكبر من أو يساوي

الخسارة الحدية

ـــــــــــــــــــ

ربح حدي + خسارة حدية

فيمكننا إضافة وحدة إضافية للمخزون. وسنوضح ذلك بمثال عن المخزون.

كافيتريا السعادة ذائعة الشهرة في مصيف رأس البر وهي متخصصة في تقديم القهوة والفطائر، وتشتري الفطائر يوميا من مصنع للمخبوزات. وتدفع الكافيتريا ٤ جنيه لكل صندوق يحتوي على ١٢ فطيرة. وأي كرتونة لم تباع حتى نهاية اليوم يتم التخلص منها، حيث لن تكون طازجة في اليوم التالي لتتفق مع سمعة الكافيتريا. وإذا ما بيعت كرتونة من الفطائر فإن إيرادها يبلغ ٦ جنيه. ولذلك فإن الربح الحدي للكرتونة = ٦ – ٤ = ٢ جنيه.

والخسارة الحدية = ٤ جنيه. حيث لن يمكن رد الفطائر غير المباعة في نهاية اليوم.

جدول (١٠) التوزيع الاحتمالي لمبيعات كافيتريا السعادة

المبيعات اليومية بالصوق	احتمال البيع عند هذالحا
٤	٠,٠٥
٥	٠,١٥
٦	٠,١٥
٧	٠,٢٠
٨	٠,٢٥
٩	٠,١٠
١٠	٠,١٠
إجمالي	١,٠٠

الخطوة (١) : حدد قيمة ح لقاعدة القرار

$$ح \leq \frac{\text{الخسارة الحدية}}{\text{ربح حدي + خسارة حدية}} = \frac{٤}{٤ + ٢} = \frac{٤}{٦} = ٠,٦٦$$

$$ح \leq ٠,٦٦$$

الخطوة (٢) : أضف عمود جديد للجدول لعرض احتمال بيع الفطائر في كل مستوى يساوي أو أكبر من. كما في جدول (١١)

جدول (١١) التحليل الحدي لكافيتريا السعادة

المبيعات اليومية بالصندوق	احتمال البيع عند هذا الحجم	احتمال البيع في هذا المستوى أو أكبر من
٤	٠,٠٥	١ ≤ ٠,٦٦
٥	٠,١٥	٠,٩٥ ≤ ٠,٦٦
٦	٠,١٥	٠,٨٠ ≤ ٠,٦٦
٧	٠,٢٠	٠,٦٥
٨	٠,٢٥	٠,٤٥
٩	٠,١٠	٠,٢٠
١٠	٠,١٠	٠,١٠
إجمالي	١,٠٠	

فمثلا، احتمال بيع ٤ صناديق أو أكثر سيكون مساو أو اكبر من ١,٠٠ (= ٠,٠٥ + ٠,١٥ + ٠,١٥ + ٠,٢٠ + ٠,٢٥ + ٠,١٠ + ٠,١٠) نظرا لأن المبيعات كانت دائما بين ٤ و ١٠ صناديق في اليوم. كذلك فإن احتمال بيع ٨ صناديق أو أكثر سيكون ٠,٤٥ (= ٠,٢٥ + ٠,١٠ + ٠,١٠) أي، مجموع احتمالات بيع ثمانية، تسعة، عشرة كرتونات.

الخطوة (٣) : استمر في طلب صناديق إضافية طالما أن احتمال بيع وحدة إضافية على الأقل يكون أكبر من ح، وهي احتمال السواء أو التعادل. إذا

طلبت كافيتريا السعادة ٦ صناديق، فإن الربح الحدي سيظل أكبر من الخسارة الحدية.

الخسارة الحدية

ح ٦ صناديق ≤ ―――――――――

خسارة حدية + ربح حدي

حيث أن ٠,٨٠ ≤ ٠,٦٦

وإذا طلبت سبعة صناديق، فإن احتمال بيع سبع صناديق أو اكثر ستكون ٠,٦٥ وهو ليس اكبر من ٠,٦٦. لذلك، فإن الخسارة الحدية المتوقعة ستكون أكبر من الربح الحدي المتوقع في حالة طلب ٧ صناديق. بمعنى آخر، لتوقع الكافيتريا خسارة في الصندوق السابع إذا تم طلبه. والقرار الأمثل هو طلب ٦ صناديق يوميا.

ويمكن وضع هذه المشكلة في جدول قرارات وحلها، ولكن سيحتاج الجدول إلى ٧ أعمدة، و٧ صفوف (واحد لكل مستوى مبيعات) وبالرغم من أن التحليل الحدي بالتوزيع المتقطع يكون كاف جدا بالمقارنة بجدول القرارات، فإنه في حالة وجود أكثر من ١٥ أو ٢٠ بديل وحالات طبيعة مختلفة، فإن التحليل الحدي باستخدام التوزيع المعتدل قد يكون أكثر ملائمة.

التحليل الحدي باستخدام التوزيع المعتدل

Marginal Analysis with Normal Distribution

عندما يتبع الطلب على المنتج أو تتبع المبيعات التوزيع المعتـــدل، وهـــو الشائع في مجال الأعمال. فيمكن تطبيق التحليل الحدي بالتوزيع المعتدل.

١- متوسط المبيعات للمنتج μ.

٢- الانحراف المعياري للمبيعات σ.

٣- الربح الحدي للمنتج (ربح حدي).

٤- الخسارة الحدية للمنتج (خسارة حدية).

وإذا ما عرفت هذه الكميات فإن تحديد أفضل سياسة للمخزون ستتماثل مع التحليل الحدي بالتوزيع المتقطع.

الخطوة (١) : حدد قيمة ح بالتوزيع الاحتمالي وهو :

$$\text{ح} = \frac{\text{خسارة حدية}}{(\text{خسارة حدية} + \text{ربح حدي})}$$

خطوة (٢) : أوجد ح في التوزيع المعتدل لمنطقة معينة تحت المنحنى، يمكن أن نجد Z من جدول التوزيع المعتدل (ملحق أ) ثم باستخدام العلاقة :

$$Z = \frac{\text{س}^{*} - \mu}{\sigma} \qquad (٥)$$

يمكن أن نحسب قيمة س* وهي السياسة المثلى للمخزون.

بفرض أن الطلب على جريدة الصباح بأحد محال توزيع الصحف يتفـــق مع التوزيع المعتدل، ومتوسطها ٥٠ صحيفة في اليوم، وبانحراف معيـــاري ١٠ صحف وخسارة حدية ٤ قروش وربح حدي ٦ قروش، ما هي السياسة المثلـــى لتوريد الصحف؟

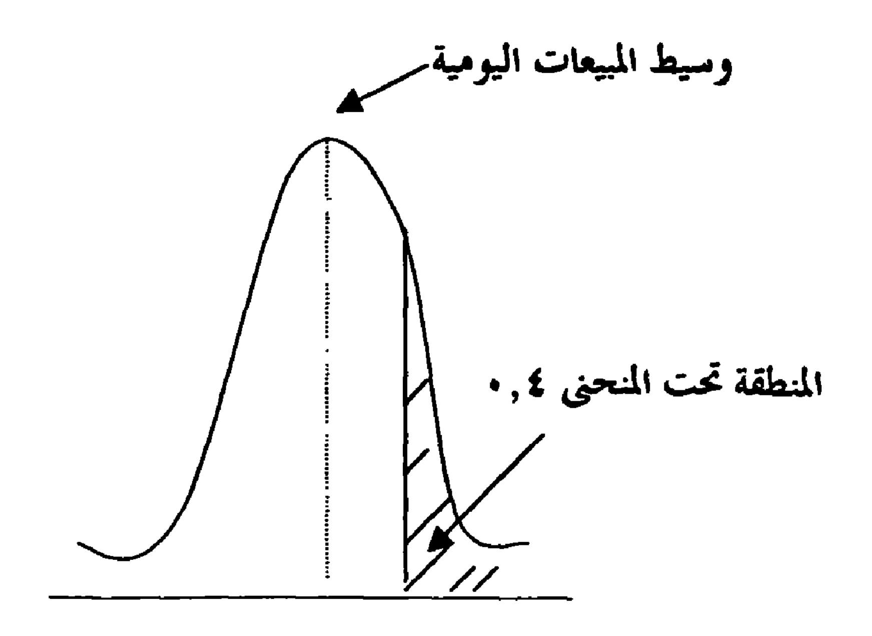
خطوة (١) : يجب أن يتم طلب الصحف إلى أن يصل الطلب إلى أو اكبر من على الأقل خسارة حدية / (خسارة حدية+ ربح حدي)

$$ح = \frac{\text{خسارة حدية}}{\text{خسارة حدية + ربح حدي}} = \frac{٤}{٤ + ٦} = \frac{٤}{١٠} = ٠,٤$$

خطوة (٢) : يوضح شكل (٢) التوزيع المعتدل. حيث أن جدول التوزيع المعتدل له منطقة مجمعة تحت المنحنى بين الجانب الأيسر وأي نقطة، نبحث عـــن ٠,٦٠ = (١,٠٠ – ٠,٤٠) للحصول على قيمـــة Z المنـــاظرة Z = ٠,٢٥ الانحراف المعياري عن الوسيط.

في هذه المشكلة μ = ٥٠ ، σ = ١٠ لذلك

$$٠,٢٥ = \frac{\text{س}^{*} - ٥٠}{١٠}$$



س* $\mu = \sigma$

السياسة المثلى للطلب (٥٣ صحيفة)

شكل (٢) قرار طلب عدد الصحف يوميا

أو س* = ١٠ (٠,٢٥) + ٥٠ = ٥٢.٥ أو ٥٣ صحيفة.

ولذلك يجب طلب ٥٣ صحيفة يوميا.

ويمكن استخدام نفس هذا الأسلوب عندما تكون ح أكبر من ٠,٥.

بفرض أن بائع الصحف يبيع أيضا جريدة الرياضي بخسارة حدية ٨ قروش وربح حدي ٢ قرش. ومتوسط المبيعات اليومية ١٠٠ صحيفة بانحراف معياري ١٠ صحف. فإن أفضل سياسة طلب للصحف ستكون :

خطوة (١) : $ح = \frac{\text{خسارة حدية}}{\text{خسارة حدية + ربح حدي}} = \frac{٨}{٨ + ٢} = ٠,٨$

خطوة (٢) : يظهر المنحنى المعتدل في شكل (٣) نظرا لأن المنحنى المعتدل منتظم ستجد أن Z لمنطقة تحت المنحنى ٠,٨٠ وبضرب هذا الرقم في -١.

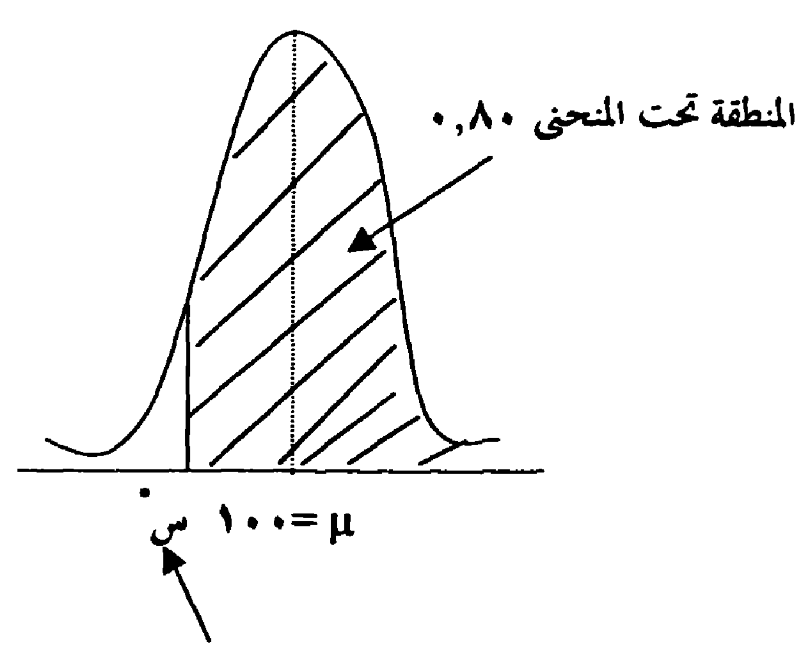
Z = - ٠,٨٤ الانحراف المعياري للوسيط لمنطقة تحت المنحنى ٠,٨٠

و μ = ١٠٠ و σ = ١٠

$$- ٠,٨٤ = \frac{س^{\circ} - ١٠٠}{١٠}$$

أو س° = - ٠,٨٤ + ١٠٠ = ٩١,٦ أو ٩٢ صحيفة

لذلك يجب أن يطلب بائع الصحف ٩٢ صحيفة من الرياضي.



شكل (٣) قرار طلب صحيفة الرياضي

وأمثل سياسة تخزين في المثالان السابقان ثابتان. إذا كان الربح الحـــدي أكبر من الخسارة الحدية، نتوقع س* أكبر من متوسط الطلب μ، وحينما يكـون الربح الحدي أقل من الخسارة الحدية نتوقع أن تكون سياسة الطلب المثلـى س* أقل من μ.

ملخص

نظرية القرارات مدخل تحليلي ومنظم لدراسة اتخاذ القرارات. وعادة ما نرتبط بست خطوات في اتخاذ القرارات في ثلاث بيئات عمل : اتخاذ القرارات في ظل التأكد، المخاطر، وعدم التأكد. ونستخدم طرق مثل القيمة النقدية المتوقعة، القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة، خسارة الفرصة البديلة المتوقعة، وتحليل الحساسية في اتخاذ القرارات في ظل الخطر. وفي اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد يتم تصميم جداول القرارات لحساب معايير مثل أقصى الأقصى، أقصى الأدنى، التماثل ، أدنى الأقصى، ومعيار التحقق. ولحل المشاكل ذات البدائل وحالات الطبيعة الكثيرة يمكن استخدام التحليل الحدي.

المعادلات الأساسية

١- القيمة النقدية المتوقعة =

عائد الحالة الأولى من حالات الطبيعة × احتمالها

+ عائد الحالة الثانية من حالات الطبيعة × احتمالها

+ ... + عائد الحالة الأخيرة من حالات الطبيعة × احتمالها.

تحسب هذه المعادلة القيمة النقدية المتوقعة.

٢- القيمة المتوقعة بالمعلومات الكاملة =

أفضل عائد لأول حالة من حالات الطبيعة × احتمالها

+ أفضل عائد لثاني حالة من حالات الطبيعة × احتمالها

+ ... + أفضل عائد لآخر حالة من حالات الطبيعة × احتمالها.

٣- القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة =

القيمة المتوقعة بالمعلومات الكاملة – أقصى قيمة نقدية متوقعة.

تحسب هذه المعادلة القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة.

$$٤-\quad ح \leq \frac{\text{الخسارة الحدية}}{\text{الخسارة الحدية + الربح الحدي}}$$

معادلة تستخدم في التحليل الحدي لتحديد سياسات الطلب.

$$٥-\quad Z = \frac{س^{*} - \mu}{\sigma}$$

معادلة تستخدم في التحليل الحدي لتحديد أمثل سياسة تخزين س* حينما يتبع الطلب المنحنى المعتدل.

تطبيقات محلوله

١- يفكر محمد السيد في افتتاح متجر للملابس الرياضية بجوار الجامعة. وقد وجد محلا مناسبا. والبدائل المتاحة أمامه هي افتتاح متجر صغير، أو متجر متوسط، أو عدم فتح متجر ويمكن أن يكون سوق الملابس الرياضية جيد أو متوسط أو سيئ. والاحتمالات للحالات الثلاث هي ٠,٢ للسوق الجيد، ٠,٥ للسوق المتوسط، ٠,٣ للسوق السيئ. ويظهر صافي الربح أو الخسارة للمحل الصغير والمتوسط وفقا لحالات السوق المختلفة كما في الجدول التالي. ولن يؤدي عدم افتتاح متجر إلى خسارة أو أرباح. ما هي توصياتك؟

البديل	حالات الطبيعة		
	سوق	سوق وسط	سوق سيئ
متجر صغير	٧٥٠٠٠	٢٥٠٠٠	٤٠٠٠٠-
متجر متوسط	١٠٠٠٠٠	٣٥٠٠٠	٦٠٠٠٠-
عدم فتح متجر	٠	٠	٠

الحل :

يمكن حل هذه المشكلة بتصميم جدول للعوائد والذي يحتوي على كل البدائل، حالات الطبيعة، وقيم الاحتمالات. ويتم حساب القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل.

ادرس الجدول التالي :

البديل	حالات الطبيعة			القيمة لـ
	سوق	سوق وهد	سوق س	المتوقعة
متجر صغير	٧٥٠٠٠	٢٥٠٠٠	-٤٠٠٠٠	١٥٥٠٠
متجر متوسط	١٠٠٠٠٠	٣٥٠٠٠	-٦٠٠٠٠	١٩٥٠٠
عدم فتح م	٠	٠	٠	٠
الاحتمالات	٠,٢٠	٠,٥٠	٠,٣٠	

القيمة النقدية المتوقعة لمتجر صغير الحجم =

= ٧٥٠٠٠×٠,٢٠ + ٢٥٠٠٠×٠,٥٠ + -٤٠٠٠٠×٠,٣٠ =

١٥٥٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة لمتجر متوسط الحجم =

= ١٠٠٠٠٠×٠,٢٠ + ٣٥٠٠٠×٠,٥٠ + -٦٠٠٠٠×٠,٣٠ =

١٩٥٠٠ جنيه

القيمة المتوقعة لعدم فتح متجر =

٠,٢٠×صفر + ٠,٥٠×صفر + ٠,٣٠×صفر = صفر جنيه

وكما ترى فإن أفضل قرار هو افتتاح متجر متوسط الحجم، والقيمة النقدية المتوقعة لهذا البديل هي ١٩٥٠٠ جنيه.

٢- بعد تخرج نهلة ومحمود من دبلوم المحاسبة والحاسب الآلي فكرا في إنشاء شركة صغيرة لكتابة التقارير والرسائل لطلاب الماجستير والدكتوراه ولغيرهم. وباستخدام مدخل النظم، حددا ثلاث استراتيجيات.

الاستراتيجية (١) : وهي الاستثمار في حاسب متوسط مرتفع الثمن وطابعات فائقة الجودة. وفي حالة سوق ملائم يمكن أن تحقق أرباح صافية قدرها ١٠٠٠٠ جنيه خلال السنتان المقبلتان. وإذا كان السوق غير ملائم يمكن أن يخسرا ٨٠٠٠ جنيه.

الاستراتيجية (٢) : شراء نظام حاسبات أقل تكلفة، وفي حالة سوق جيد، يمكن أن يحصلا على عائد يقدر بمبلغ ٨٠٠٠ جنيه خلال السنتين المقبلتين. وفي حالة سوق غير ملائم يمكن أن يخسرا ٤٠٠٠ جنيه.

والاستراتيجية الأخيرة، الاستراتيجية (٣) : هي عدم الدخول في هذا المجال. ونهلة تقبل المخاطر. بينما محمود يتجنب المخاطر.

(أ) ما هي إجراءات اتخاذ القرار الذي يجب أن تقوم به نهلة؟ وما هو قرارها المحتمل؟

(ب) ما هو نوع القرار الذي سيتخذه محمود؟ وما هو قراره المحتمل؟

(جـ) إذا تماثل كل من نهلة ومحمود في مواجهة المخاطر، ما هو نوع القرار الذي يجب أن يتخذاه؟ وما هي نصيحتك في هذه الحالة؟

الحل :

المشكلة تقع في مجموعة اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد، وقبل الإجابة على الأسئلة المحددة، يتم تصميم جدول القرارات لعرض البدائل، وحالات الطبيعة، وتبعات كل منها.

البدائل	سوق ملائم	سوق غير
الاستراتيجية (١)	١٠٠٠٠	– ٨٠٠٠
الاستراتيجية (٢)	٨٠٠٠	– ٤٠٠٠
الاستراتيجية (٣)	٠	٠

أ- نظرا لأن نهلة تقبل المخاطر، فستتخذ معيار قرار أقصى الأقصى Maximax ويختار هذا المدخل الصف ذو أعلى أو أقصى قيمة. وفي الصف (١) نجد ١٠٠٠٠ جنيه تمثل أقصى قيمة بالجدول. وبالتالي ستختار نهلة الاستراتيجية (١) وهي مدخل متفائل للقرار.

ب- سيستخدم محمود معيار قرار أقصى الأدنى Maximin. فيتم تحديد أدنى أو أسوأ عائد لكل صف أو استراتيجية. والعائد هنا هو – ٨٠٠٠ جنيه للاستراتيجية (١)، –٤٠٠٠ جنيه للاستراتيجية (٢)، وصفر جنيه للاستراتيجية (٣). ويتم اختيار أقصى قيمة في هذه المجموعة، لذلك سيختار محمود الاستراتيجية (٣)، والتي تعكس مدخل متشائم للقرار.

جـ- إذا كان كل من نهلة ومحمود متماثلين في قبول المخاطر فسيستخدما مدخل التماثل. ويختار هذا المدخل البديل الذي يعظم متوسطات الصفوف. ومتوسط الصف للاستراتيجية (١) هو ١٠٠٠ جنيه، ((١٠٠٠٠ –٨٠٠٠) ÷ ٢) = ١٠٠٠ جنيه، ومتوسط الصف للاستراتيجية (٢) هو ٢٠٠٠ جنيه،

ومتوسط الصف للاستراتيجية (٣) هو صفر. ولذلك، باستخدام مدخل التماثل، فإن القرار هو اختيار الاستراتيجية (٢) والتي تعظم متوسط الصف.

٣- افتتح منصور محل حلواني. وفي تحليله الاقتصادي حدد منصور الربح أو الخسارة الحدية لكل أربعة فطائر تباع في علبة بمبلغ جنيه. والربح الحدي المتوقع يبلغ ٢,٧٥ جنيه لكل علبة بها أربعة فطائر ويفكر منصور في شراء ١٠، ١٥، ٢٠، ٢٥ أو ٣٠ علبة. ويبلغ احتمال بيع ١٠ علب ١٠٪، واحتمال بيع ١٥ علبة ٢٠٪، وهنالك فرصة ٣٠٪ في أن يبيع إما ٢٠ أو ٢٥ علبة. أخيرا هناك احتمال ١٠٪ لبيع ٣٠ علبة وهي أقصى ما يعتقد منصور أنه يمكن بيعه. ما هي توصياتك لمنصور؟

الحل :

المشكلة التي تواجه منصور ترتبط باستخدام التحليل الحدي. أولا، نحتاج إلى معرفة الخسارة الحدية والربح الحدي وهي معلومات معطاة في التطبيق. فالخسارة الحدية ٤ جنيه والربح الحدي ٢,٧٥ جنيه. ويمكننا حساب احتمال بيع وحدة إضافية كما يلي :

$$\text{ح} \geq \frac{\text{الخسارة الحدية}}{\text{الخسارة الحدية + الربح الحدي}} = \frac{٤}{٤ + ٢,٧٥} = ٠,٥٩$$

واحتمال بيع وحدة إضافية والتي في هذه الحالة ٤ فطـــائر هـــو ٠,٥٩ والخطوة التالية هي إعداد جدول يظهر احتمال بيع الفطائر عند مستوى معـــين أو أكبر منه. والحل هو طلب علبة إضافية طالما أن ح أكـــبر مـــن أو تســـاوي ٠,٥٩ وكما يتضح في الجدول التالي فإن الحل هو طلب ٢٠ علبة.

الطلب	الاحتمال عند هذا المستوى	الاحتمال عند هذا المستوى أو أكبر منه
١٠	٠,١	١,٠٠
١٥	٠,٢	٠,٩٠
٢٠	٠,٣	٠,٧٠
٢٥	٠,٣	٠,٤٠
٣٠	٠,١	٠,١٠
إجمالي	١,٠٠	

أسئلة

١- أذكر مثال لقرار جيد اتخذته وأدى إلى نتائج سيئة. وأعطي مثال لقرار سيئ في اتخاذه وحقق عوائد جيدة. لماذا كان كل قرار منهما جيد أو سيئ؟

٢- اشرح العناصر المرتبطة بعملية القرار.

٣- ما هو البديل؟ وما هي حالة الطبيعة؟

٤- اشرح الفرق بين اتخاذ القرارات في ظل التأكد، اتخاذ القرارات في ظل المخاطر، واتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد.

٥- يفكر محمد عبد العزيز في الاستثمار في العقارات، أو الأسهم، أو شهادات الإيداع. ويعتمد عائد قراراته على ما إذا كان الاقتصاد سيمر بمرحلة رواج، أم مرحلة كساد. صور جدول قرارات (باستبعاد القيم الشرطية) لشرح هذا الموقف.

٦- اشرح المقصود بالقيمة النقدية المتوقعة والقيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة.

٧- ما هي الأساليب المستخدمة لحل مشاكل اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد؟ وأي الأساليب تؤدي إلى قرارات متفائلة؟ وأي الأساليب تؤدي إلى قرارات متشائمة؟

تطبيقات :

١- يقوم أمين ببيع البنزين بدرجاته المختلفة في المحطة التي يملكها. ونظرا للمنافسة الشديدة يواجه بضرورة شراء أجهزة ومعدات أحدث. وتظهر البدائل كما يلي :

المعدات	سوق ملائم	سوق غير ملائم
أ	٣٠٠٠٠٠	-٢٠٠٠٠٠
ب	٢٥٠٠٠٠	-١٠٠٠٠٠
جـ	٧٥٠٠٠	-١٨٠٠٠

فمثلا إذا اشترى أمين المعدات أ وكان السوق ملائم سيحقق أرباح قدرها ٣٠٠٠٠٠ جنيه. ومن ناحية أخرى، إذا كان السوق غير ملائم سيحقق خسائر قدرها ٢٠٠٠٠٠ جنيه. ويعتبر أمين من متخذي القرار المتفائلين.

(أ) ما هو نوع القرار الذي يواجهه أمين؟

(ب) ما هو معيار القرار الواجب اتخاذه؟

(جـ) ما هو أفضل بديل؟

٢- بالرغم من أن أمين (في التطبيق رقم (١)) المالك الرئيسي لمحطة البنزين فإن أخوه صالح ينسب إليه النجاح المالي للمحطة. وهو نائب الرئيس للشئون المالية. ويرجع صالح نجاحه إلى اتجاهه المتشائم بالنسبة لصناعة البترول.

وبنفس المعلومات السابقة في تطبيق (١) سيصل صالح إلى قرار مختلف. ما هو معيار القرار الذي سيتخذه صالح وما هو البديل الذي سيختاره؟

٣- مجلة السيارات من المجلات ذائعة الانتشار، وورد بمقال بها أنه إذا زاد سعر البترين إلى الضعف فسيظل المستهلك يطلب هذه السلعة. وفرصة سوق ملائم لمنتجات البترول ٧٠٪، بينما فرصة سوق غير ملائم ٣٠٪. ويرغب أمين في استخدام هذه الاحتمالات لتحديد أفضل قرار (ارجع إلى تطبيق رقم (١)).

أ- ما هو نموذج القرارات الذي يجب استخدامه؟

ت- ما هو القرار الأمثل؟

جـ- يعتقد أمين أن رقم ٣٠٠٠٠٠ جنيه للجهاز أ في حالة سوق ملائم رقم مرتفع للغاية. إلى أي مستوى يمكن أن ينخفض هذا الرقم ليجعل أمين يغير قراره المتخذ في (ب) من هذا التطبيق.

٤- يستثمر بشر في سوق المال وكان ناجحا في الشهور الماضية. وفي دراسة للسوق وجد انه في بعض الحالات من المفضل أن يضع أمواله في ودائع في البنك بدلا من استثمارها في الأسهم. أو في شهادة استثمار ذات عائد نصف سنوي بمعدل عائد ٩٪، وإذا كان السوق جيد يعتقد بشر أنه يمكنه الحصول على عائد ١٤٪ على أمواله. وفي حالة سوق ملائم، يتوقع أن يحصل على عائد ٨٪. وإذا كان السوق سيئ فلن يحصل في الغالب على أي عائد، أي إن العائد سيكون صفر٪. ويقدر بشر أن احتمال سوق جيد ٠,٤، واحتمال سوق ملائم ٠,٤، واحتمال سوق سيئ ٠,٢.

(أ) صمم جدول قرارات لهذه المشكلة.

(ب) ما هو أفضل قرار.

٥- يفكر عابد في توسعة أعماله بافتتاح مصنع جديد وفيما يلي توقعاته في الحالات المختلفة :

البدائل	سوق ملائم	سوق غير ملائم
بناء مصنع كبير	٤٠٠٠٠٠	-٣٠٠٠٠٠
بناء مصنع صغير	٨٠٠٠٠	-١٠٠٠٠
عدم بناء مصنع	٠	٠
احتمالات السوق	٠,٤	٠,٦

(أ) صمم جدول خسارة الفرصة البديلة.

(ب) حدد خسارة الفرصة البديلة المتوقعة، وأفضل استراتيجية.

(جـ) ما هي القيمة المتوقعة للمعلومات الكاملة؟

استخدام الجداول الإلكترونية في حل مشاكل نظرية القرارات

يمكن استخدام الجداول الإلكترونية لحل عديد من مشاكل نظرية القرارات بما في ذلك اتخاذ القرارات في ظل عدم التأكد، أو في ظل المخاطر.

اتخاذ القرارات في ظل المخاطر

من أكثر أساليب اتخاذ القرارات نجد اتخاذ القرارات في ظل المخاطر والتي نستخدم فيها القيمة النقدية المتوقعة. يظهر شكل (١) ورقة عمل كمثال لجدول قرارات شركة الأثاثات (جدول ٢ بهذا الفصل). ويتم إدخال القيمة النقدية في الخلايا **B8** وحتى **C10**. وهي نفس القيم المستخدمة في هذا الفصل. ويتم إدخال قيم الاحتمالات في الخلايا **B12**، **C12**. وإذا ما أدخلت هذه القيم، فإن ورقة العمل تحدد القيمة النقدية المتوقعة لكل بديل، وأقصى قيمة نقدية متوقعة، والقيمة النقدية المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة. وتستخدم نفس المعادلات الموجودة بالفصل في ورقة العمل. فمثلا المعادلة **=$B$12*B8+$C$12*C8** تستخدم لضرب قيم الاحتمالات في العوائد النقدية للحصول على القيمة النقدية المتوقعة بمبلغ ١٠٠٠٠ جنيه لمصنع كبير في الخلية **D8**. لاحظ استخدام علامة الدولار $ والتي تجعل الخلية مطلقة والتي تؤدي إلى سهولة نسخ المعادلة العامة في الخلية **D8** إلى الخلايا **D9** و **D10**.

	A	B	C	D
١	القيمة النقدية المتوقعة			
٢				
٣	حالات الطبيعة	سوق ملائم	سوق غير	EMV Computed
٤				
٥				
٦	البدائل			
٧				
٨	مصنع كبير	٢٠٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠-	=$B$12*B8+$C$12*C8
٩	مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠-	=$B$12*B9+$C$12*C9
١٠	لا شيء	٠	٠	=$B$12*B10+$C$12*C10
١١				
١٢	الاحتمالات	٠,٥	٠,٥	
١٣				
١٤	أقصى قيمة نقدية متوقعة			=MAX(D8:D10)
١٥	القيمة المتوقعة باستخدام المعلومات الكاملة		=MAX(B8:B10)*B12+=MAX(C8:C10)-D14	
١٦				

ونستخدم علامة الدولار $ والقيمة المطلقة في الجداول الإلكترونيــة وفي بقية الفصول لتثبيت قيمة خلية معينة نريد إعادة استخدام محتوياتها كما هـــي. وتحتوي الخلايا D9، D10 على القيم النقدية المتوقعة للبدائل الأخرى. وتحسب الخلية D14 أقصى قيمة نقدية متوقعة بالمعادلة‎=MAX(D8:D10)‎ لتصبـــح ٤٠٠٠٠ جنيه. وتحسب الخلية D15 القيمة المتوقعة باســـتخدام المعلومـــات الكاملة وذلك بنفس المدخل المشروح في هذا الفصل. وكما في خصائص الدوال الإلكترونية فإن تحليل ماذا يحدث إذا...؟ ?..What If يتـــم بـــإجراء تغيـــير للبيانات ومعرفة أثره على النتائج. وهي القيمة النقدية المتوقعة، والقيمة المتوقعـة باستخدام المعلومات الكاملة.

خسارة الفرصة البديلة المتوقعة

تحسب خسارة الفرصة البديلة المتوقعة باستخدام ورقة العمل الظـاهرة في شكل (٢). ويتم إدخال قيم خسارة الفرصة البديلة في الخلايـــا B8 إلى C10. ويتم إدخال الاحتمالات في الخلايا B12 و C12. فتحســـب ورقـــة العمـــل خسارة الفرصة الضائعة المتوقعة بضرب الاحتمالات في قيم خســـارة الفرصـــة البديلـــة. فمثـــلا، المعادلـــة المســـتخدمة للبديـــل الأول هـــي ‎=$B$12*B8+$C$12*C8‎. وتحسب الخلية D14 أدنى خســـارة فرصـــة ضائعة متوقعة باستخدام الدالة ‎=MIN(D8:D10)‎. مما يحـــدد أدنى قيمـــة في عمود خسارة الفرصة البديلة المتوقعة والذي يتكون من الخلايا D8 حتى D10.

D	C	B	A	
			خسارة الفرصة البديلة المتوقعة	١
				٢
EOL Computed	سوق غير	سوق ملائم	حالات الطبيعة	٣
				٤
				٥
			البدائل	٦
				٧
=$B$12*B8+$C$12*C8	١٨٠٠٠٠	٠	مصنع كبير	٨
=$B$12*B9+$C$12*C9	٢٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	مصنع صغير	٩
=$B$12*B10+$C$12*C10	٠	٢٠٠٠٠٠	لا شيء	١٠
				١١
	٠,٥	٠,٥	الاحتمالات	١٢
				١٣
=MIN(D8:D10)			أدنى خسارة فرصة متوقعة	١٤
				١٥

ويظهر جدول (٣) استخدام الجداول الإلكترونية لحساب معيار أقصى، أقصى أدنى، متماثل، ومعيار التحقق لشركة الأثاثات المشروحة في هذا الفصل. ومعيار التحقق هو ٠,٨ فيتم إدخالها في الخلايا B9 إلى C11. وتحسب أقصى قيم بالصف بالخلايا D9 حتى D11 باستخدام الدالة MAX= أو دالة أقصى قيمة. وتحسب أدنى قيمة بالصف باستخدام الدالة MIN=. ويحسب متوسط الصف وعمود معيار التحقق بضرب القيم النقدية في ١، ٥ في المتوسط أو ٠,٨ و (١-٠,٨) لمعيار التحقق. والأسلوب هو نفس المشروح في هذا الفصل، وتوضح الصفوف في أدنى الجدول النتائج النهائية. ويستخدم قرار أقصى الأقصى دالة MAX= لإيجاد أقصى أقصى قيمة – أعلى قيمة في الصف وأقصى الموجود في العمود. وتستخدم دالة MAX= لتحديد أقصى أدنى، والتماثل، ومعيار التحقق.

أدنى الأقصى Minimax

يستخدم معيار أدنى الأقصى جدول خسارة الفرصة الضائعة شكل (٤).

	A	B	C	D	E	F	G	H
١								
٢	خسارة الفرصة الضائعة		٠,٨					
٣								
٤	حالات الطبيعة	١	٢	صف الأقصى	صف	صف المتوسط	Realism Criterion	
٥								
٦								
٧	البدائل							
٨								
٩	١	٢٠٠٠٠٠	١٨٠٠٠٠-	=MAX(B9:C9)	=MIN(B9:C9)	=0.5*D9+0.5*E9	=$D$2*B9+(1-$D$2)*C9	
١٠	٢	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠-	=MAX(B10:C10)	=MIN(B10:C10)	=0.5*D10+0.5*E10	=$D$2*B10+(1-$D$2)*C10	
١١	٣	٠	٠	=MAX(B11:C11)	=MIN(B11:C11)	=0.5*D11+0.5*E11	=$D$2*B11+(1-$D$2)*C11	
١٢								
١٣	الأقصى (أعلى قيمة في صف الأقصيات)			=MAX(D9:D11)				
١٤	الأدنى (أعلى قيمة في صف الأدنيات)			=MAX(E9:E11)				
١٥	التماثل			=MAX(F9:F10)				
١٦	أقصى خسارة للفرصة الضائعة			=MAX(G9:G11)				
١٧								

وندخل قيمة خسارة الفرصة البديلة في الخلية **B8** إلى **C10**. وتحسب أقصى القيم باستخدام دالة **MAX =**. فمثلا، **=MAX(B8:C8)** تستخدم لإيجاد أعلى قيمة بالصف الأول. وهي ١٨٠٠٠٠ جنيه. وتحسب الخلية **D13** أدنى أقصى قيمة باستخدام الدالة **=MIN(D8:D10)**.

ويمكن استخدام نفس الجداول الإلكترونية المشروحة لحل مشكلة أي جدول قرارات يرتبط بثلاث بدائل وحالتين من حالات الطبيعة. ويمكن تعديل الجداول الإلكترونية للتعامل مع مشاكل أكبر. ومن الممكن وضع عدة جداول إلكترونية في ورقة واحدة أو ربطها معا باستخدام دوال الربط. مما يسمح بتحويل البيانات والنتائج من أحد الجداول آليا إلى جدول إلكتروني آخر.

	A	B	C	D
١	Minimax Criterion			
٢				
٣	حالات الطبيعة	سوق	سوق غير	الأقصى في الصف
٤				
٥				
٦	البدائل			
٧				
٨	مصنع كبير	٠	١٨٠٠٠٠	=MAX(B8:C8)
٩	مصنع صغير	١٠٠٠٠٠	٢٠٠٠٠	=MAX(B9:C9)
١٠	لا شيء	٢٠٠٠٠٠	٠	=MAX(B10:C10)
١١				
١٢	الأقصى			
١٣	الأدنى في صف الأقصيات			=MAX(D8:D10)
١٤				
١٥				
١٦				
١٧				
١٨				
١٩				
٢٠				

الفصل الثالث

مضامين الاحتمالات

Probability Concepts

مقدمة :

ستكون الحياة سهلة إذا ما عرفنا بدقة ما سيحدث في المستقبل. وستعتمد نتيجة أي قرار على مدى منطقية ورشد متخذ القرار. إذا فقدت أموال في سوق الأوراق المالية فقد يرجع ذلك إلى فشلك في الأخذ في الحسبان كل المعلومات أو في اتخاذ قرار منطقي. وإذا ما سقطت عليك الأمطار، فترجع مشاكلك إلى أنك نسيت مظلتك. ويمكنك دائما تجنب تشييد مصنع أكبر مما ينبغي أو الاستثمار في شركة تخسر فيها أموالك، أو حدوث عجز في المخزون، او فقد المحصول نتيجة لسوء الجو. فلن يكون هناك شيء مثل الاستثمارات الخطرة. فالحياة ستكون سهلة، ولكنها ستكون مملة.

ولم يتم إلا منذ القرن السادس عشر قيام الأفراد بتقييم المخاطر كميا وتطبيق هذا المضمون في حياتنا اليومية. فهناك احتمال ٤٠% لسقوط الأمطار علىالساحل الشمالي. وهناك ٥٠:٥٠ نسبة نجاح لارتفاع مؤشر سوق المال إلى أعلى مستوى له في الشهر القادم.

والاحتمال هو تعبير رقمي عن وقوع حدث معين.

سندرس في هذا الفصل المفاهيم الأساسية للاحتمالات، ومصطلحاتها، وعلاقات الاحتمالات المفيدة في حل عديد من مشاكل التحليل الكمية.

ويمكننا القول أن دراسة التحليل الكمي كانت لتصبح أصعب بدون وجود الاحتمالات.

المضامين الأساسية للاحتمالات :

هنالك جملتان أساسيتان عن رياضيات الاحتمالات :

١- الاحتمال ح لأي حدث، أو وضع للطبيعة لأي حدث سيكون أكبر من أو يساوي صفر وأقل من أو يساوي ١.

أي أن :

$$\text{صفر} \leq \text{ح (حدث)} \leq ١$$

والاحتمال صفر يعني أنه لا يتوقع حدوث الحدث أبدا.

والاحتمال ١ يعني أن الحدث يتوقع أن يحدث دائما.

٢- مجموع الاحتمالات البسيطة لكل العوائد الممكنة لحدث معين يجب أن تساوي ١.

ويظهر توضيح لهذين المفهومين في المثال التالي :

مثال ١ : قانون الاحتمالات

كان الطلب على الطلاء الأبيض لشركة البويات الحديثة ٠، ١، ٢، ٣ أو ٤ جالون في اليوم ولا يوجد احتمال آخر وحينما يحدث أحد هذه الأحداث، لا يحدث غيره. وخلال ٢٠٠ يوم عمل السابقين لاحظ المحلل المالي أن تكرار الطلب كان كما يلي :

الكمية المطلوبة بالجالون	عدد أيام التكرار
٠	٤٠
١	٨٠
٢	٥٠
٣	٢٠
٤	١٠
إجمالي	٢٠٠

وإذا كان التوزيع السابق مؤشرا جيدا للمبيعات في المستقبل، فيمكننا إيجاد احتمالات حدوث كل نتيجة في المستقبل بتحويل البيانات إلى نسبة مئوية من الإجمالي كما في الجدول التالي :

الكمية المطلوبة	الاحتمالات	
٠	٠,٢٠	٢٠٠/٤٠
١	٠,٤٠	٢٠٠/٨٠
٢	٠,٢٥	٢٠٠/٥٠
٣	٠,١٠	٢٠٠/٢٠
٤	٠,٠٥	٢٠٠/١٠
إجمالي	١,٠٠	

وبالتالي، فإن احتمالات حدوث مبيعات بمقدار ٢ جالون من الطــلاء في أي يوم هي ح (٢ جالون) = ٠,٢٥ = ٢٥%.

واحتمالات مبيعات أي كمية يجب أن تكون أكبر من أو تساوي الصفــر وأقل من أو تساوي ١. ونظرا لأن ٠، ١، ٢، ٣، ٤ جــالون تســتنفذ كــل الأحداث الممكنة أو النتائج، فإن إجمالي احتمالاتها يجب أن يساوي ١.

أنواع الاحتمالات

توجد طريقتان مختلفتان لتحديـــد الاحتمـــالات. المدخـــل الموضوعـــي **Objective Approach** والمدخل الشخصي **Subject Approach**.

المدخل الموضوعي لتحديد الاحتمالات

وضح المثال السابق التحديد الموضوعي للاحتمالات. فاحتمالات مستوى الطلب على الطلاء كان التكرار النسبي لحدوث هذا الطلب بعدد كبير من الملاحظات والتجربة (٢٠٠ يوم في هذه الحالة). وبصفة عامة :

$$\text{ح (حدث)} = \frac{\text{عدد مرات حدوث الحدث}}{\text{إجمالي عدد التجارب أو النتائج}}$$

ويمكن تحديد الاحتمالات الموضوعية باستخدام ما يطلق عليه الطريقة الكلاسيكية أو ما يطلق عليه الطريقة المنطقية. بدون استخدام سلسلة من التجارب، يمكننا منطقيا تحديد احتمالات الأحداث المختلفة. فمثلا، احتمال إلقاء عملة مرة واحدة والحصول على وجه هي :

$$\text{ح (وجه)} = \frac{1 \leftarrow \text{عدد مرات الحصول على وجه}}{2 \leftarrow \text{عدد العوائد الممكنة (وجه أم كتابة)}}$$

وبالمثل احتمال سحب ورقة القلب من مجموعة من ٥٢ ورقة كوتشينة يمكن تقديره منطقيا كما يلي :

$$\text{ح (قلب)} = \frac{13 \rightarrow \text{عدد فرص سحب قلب}}{52 \rightarrow \text{إجمالي عدد النتائج الممكنة}}$$

$$= \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

تقدير الاحتمالات ذاتيا

عندما يكون المنطق والتاريخ الماضي ليسا مناسبين، فيمكن تحديد قيم الاحتمالات بطريقة شخصية أو ذاتية. وتعتمد درجة دقة الاحتمالات الذاتية على خبرة وحكم القائم بالتقدير.

وفي عديد من الحالات لا يمكن تحديد قيم الاحتمالات ما لم نستخدم مدخل شخصي. ما هي احتمالات ارتفاع سعر البنزين عن ٢ جنيه للتر في السنوات المقبلة؟ ما هي احتمالات وقوع الاقتصاد القومي في كساد خلال عام ٢٠٠٥؟، ما هي احتمالات أن تصبح رئيسا لإحدى الشركات خلال العشرين سنة المقبلة؟

وهناك طرق كثيرة لتقدير الاحتمالات ذاتيا. ويمكن أن يستخدم تجميع الآراء في المساعدة في تحديد الاحتمالات الذاتية لنتائج انتخابات مقبلة لأحد المرشحين. وفي بعض الحالات، يجب استخدام الخبرة والحكم الشخصي لتحديد

الاحتمالات الذاتية أو القيم الاحتمالية. فمدير إنتاج قد يعتقد أن احتمال تصنيع منتج جديد بدون عيوب يعادل ٠,٨٥.

الأحداث المانعة بالتبادل والأحداث غير المانعة بالتبادل
Mutually exclusive and Collectively Exhaustive Events

يطلق على الأحداث أنها أحداث مانعة بالتبادل **Mutually exclusive** إذا كان حدوث أحد الأحداث يمنع حدوث الآخر في أي تجربة واحدة. ويطلق على الأحداث أنها أحداث غير مانعة بالتبادل **Collectively Exhaustive** إذا كانت قائمة النتائج تتضمن كل نتيجة ممكنة لكل حدث.

وتتضمن عديد من الممارسات أحداث لها كلا الحاليتين. فعند إلقاء عملة مثلا، فإن النتائج الممكنة هي وجه أو كتابة. ونظرا لأن كل منهما لا يمكن أن يحدث في نفس الرمية، فإن الناتج وجه أو كتابة يطلق عليها أنها أحداث مانعة بالتبادل**Mutually exclusive**. ونظرا لأن الحصول على صورة وكتابة يمثل كل النتائج المحتملة، فإنهما أحداث غير مانعة بالتبادل **Mutually exclusive**.

مثال (٢) إلقاء زهر

إلقاء زهر تجربة بسيطة لها ٦ نتائج ممكنة، وتعرض القائمة التالية النتائج الممكنة واحتمالات كل منها.

نتيجة إلقاء الزهر	الاحتمالات
١	٦/١
٢	٦/١
٣	٦/١
٤	٦/١
٥	٦/١
٦	٦/١
الإجمالي	١

وهذه الأحداث هي أحداث مانعة بالتبادل وأحداث غير مانعة بالتبادل (في أي إلقاء حيث يمكن أن يحدث أحد الأحداث الستة) وهي أيضا (يحدث إحداها فقط وبالتالي فإن مجموع احتمالاتها يساوي ١).

مثال (٣) : سحب كارت

طلب منك سحب كارت من مجموعة من ٥٢ كارت من أوراق اللعب. وباستخدام التحديد المنطقي للاحتمالات، من السهل تحديد بعض العلاقات مثل:

$$ح\ (سحب\ ٧) = \frac{٤}{٥٢} = \frac{١}{١٣}$$

$$ح\ (سحب\ قلب) = \frac{١٣}{٥٢} = \frac{١}{٤}$$

وهذه الأحداث (سحب ٧ وسحب قلب) ليسا مانعين بالتبادل نظـرا لأن ٧ من نوع القلب يمكن أن تسحب. وهما أيضا ليسا غير مانعين بالتبادل نظــرا لأن هناك بطاقات أخرى في المجموعة بخلاف السبعات والقلوب.

ويمكنك اختبار فهمك لهذه المضامين بدراسة الحالات التالية :

سحب	مانعة بالتبادل	غير مانعة بالتبادل
١- سحب قلب ومعين	نعم	لا
٢ - سحب كارت صورة وكارت٣	نعم	نعم
٣- سحب عدد ١ و ٣	نعم	لا
٤- سحب قلب وكارت غير قلب	نعم	نعم
٥- سحب ٥ تريفل	لا	لا
٦- سحب كارت أحمر وتريفل	لا	لا

تجميع الأحداث المانعة بالتبادل

عادة ما نهتم بما إذا كان أحد الأحداث أو الآخر سـيحدث. وحينمـا يكون الحدثان مانعين بالتبادل، فإن قانون الجمع يكون كما يلي :

ح (حدث أ أو حدث ب) = ح (حدث أ) + ح (حدث ب)

أو باختصار أكثر :

ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح (ب)

فمثلا، رأينا أن حدث سحب قلب أو تريفل من مجموعة أوراق اللعب هي مانعة بالتبادل. ونظرا لأن :

$$ح\ (قلب) = \frac{١٣}{٥٢} \qquad ،\ ح\ (تريفل) = \frac{١٣}{٥٢}$$

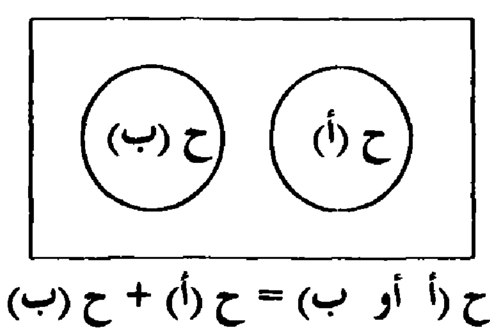
فإن احتمال سحب أي من القلب أو التريفل يكون.

ح (قلب أو تريفل) = ح (قلب) + ح (تريفل)

$$= \frac{١٣}{٥٢} + \frac{١٣}{٥٢} = \frac{٢٦}{٥٢} = \frac{١}{٢}$$

= ٠,٥ = ٥٠٪

وتوضح خريطة Ven في شكل (١) احتمالات حدوث أحداث مانعة بالتبادل.



ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح (ب)

شكل (١) قانون التجميع للأحداث المانعة بالتبادل

قانون جمع الأحداث غير المانعة بالتبادل

حينما يكون حدثان ليسا مانعين بالتبادل يجب تعديل معادلة (٢) للأخذ في الحسبان الازدواج في الحساب. فالمعادلة الصحيحة تخفض الاحتمالات بطرح فرص حدوث الحدثان معا.

ح (الحدث أ أو الحدث ب) = ح(الحدث أ) + ح(الحدث ب) – ح(حدث حدوث أ أو ب)

ويمكن تمثيل ذلك بطريقة مختصرة كما يلي :

ح (أ أو ب) = ح (أ) + ح (ب) – ح (أ أو ب) (٣)

ويوضح شكل (٢) مضمون طرح احتمالات النتائج المشتركة بين الحدثان. حينما يكون الحدثان مانعين بالتبادل، فإن المنطقة المتداخلة بينما يطلق عليها التداخل **Intersection** تكون صفر. كما في شكل (١).

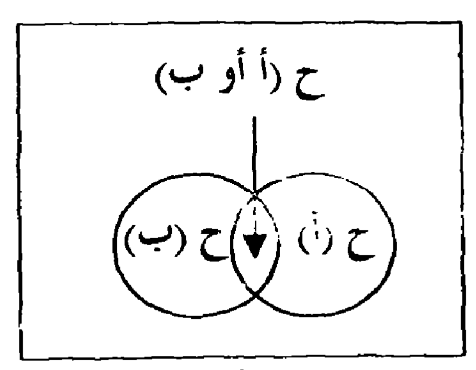
لندرس حالة سحب ٥ وقلب من مجموعة أوراق اللعب.

هذان الحدثان ليسا مانعين بالتبادل، لذلك يجب تطبيق المعادلة (٣) لحساب احتمال سحب أي من ٥ أو قلب.

ح (٥ أو قلب) = ح (٥) + ح (قلب) – ح (٥ وقلب)

$$= \frac{٤}{٥٢} + \frac{١٣}{٥٢} - \frac{١}{٥٢}$$

$$= \frac{١٦}{٥٢} = \frac{٤}{١٣}$$



شكل (٢) قانون تجميع الأحداث غير المانعة بالتبادل

الأحداث المستقلة احصائيا

Statistical Independent Events

قد تكون الأحداث إما مستقلة أو تابعة. وحينما تكون مستقلة Independent فإن حدوث أحد الأحداث ليس له تأثير على احتمالات حدوث الحدث الثاني. افحص مجموعات الأحداث التالية وحدد أيهما مستقل.

١- (أ) مستوى تعليمك.

(ب) مستوى دخلك

أحداث تابعة. هل يمكن شرح السبب؟

٢-(أ) سحب شايب قلب من مجموعة أوراق لعب من ٥٢ ورقة.

(ب) سحب شايب تريفل من مجموعة أوراق لعب من ٥٢ ورقة

أحداث مستقلة.

٣- (أ) نادي الأهلي يكسب كأس الأندية.

(ب) نادي الأهلي يكسب كأس أبطال الكؤوس العربية.

أحداث تابعة.

٤- (أ) سقوط أمطار على الإسكندرية.

(ب) سقوط أمطار على أسوان.

أحداث مستقلة.

والأنواع الثلاثة من الاحتمالات في ظل كل من الاستقلال الإحصائي والتبعية الاحصائية هي :

(١) احتمالات حدية **Marginal**.

(٢) احتمالات مشتركة **Joint**.

(٣) احتمالات شرطية **Conditional**.

وحينما تكون الأحداث مستقلة يصبح من السهل حساب هذه الاحتمالات الثلاثة كما سيلي :

الاحتمال الحدي أو البسيط Marginal or Simple

هو احتمال حدوث حدث ما. مثلا، إذا ألقينا زهرة فإن الاحتمالات الحدية لأن يظهر الرقم ٢ بالوجه الأعلى هو ح(الرقم ٢) = ١/٦ = ٠,١٦٦. ونظرا لأن كل رمية مستقلة تعتبر حدث مستقل (أي أن ما نحصل عليه في الرمية الأولى ليس له أي علاقة بنتيجة الرمية الثانية. فالاحتمال الحدي لكل نتيجة ممكنة هي ١/٦.

والاحتمال المشترك The Joint Probabilities لحدثين مستقلين أو أكثر هو ناتج ضرب احتمالاتهم البسيطة أو الحدية. ويمكن صياغته كما يلي:

ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب) (٤)

حيث :

ح (أ ب) = الاحتمال المشترك لحدوث الحدث أ و ب معا، أو أحدهما بعد الآخر

ح (أ) = الاحتمال الحدي للحدث أ

ح (ب) = الاحتمال الحدي للحدث ب

واحتمالات الحصول على العدد ٦ في أول رمية للزهر ثم العدد ٢ في الرمية الثانية هو :

ح (٦ في الرمية الأولى، ٢ في الرمية الثانية) = ح (احتمال ٦) × ح (احتمال ٢)

$$= \left(\frac{١}{٦}\right) \times \left(\frac{١}{٦}\right) = \frac{١}{٣٦} = ٠,٠٢٨$$

والنوع الثالث هو الاحتمالات المشروطة Conditional Probability

ويوصف بأن ح (أ|ب) أو احتمال حدوث ب إذا ما حدثت أ أيضا. وتعني ح (ب|أ) الاحتمالات المشروطة للحدث أ إذا ما حدث الحدث ب. وحينما تكون الأحداث مستقلة فإن حدوث أحدها لا يؤثر بأي طريقة على النتائج التالية.

ح (أ|ب) = ح (أ) و ح (ب|أ) = ح (أ|ب)

مثال : عن الاحتمالات في حالة الأحداث مستقلة

يحتوي صندوق على ٣ كرات سوداء، ٧ كرات خضراء. اسحب كـــرة من الصندوق، ثم أعدها واسحب كرة أخرى. يمكننا تحديد احتمالات كل مـــن حدوث الأحداث التالية كما يلي :

١- سحب كرة سوداء في المرة الأولى

ح (ب) = ٠,٣ (وهي احتمال حدي)

٢- سحب كرتان خضراء

ح (خـــ خـــ) = ح (خـــ) × ح (خـــ)

= ٠,٧ × ٠,٧ = ٠,٤٩

٣- سحب كرة سوداء في المرة الثانية إذا كانت الأولى خضراء

ح (س/خـــ) = ح (س) = ٠,٣٠ (وهي احتمال مشـــروط ولكن مساوي للاحتمال الحدي نظرا لأن السحبان حدثان مستقلان)

٤- سحب كرة خضراء في المرة الثانية إذا كانت السحبة الأولى كـــرة خضراء.

ح (خـــ خـــ) = ح (خـــ) = ٠,٣٠ (وهي احتمال مشروط كمـــا في الحالة السابقة ٣)

الأحداث التابعة إحصائيا

Statistical Dependent Events

عندما تكون الأحداث تابعة إحصائيا. فإن حدوث حدث يؤثـــر علـــى احتمال حدوث حدث آخر. وتقع الاحتمالات الحدية والشرطية والمشـــتركة في

ظل الأحداث التابعة كما تحدث في ظل الأحداث المستقلة، ولكن يتغير شكل النوعان الآخران.

فالاحتمالات الحدية تحسب تماما كما في الأحداث المستقلة. ومرة أخرى فإن الاحتمالات الحدية لحدوث الحدث أ يطلق عليها ح (أ) وحساب الاحتمالات الشرطية في ظل الأحداث التابعة يكون أكثر ارتباطا من عامل الاستقلال. ومعادلة الاحتمالات المشروطة لحدوث أ بشرط أن حدوث ب هي:

$$ح(أ|ب) = \frac{ح(أ\ ب)}{ح(ب)} \qquad (٥)$$

وعادة ما يشار إلى المعادلة السابقة بأنها قانون بايز **Bay's Law** أو نظرية بايز **Bay's Theorem** وسنشرحها بالمثال التالي :

مثال (٥) : الاحتمالات في حالة الأحداث تابعة

بفرض أن بأحد الصناديق ١٠ كرات بالمواصفات التالية :

٤ بيضاء (ب) وعليها حرف (ل)

٢ بيضاء (ب) وعليها رقم (ن)

٣ صفراء (ص) وعليها حرف (ل)

١ صفراء (ص) وعليها رقم (ن)

وقد سحبت عشوائيا كرة من الصندوق ووجدها صفراء. ما هي احتمالات وجود حرف على الكرة؟ شكل (٣).

نظرا لوجود ١٠ كرات، فمن السهل إعداد جدول بالاحتمالات الممكنة.

ح (ب ل) = ٤/١٠ = ٠,٤   ح (ص ل) = ٣/١٠ = ٠,٣

ح (ب ن) = ٢/١٠ = ٠,٢   ح (ص ن) = ١/١٠ = ٠,١

ح (ب) = ٦/١٠ = ٠,٦   ح (ص) = ٤/١٠ = ٠,٤

أو ح (ب) = ح (ب ل) + ح (ب ن) = ٠,٤ + ٠,٢ = ٠,٦

ح (ل) = ٧/١٠ = ٠,٧

أو ح (ل) = ح (ب ل) + ح (ص ل) = ٠,٤ + ٠,٣ = ٠,٧

ح (ص) = ٤/١٠ = ٠,٤

أو ح(ص) = ح (ص ل) + ح (ص ن) = ٠,٣ + ٠,١ = ٠,٤

ح (ن) = ٣/١٠ = ٠,٣

أو ح (ص ن) = ح (ب ن) + ح (ص ن) = ٠,٢ + ٠,١ = ٠,٣

ويمكننا تطبيق قانون بايز لحساب الاحتمالات المشروطة بأن الكرة المسحوبة عليها حرف ل بافتراض أنها صفراء.

$$ح\,(ل|ص) = \frac{ح\,(ص\,ل)}{ح\,(ص)} = \frac{٠,٣}{٠,٤} = ٠,٧٥$$

قسمنا في هذه المعادلة احتمال سحب الكرات الصفراء والتي عليها حرف (٣ من عشرة) على احتمال سحب كرة صفراء (٤ من ١٠). فهناك ٠,٧٥ احتمال أن الكرة الصفراء التي سحبتها يكون عليها حرف.

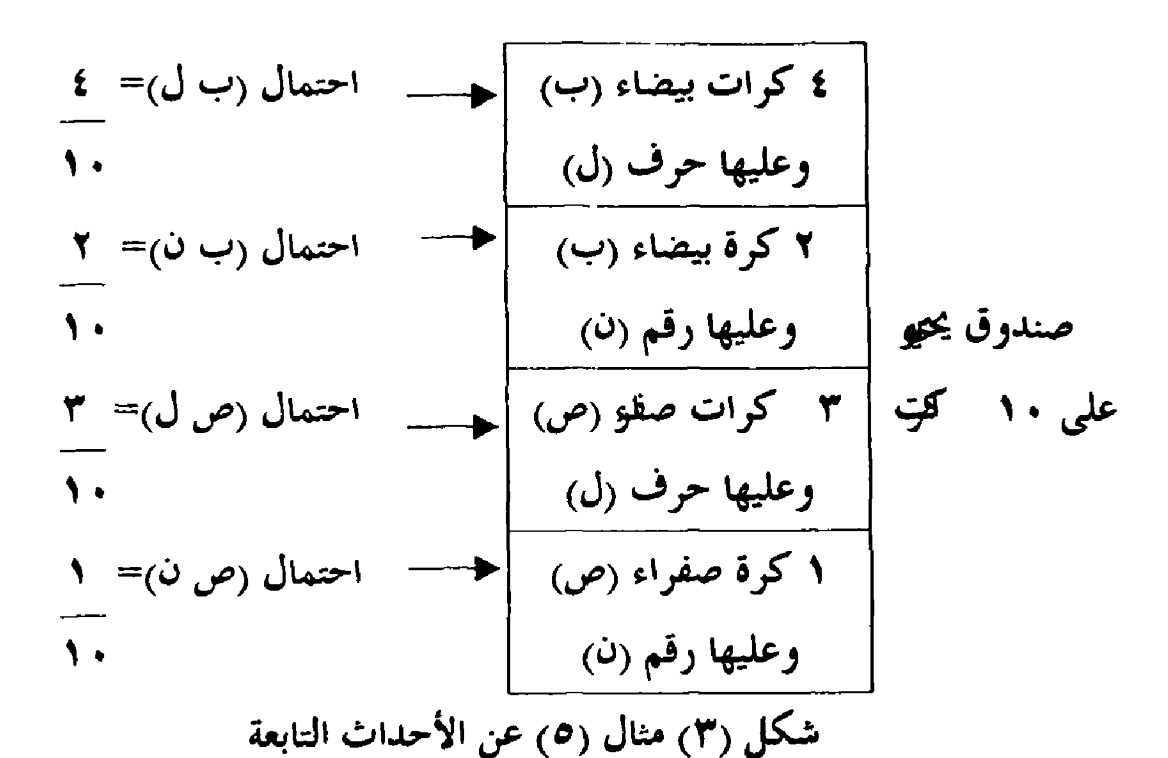
ويمكنك تذكر معادلة الاحتمالات المشتركة في ظل الأحداث المستقلة بأنها ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب). وحينما تكون الأحداث تابعة، فإن الاحتمالات المشتركة تشتق من معادلة بايز الشرطية. وتصاغ المعادلة ٦ على أنها الاحتمالات المشتركة للأحداث أ، ب ليحدثا وهي تساوي الاحتمال المشروط للحدث أ بشرط حدوث الحدث ب، مضروبا في احتمال الحدث ب.

$$ح\,(أ\,ب) = ح\,(أ|ب) \times ح\,(ب) \qquad (٦)$$

يمكننا استخدام هذه المعادلة من فحص الاحتمالات المشروطة كما يلي :

ح (ص ل) = ٠,٣ والتي تم الحصول عليها في المثال (٥). وبضرب ح(ل|ص) في ح(ص)

$$ح\,(ص\,ل) = ح\,(ل|ص) \times ح\,(ص) = (٠,٧٥) \times (٠,٤) = ٠,٣$$



شكل (٣) مثال (٥) عن الأحداث التابعة

مثال (٦) : الاحتمالات المشتركة في حالة الأحداث تابعة

أخطرك سمسار الأوراق المالية بأنه إذا وصل مؤشر سوق المال إلى مستوى ٣٩٠٠ نقطة في يناير فهناك احتمال ٧٠٪ ارتفاع قيمة أسهم شركة النصر.

وإحساسك الخاص أن هناك فرصة ٤٠٪ لأن يصل متوسط أسعار السوق إلى ٣٩٠٠ نقطة في يناير.

هل يمكنك حساب احتمال ارتفاع مؤشر سوق المال إلى مستوى ٣٩٠٠ نقطة وارتفاع سعر أسهم شركة النصر أيضا؟

الحل

بفرض أن م تمثل حدث ارتفاع مؤشر سوق المال إلى مستوى ٣٩٠٠ نقطة، وأن ت تمثل حدث ارتفاع أسعار أسهم شركة النصر فإن :

ح (م ت) = ح (ت|م) × ح (م)

= (٠,٧) × (٠,٤) = ٠,٢٨

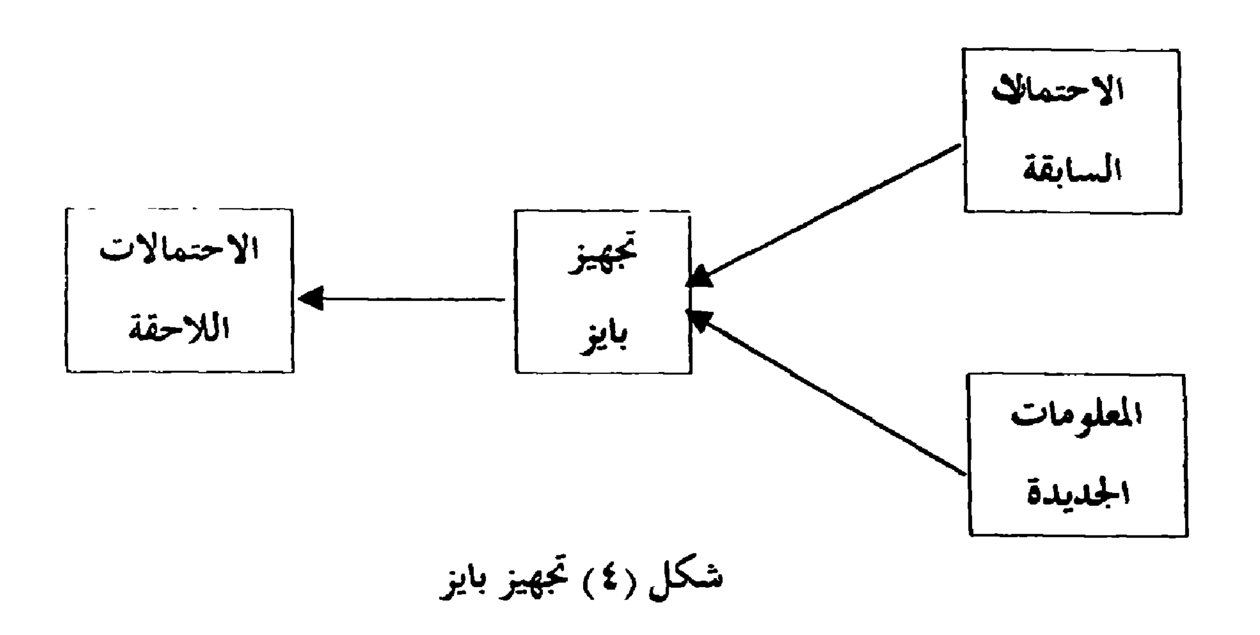
وبالتالي فهناك فرصة ٢٨% أن يحدث الحدثان معا.

تحسين الاحتمالات باستخدام نظرية بايز

يمكن استخدام نظرية بايز لتضمين معلومات إضافية كلما توفرت مما يساعد في تحديد احتمالات محسنة أو تالية Posterior وهذا يعني أنه يمكننا أخذ بيانات جديدة أو حديثة ثم تعديل وتحسن تقديراتنا السابقة للاحتمالات حدث معين كما في شكل (٤). ادرس المثال التالي :

مثال(٧) : عن الاحتمالات اللاحقة Posterior Probabilities

يحتوي كوب على زهرين متماثلين في الشكل. أحدهما صحيح (غير متحيز) والآخر غير متوازن (متحيز) واحتمالات ظهور العدد ٣ على الزهر الصحيح هو ٦/١ = ٠,١٦٦. واحتمالات الوصول لنفس الرقم في الزهر غير المتوازن هو ٠,٦.



شكل (٤) تجهيز بايز

وليس لدينا القدرة على تحديد أي من الزهرين، ولكن اختيار أحدهما بالصدفة. ستكون النتيجة الرقم ٣. وبمعرفة هذه المعلومة هل يمكنك تحسين احتمالات أن الزهر الذي ألقي كان الزهر الصحيح؟ وهل يمكننا تحديد احتمالات أن الزهر الذي ألقي كان هو الزهر غير المتوازن؟ والإجابة على هذه الأسئلة هي نعم. وذلك باستخدام معادلة الاحتمالات المشروطة للأحداث التابعة إحصائيا ونظرية بايز.

أولا، نأخذ مخزون المعلومات والاحتمالات المتاحة. ونعرف، على سبيل المثال، أنه حين اختيارنا الزهر الذي نلقيه عشوائيا، فإن احتمالات أن يكون صحيح أو غير متوازن هي ٠,٥٠.

ح (صحيح) = ٠,٥٠ ح (غير متوازن) = ٠,٥٠

ونعلم أيضا أن

ح (٣|صحيح) = ١٦٦ ٠ ح (٣|غير متوازن) = ٠.٦٠

ثم، يمكننا حساب الاحتمالات المشتركة ح(٣ وصحيح) و ح(٣ وغير متوازن) باستخدام المعادلة ح (أ ب) = ح(أ|ب) × ح(ب)

ح (٣ و صحيح) = ح (٣|صحيح) × ح(صحيح)

= (٠,١٦١) × (٠,٥٠)

= ٠,٠٨٣

ح (٣ وغير متوازن) = ح (٣ غير متوازن) × ح (غير متوازن)

= (٠,٦٠) × (٠,٥٠) = (٠,٣٠٠)

ويمكن أن نصل إلى الرقم ٣ بمزيج من حالة زهر صحيح أو بمزيج من حالة زهر غير متوازن. ومجموع احتمالاتهما بمراعاة الاحتمالات الحدية للوصول إلى الرقم ٣ هي :

ح (٣) = ٠,٠٨٣ + ٠,٣٠٠ = ٠,٣٨٣

وإذا ظهر الرقم ٣ ولم نعلم أي من الزهران تم استخدامه، فإن احتمالات أن يكون الزهر هو الصحيح هي :

$$\text{ح(صحيح|٣)} = \frac{\text{ح(صحيح و٣)}}{\text{ح(٣)}}$$

$$= \frac{٠.٣٠٠}{٠.٣٨٣} = ٠.٧٨$$

ويطلق على هذان الاحتمالان الشرطيان الاحتمالات اللاحقة أو المحسنة للرمية الثانية للزهر.

وقبل إلقاء الزهر في المثال السابق، فإن أفضل ما نقوله هو وجود فرصة ٥٠:٥٠ أن الزهر هو الصحيح (٠,٥٠ احتمالات) وفرصة ٥٠:٥٠ أنه الزهر غير الموزون. وبعد أول رمية للزهر، نستطيع تحسين تقديراتنا الاحتمالية السابقة. والتقديرات اللاحقة الجديدة هي أن هناك احتمالات ٠,٧٨ أن الزهر الملقى كان غير متوازن وهناك احتمال ٠,٢٢ أنه الصحيح.

الشكل العام لنظرية بايز

يمكن حساب الاحتمالات المحسنة بطريقة مباشرة باستخدام شكل عام لنظرية بايز. فلقد وجدنا في المعادلة (٥) أن قانون بايز للاحتمالات الشرطية للحدث أ بشرط حدوث ب هو :

$$\text{ح}(\text{أ}|\text{ب}) = \frac{\text{ح}(\text{أ ب})}{\text{ح}(\text{ب})}$$

ويمكننا الوصول إلى :

$$\text{ح}(\text{أ}|\text{ب}) = \frac{\text{ح}(\text{ب}|\text{أ}) \times \text{ح}(\text{أب})}{\text{ح}(\text{ب}|\text{أ}) \times \text{ح}(\text{أ}) + \text{ح}(\text{ب}|\text{أ}') \times \text{ح}(\text{أ}')} \qquad (٧)$$

حيث :

أَ هي مكمل الحدث أ، فمثلا إذا كان أ هو حدث (زهر صحيح) فـإن أَ هو حدث (زهر غير موزون)

لنعود للمثال ٧ :

بالرغم أنه لم يتضح من النظرة الأولى، فإننا استخدمنا المعادلة الأساسـية لحساب الاحتمالات المحسنة. فمثلا، إذا رغبنا في حساب احتمالات أن الزهـر الصحيح تم إلقاؤه بفرض أن نتيجة أول رمية كانت الرقم ٣ أي،

ح(زهر صحيح) | (النتيجة ٣)، يمكننا ذكر

الحدث "زهر صحيح" استبدل أ في الدالة ٧

الحدث "زهر غير موزون" استبدل أَ في الدالة ٧

الحدث "النتيجة ٣" استبدل ب في الدالة ٧

ويمكننا إعادة صياغة الدالة ٧ وحلها كما يلي :

ح(زهر صحيح|النتيجة ٣) = ح(٣|زهر صحيح) × ح(زهر صحيح) ÷ [ح(٣|زهر صحيح) × ح(زهر صحيح) – ح(٣|زهر غير موزون) × ح(زهر غير موزون)]

= (٠,٥٠) × (٠,١٦٦) ÷ [(٠,٥٠) × (٠,٦٠) + (٠,٥٠) × (٠,١٦٦)]

= ٠,٠٨٣ ÷ ٠,٣٨٣ = ٠,٢٢

وهي نفس الإجابة التي وصلنا إليها في المثال رقم (٧). هل يمكنك استخدام هذا المدخل البديل لإثبات أن = ح(زهر غير موزون|الرقم ٣) = ٢,٧٨

وكلا الطريقتان مقبولتان، ولكن ستجد أن المعادلة ٧ أسهل في التطبيق.

تطبيقات على الاحتمالات

بالرغم من أن إجراء تحسين على احتمالات سابقة يؤدي إلى تقديرات لاحقة أفضل، فإن معلومات إضافية يمكن أن تكتسب من تنفيذ التجربة مرة ثانية. وإذا كانت مبررة ماليا، فقد يقرر متخذ القرار إجراء تحسينات إضافية.

مثال ٨ : تحسين ثاني للاحتمالات

بالرجوع إلى المثال رقم (٧) سنحاول الحصول على معلومات إضافية عن الاحتمالات السابقة وذلك لمعرفة ما إذا كان الزهر الذي ألغي كان الزهر الصحيح أو غير الموزون. ولذلك، لنلقي الزهر مرة أخرى. ومرة أخرى نجد الرقم ٣. ما هو الاحتمال المحسن التالي؟

للإجابة على هذا السؤال سنبدأ كما سبق باستثناء وحيد، احتمالات ح(صحيح) = ٠,٥، احتمالات ح(غير موزون) = ٠,٥ تظل كما هي.

وكان علينا حساب :

ح(٣.٣|صحيح) = (١,٦٦) (١,٦٦) = ٠,٠٢٧

و ح(٣.٣|غير موزون) = (٠,٦) (٠,٦) = ٠,٣٦

وبهذه الاحتمالات المشتركة لوجود اثنين من الرقم ٣ في رميتين متتـاليتين والأخذ في الحسبان نوعي الزهر، يمكننا تعديل الاحتمالات.

ح(٣.٣ وصحيح) = ح(٣.٣ |صحيح) × ح(صحيح)
= (٠,٠٢٧) (٠,٠٥) = ٠,٠١٣

ح(٣.٣ وغير موزون) = ح(٣.٣|غير موزون) × ح(غير موزون)
= (٠,٣٦) (٠,٥) = ٠,١٨

ولذلك، فإن احتمال الحصول على اثنين من رقم ٣، احتمال حدي هو ٠,٠١٣ + ٠,١٨ = ٠,١٩٣ ومجموع الاحتمالان المشتركان

ح(صحيح|٣.٣) = ح(٣.٣ وصحيح) / ح(٣.٣)

= ٠,٠١٣ / ٠,١٩٣ = ٠,٠٦٧

ح(غير موزون|٣.٣) = ٠,١٨ / ٠,١٩٣ = ٠,٩٣٣

ما الذي حققته الرمية الثانية للزهر؟ قبل أن نلقي الزهر لأول مرة كـــان هناك احتمال ٠,٥ انه قد يكون صحيح أو يكون غير موزون. وعنـــد إلقــاء الزهر أول مرة في المثال رقم (٧)، استطعنا تعديل الاحتمال ليصبح :

احتمال أن الزهر الصحيح = ٠,٢٢

احتمال أن الزهر غير موزون = ٠,٧٨

وبعد إلقاء الزهر للمرة الثانية في المثال رقم (٨)، وصلنـــا إلى التحســـن الذي يؤدي إلى

احتمال أن الزهر صحيح = ٠,٠٦٧

واحتمال أن الزهر غير موزون = ٠,٩٣٣

ويمكن أن يكون هذا النوع من المعلومات ذا منفعـــة كبـــيرة في اتخـــاذ القرارات في المنشآت.

ملخص :

درسنا في هذا الفصل أسس الاحتمالات. حيث تبين أن القيم الاحتمالية يمكن تحديدها إما موضوعيا أو ذاتيا. وأي مفردة احتمالات يجب أن تكون بين صفر، ١. ومجموع قيم الاحتمالات والأحداث يمكن أن تكون رقم عشري. وتتضمن هذه الخاصية الأحداث المانعة بالتبادل، أحداث غير المانعة بالتبادل، والأحداث المستقلة إحصائيا، والأحداث التابعة إحصائيا. وتعتمد قاعدة حساب القيم الاحتمالية على هذه الخصائص الأساسية. ومن الممكن تحسين القيم الاحتمالية عند إتاحة معلومات إضافية وذلك باستخدام نظرية بايز.

والمواضيع المشروحة في هذا الفصل والفصل التالي هامة للغاية لعديد من الفصول المقبلة. فالمضامين الأساسية للاحتمالات وللتوزيع الاحتمالي ستستخدم في نظرية القرارات، وفي نماذج الرقابة على المخزون، وفي سلاسل ماركوف، وفي الرقابة على الجودة، وفي نماذج تقييم ومتابعة البرامج، وفي المحاكاة.

المعادلات الأساسية

الجملة الأساسية للاحتمالات :

٠ ≥ ح(حدث) ≥ ١ (١)

قانون تجميع الأحداث المانعة بالتبادل :

ح(أ أو ب) = ح(أ) + ح(ب) (٢)

قانون تجميع الأحداث غير المانعة بالتبادل

ح(أ ب) = ح(أ) × ح(ب) - ح(أ أو ب) (٣)

الاحتمالات المشتركة للأحداث المستقلة ·

ح(أ ب) = ح(أ) × ح(ب) (٤)

قانون بايز للاحتمالات الشرطية :

ح(أ|ب) = ح(أ ب) / ح(ب) (٥)

قانون الاحتمالات المشتركة للأحداث التابعة : إعادة صياغة قانون بايز

ح(أ ب) = ح(أ|ب) × ح(ب) (٦)

إعادة صياغة قانون بايز في شكل عام :

ح(أ|ب) = ح(ب|أ) × ح(أ) / (ح(ب|أ) × ح(أ) + ح(ب|أ′) × ح(أ′)) (٧)

ملحق (١)

اشتقاق نظرية بايز

اشتقاق الصيغة العامة لنظرية بايز :

بمعلومية صحة المعادلات الثلاثة التالية :

$$\text{ح(أ|ب)} = \frac{\text{ح(أ ب)}}{\text{ح(ب)}} \qquad (١)$$

$$\text{ح(ب|أ)} = \frac{\text{ح(أ ب)}}{\text{ح(أ)}} \qquad (٢)$$

والتي يمكن إعادة صياغتها كما يلي :

$$\text{ح(ب|أ)} = \frac{\text{ح(}\text{أ}'\text{ ب)}}{\text{ح(}\text{أ}'\text{)}} \qquad (٣)$$

علاوة على ذلك، بالتعريف نعلم أن :

ح(ب) = ح(أ ب) + ح(أَ ب)

= ح(ب|أ) × ح(أ) + ح(ب|أَ) × ح(أَ) (٤)

من ٢ ← ح(ب|أ)   من ٣ ← ح(أَ)

وبإحلال المعادلة رقم (٢) في المعادلة رقم (١)، نصل إلى :

ح(أ|ب) = ح(أ ب) / ح(ب)

= ح(ب|أ) × ح(أ) / [ح(ب|أ) × ح(أ) + ح(ب|أَ) × ح(أَ)] (٥)

وهذه الدالة هي الشكل العام لنظرية بايز المشروحة في هذا الفصل.

تطبيقات :

١- يدرس أحد الطلاب مادة الأساليب الكمية بجامعة الإسكندرية وسيحصل على إحدى الدرجات المحتملة لهذا المنهج أ، ب، جـ، د أو هـ.
وكان توزيع الدرجات خلال السنتان الماضيتان كما يلي :

الدرجة	عدد الطلاب
أ	٨٠
ب	٧٥
جـ	٩٠
د	٣٠
هـ	٢٥
إجمالي	٣٠٠

وإذا كان التوزيع الماضي يعتبر مؤشر جيد للدرجات المتوقعة في المستقبل، فما هي احتمالات أن يحصل الطالب على درجة جـ في هذه المادة؟

٢- ألقيت عملة معدنية مرتين. احسب احتمال حدوث كل مما يلي :

(أ) صورة في أول رمية.

(ب) كتابة في ثاني رمية بمعلومية أن أول رمية كانت صورة.

(جـ) كتابتان.

(د) كتابة في أول رمية وصورة في الرمية الثانية.

(هـ) كتابة في الأولى وصورة في الثانية أو صورة في الأولى وكتابة في الثانية.

(و) صورة على الأقل في الرميتين.

٣- يحتوي صندوق على ٨ كرات حمراء، ١٠ كرات خضراء، ٢ كرة بيضاء. ويتم سحب كرة ثم إعادتها، ثم سحب كرة ثانية وهكذا. ما هي احتمالات ؟

(أ) كرة بيضاء في أول سحب.

(ب) كرة بيضاء في أول سحب وكرة حمراء في الثاني.

(جـ) سحب كرتان لونهما أخضر.

(د) كرة حمراء في الثانية، بمعلومية أن أول كرة مسحوبة كانت بيضاء.

٤- تنتج شركة الصناعات الخفيفة مسامير مقاسات ١، ٢، ٣، ٥ سم للاستخدامات المختلفة. وإذا كان هناك عيب في الإنتاج يوضع في صندوق مشترك. وكان محتوى هذا الصندوق من عمليات أمس ٦٥١ من مسامير ١

٢- ألقيت عملة معدنية مرتين. احسب احتمال حدوث كل مما يلي :

(أ) صورة في أول رمية.

(ب) كتابة في ثاني رمية بمعلومية أن أول رمية كانت صورة.

(جـ) كتابتان.

(د) كتابة في أول رمية وصورة في الرمية الثانية.

(هـ) كتابة في الأولى وصورة في الثانية أو صورة في الأولى وكتابة في الثانية.

(و) صورة على الأقل في الرميتين.

٣- يحتوي صندوق على ٨ كرات حمراء، ١٠ كرات خضراء، ٢ كرة بيضاء. ويتم سحب كرة ثم إعادتها، ثم سحب كرة ثانية وهكذا. ما هي احتمالات ؟

(أ) كرة بيضاء في أول سحب.

(ب) كرة بيضاء في أول سحب وكرة حمراء في الثاني.

(جـ) سحب كرتان لونهما أخضر.

(د) كرة حمراء في الثانية، بمعلومية أن أول كرة مسحوبة كانت بيضاء.

٤- تنتج شركة الصناعات الخفيفة مسامير مقاسات ١، ٢، ٣، ، ٥ سم للاستخدامات المختلفة. وإذا كان هناك عيب في الإنتاج يوضع في صندوق مشترك. وكان محتوى هذا الصندوق من عمليات أمس ٦٥١ من مسامير ١

سم، ٢٤٣ من مسامير ٢ سم، ٤١ من مسامير ٣ سم، ٤٥١ من مسامير ٤ سم، ٣٣٣ من مسامير ٥ سم.

(١) ما هو احتمال سحب مسمار ٤ سم من الصندوق؟

(٢) ما هو احتمال الحصون على مسمار ٥ سم؟

(٣) إذا كان استخدام معين يحتاج إلى مسمار ٣ سم او أقصر. ما هو احتمال الحصول على مسمار يلبي هدا الطلب؟

٥- أصيب العام الماضي ٢٠٠ طالب ببرد. لم يشترك ١٥٥ طالب منهم في النشاط الرياضي، بينما اشترك بقيتهم في تدريبات أسبوعية. وقد اشترك نصف عدد الطلاب من إجماليهم ١٠٠٠ طالب في نوع ما من الأنشطة الرياضية.

(١) ما هو احتمال إصابة أحد الطلاب ببرد العام القادم؟

(٢) بمعلومية أن أحد الطلاب يشترك في النشاط الرياضي. ما هو احتمال إصابته ببرد؟

(٣) ما هو احتمال إصابة أحد الطلاب غير المشتركين في النشاط الرياضي ببرد؟

(٤) هل التدريب الرياضي والإصابة ببرد أحداث مستقلة؟ اشرح.

الفصل الرابع

البرمجة الخطية

الطرق البيانية واستخدام الحاسب

Linear Programming

مقدمة

ترتبط عديد من القرارات الإدارية بالاستخدام الأمثل لمـوارد المنشـأة. وتتضمن الموارد الآلات، العمالة، الأموال، الوقت، مساحة المخـزن، والمـواد الأولية.

وقد تستخدم هذه الموارد لإنتاج منتجات (مثل الآلات، الأثاث، الطعـام، والملابس) أو الخدمات (مثل جداول إبحار النقل البحري وجـداول الإنتـاج وسياسات الإعلان، وقرارات الاستثمار) والبرمجة الخطية (LP) أسلوب ريـاضي منتشر الاستخدام صمم لمساعدة المديرين في التخطيط واتخاذ القرارات المرتبطـة بتخصيص الموارد. سنخصص هذا الفصل والتالي له لدراسـة كيفيـة وأوجـه استخدام البرمجة الخطية في الحياة العملية.

وبالرغم من اسم هذا الأسلوب البرمجة الخطية، والمجموعة الأشمـل لهـذا النوع يطلق عليها البرمجة الرياضية Mathematical Programming، إلا أن له ارتباط محدود ببرمجة الحاسبات. وفي ميدان العلوم الإدارية، يشـير اصطـلاح البرمجة إلى النماذج وحل المشكلة رياضيا. ولقد لعبت برمجة الحاسب دورا هامـا في تطور استخدام البرمجة الخطية. فعديد من مشاكل البرمجة الخطية معقد لدرجـة

لا يمكن حلها يدويا أو باستخدام الآلات الحاسبة لذلك. سنتناول كيفية استخدام برامج الحاسب في حل مشاكل البرمجة الخطية.

خصائص مشكلة البرمجة الخطية

خلال ٣٠ عاما الماضية طبقت البرمجة الخطية بطريقة مكثفة في المجال العسكري، والصناعة، والتمويل، والتسويق، والمحاسبة، والمشاكل الزراعية. وبالرغم من تنوع هذه التطبيقات إلا أن كل مشاكل البرمجة الخطية تشترك في أربعة خصائص هي :

١- أولا، كل المشاكل تبحث في تقصية أو تدنية كمية ما، عادة ما تكون الربح أو التكلفة. ونشير إلى هذه الخاصية على أنها دالة الهدف Objective Function لمشكلة البرمجة الخطية. والهدف الرئيسي للشركات هو تقصية الربح. وقد يكون الهدف في شركات النقل البري، تدنية تكاليف الشحن. وفي أي حالة، يجب أن يكون هذا الهدف واضح ويمكن تحديده رياضيا. ولا يهم ما إذا كان الربح أو التكاليف محسوبة بالقروش أو بالجنيهات أو ملايين الدينارات

٢- الخاصية الثانية هي ظهور قيود restrictions في مشاكل البرمجة الخطية أو حدود، والتي تحد من درجة تحقيقنا لهدفنا فمثلا، تحديد عدد الوحدات من كل منتج في شركة تنتج في خط صناعي معين. مقيد بالعاملين المتاحين أو الآلات المتاحة واختيار سياسة الإعلان او تمويل لمحفظة الأوراق المالية تقيد بقيمة الأموال المتاحة للإنفاق أو للاستثمار ولذلك نرغب في تقصيه أو تدنية كمية (دالة الهدف) في حدود القيود على الموارد (القيود)

٣- ثالثا، يجب أن يكون هنالك عديد من الاتجاهات للحركة للاختيار من بينها. فمثلا، إذا كانت الشركة تنتج ثلاث منتجات مختلفة، فقد تستخدم البرمجة الخطية لتحديد كيفية تخصيص مواردها المحدودة (العاملين، الآلات، وما شابه) بينها. هل توجه كل مواردها لإنتاج المنتج الأول فقط؟ هل تنتج كميات متماثلة من الثلاث منتجات؟ أم عليها تخصيص مواردها بنسبة أخرى، فإذا لم توجد بدائل للاختيار منها فلا حاجة للبرمجة الخطية.

٤- أخيرا، فإن الهدف والقيود في مشاكل البرمجة الخطية يجب أن تصاغ في شكل معادلات خطية أو متباينات Inequalities. والعلاقات الخطية الرياضية تعني أن كل المتغيرات المستخدمة في دالة الهدف وفي القيود جميعها من الدرجة الأولى (أي ليست مربعة أو من الدرجة الثالثة أو أعلى، أو تظهر اكثر من مرة) لذلك فإن الدالة ٢أ + ٥ب = ١٠ دالة خطية مقبولة. بينما الدالة ٢أ^{٢} + ٥ب^{٣} +٣أب = ١٠ ليست خطية نظرا لأن أ مربعة، ب مرفوعة للدرجة الثالثة، ويظهر المتغيران مرة أخرى في حاصل ضرب كل منهما.

ستلاحظ مصطلح المتباينات عند شرح البرمجة الخطية. والمتباينات تعني أن ليس من الضروري أن تكون كل قيود البرمجة في شكل أ + ب = جـ. فهذه العلاقة الخاصة يطلق عليها معادلة، وتعني أن قيمة أ زائدا قيمة ب مجموعهما يساوي تماما قيمه جـ وفي معظم مشاكل البرمجة الخطية، نجد متباينات في شكل أ + ب ≤ جـ أو أ + ب ≥ جـ والأولى تعني أن أ زائد ب اقل من أو

يساوي جـ، والثانية تعني أن أ زائد ب اكبر من أو تساوي جـ. ويقدم هذا المضمون مرونة كبيرة في تحديد القيود الواردة بالمشكلة.

الفروض الأساسية للبرمجة الخطية :

توجد خمس خصائص إضافية يجب الاهتمام بها :

١- يفترض سيادة ظروف التأكد Certainty، أي أن الأرقام في دالة الهدف وفي المتباينات (القيود) معروفة على وجه التأكيد ولا تتغير خلال فترة الدراسة.

٢- يفترض النسبية Proportionality في كل من الهدف والقيود. أي أنه إذا كان إنتاج وحدة واحدة من المنتج يحتاج إلى ٣ ساعات عمل من أحد الموارد النادرة، فعند تصنيع ١٠ وحدات من هذا المنتج سنحتاج إلى ٣٠ ساعة عمل من ذلك المورد.

٣- يفترض إمكانية التجميع Additivity أي أن إجمالي كل الأنشطة يعادل مجموع الأنشطة الفردية. فمثلا، إذا كان الهدف هو تقصية الربح المقدر بمبلغ ٨ جنيه للوحدة للمنتج الأول، ٣ جنيه للوحدة من المنتج الثاني، وانه إذا تم إنتاج وحدة واحدة من كل منتج فإن مجموع أرباح المنتجات (٨ جنيه، ٣ جنيه) يجب أن يساوي عند تجميعها مبلغ ١١ جنيه.

٤- يفترض إمكانية التجزئة ووجود كسور عشرية Divisibility أي أن الحلول ليست بالضرورة أرقام صحيحة. وإنما يمكن أن يكون بها كسر عشري وإذا لم يكن مقبولا إنتاج جزء من المنتج (مثلا ربع غواصة) فإننا نكون أمام مشكلة برمجة عددية Integer Programming

٥- أخيرا، يفترض أن جميع الإجابات أو المتغيرات غير سلبية Nonnegative. فالقيم السالبة لوحدات المنتج أمر غير ممكن، فلا يمكن إنتاج عدد سالب من المقاعد، أو المصابيح، أو الحاسبات.

تشكيل تطبيقات البرمجة الخطية :

من أهم التطبيقات التي تحل بالبرمجة الخطية نجد مشكلة مزيج المنتجات. حيث يتم إنتاج منتجان أو أكثر باستخدام موارد محدودة مثل الأفراد، الآلات، الخامات، وغيرها. ويعتمد الربح الذي تحاول الشركة إيجاد أقصى قيمة له على هامش الربح لكل وحدة من المنتج. (هامش الربح = سعر بيع الوحدة - التكاليف المتغيرة للوحدة). وتهدف الشركة إلى تحديد عدد الوحدات التي تنتج من كل منتج لتقصية الربح الكلي مع الأخذ في الحسبان مواردها المحدودة.

فمثلا تنتج الشركة التجارية للأخشاب مكاتب ومقاعد. وتتماثل العمليات الإنتاجية لكل منهما من حيث احتياج كل منهما إلى عدد معين من الساعات لأعمال النجارة وعدد من الساعات بقسم الطلاء. فيحتاج كل مكتب إلى ٤ ساعات نجارة و٢ ساعة طلاء. ويحتاج كل مقعد إلى ٣ ساعات نجارة، وساعة واحدة للطلاء.

وتتاح خلال فترة الإنتاج الحالية ٢٤٠ ساعة نجارة، ١٠٠ ساعة طلاء. ويباع المكتب بمبلغ ٧ جنيهات والمقعد بمبلغ ٥ جنيهات

والمشكلة التي تواجه الشركة التجارية للأخشاب هي في تحديـــد افضـــل مزيج ممكن لإنتاجها من المكاتب والمقاعد لتحقيق أقصى ربح ممكن. وترغـــب الشركة في تشكيل هذه المشكلة للحل بالبرمجة الخطية.

بيانات الإنتاج للشركة التجارية للأخشاب

القسم	الساعات اللازمة لإنتاج الوحدة		الساعات المتاحة
	$س_1$ (المكاتب)	$س_2$ (مقاعد)	أسبوعيا
النجارة	٤	٣	٢٤٠
الطلاء	٢	١	١٠٠
هامش الربح للوحدة	٧ جنيه	٥ جنيه	

نبدأ بتلخيص المعلومات اللازمة لتشكيل وحل هذه المشكلة شـــكل (١) وتحديد بعض العوامل التي ستستخدم في دالة الهدف.

فنفترض أن :

$س_1$ = عدد المكاتب التي ستنتج

$س_2$ = عدد المقاعد التي ستنتج

ويتم تشكيل دالة الهدف الخطية باســـتخدام $س_1$، $س_2$ وتصبـــح دالـــة الهدف:

أقصى ربح = ٧ $س_1$ + ٥ $س_2$.

والخطوة التالية هي تطوير علاقات رياضية لوصف القيدان الموجـــودان في المشكلة. وأول علاقة عامة هي أن المورد المستخدم يجب أن يكون اقل مـــن أو يساوي ≥ المتاح من المورد

بالنسبة لقسم النجارة فإن إجمالي الوقت المستغل (٤ ساعات للمكتب × عدد المكاتب المنتجة) + (٣ ساعات للمقعد × عدد المقاعد المنتجة)

لذلك يمكن صياغة القيد الأول في شكل متباينة بحيث أن إجمالي الوقت المستغل في النجارة ≥ الوقت المتاح كما يلي :

$$٤ س_١ + ٣ س_٢ \geq ٢٤٠ \text{ ساعة نجارة}$$

وبالمثل في القيد الثاني : إجمالي الوقت المستغل في الطلاء ≥ الوقت المتاح للطلاء.

$$٢ س_١ + ١ س_٢ \geq ١٠٠ \text{ ساعة طلاء وتشطيب}$$

أي أن كل مكتب ينتج يحتاج إلى ٢ ساعة طلاء وكل مقعد يحتاج إلى ساعة طلاء.

وكل من القيدان السابقان يمثل قيد على الطاقة الإنتاجية، ويؤثر على إجمالي الربح. فمثلا لا يمكن للشركة إنتاج ٧٠ مكتب خلال فترة الإنتاج نظرا لأنه إذا كانت $س_١$ = ٧٠ فإن كل من القيدان سيتم تعديهما.

كذلك لا يمكنها إنتاج ٥٠ مكتب من $س_١$، ١٠ مقعد من $س_٢$ وذلك لأن ذلك سيتعدى القيد الثاني وبه الساعات المتاحة للطلاء ١٠٠ ساعة فقط. لذلك نلاحظ عنصر هام في البرمجة الخطية، وهو وجود تأثيرات داخلية بين المتغيرات. فكلما زاد الإنتاج من أحد المنتجات، سيصاحبه تخفيض في إنتاج

المنتجات الأخرى. وسيظهر التأثير الداخلي بين المتغيرات بصورة أوضح عند دراستنا للحل البياني لمشكلة البرمجة الخطية في الفقرات التالية.

الحل البياني لمشكلة البرمجة الخطية

أبسط طريقة لحل مشكلة صغيرة بالبرمجة الخطية مثل تلك الخاصة بشركة الأثاثات هي مدخل الحل البياني. وهو نافع عند وجود متغيران (مثل عدد المكاتب التي ستنتج س١، وعدد المقاعد التي ستنتج س٢). وإذا وجد أكثر من متغيران، فلا يمكن رسمها على رسم من بعدين ويكون علينا استخدام طرق أكثر تعقيدا. وطريقة الرسم البياني مفيدة جدا في التعرف على بقية مداخل الحل. ولهذا السبب، سندرس الحل البياني كمدخل لبقية طرق الحل.

التمثيل البياني للقيود

للوصول إلى الحل الأمثل لمشاكل البرمجة الخطية، يجب أن نحدد مجموعة أو نطاق الحل الممكن. وأول خطوة لذلك هي رسم القيود المفروضة.

نرسم المتغير س١ (المكاتب في مثالنا) على المحور الأفقي، والمتغير س٢ (المقاعد) على المحور الرأسي. وللحصول على حل مقبول، فإن قيمة س١، س٢ يجب ألا تكون سالبة. أي أن كل الحلول الممكنة يجب أن تحتوي على رقم موجب للمكاتب وللمقاعد.

ويتم تمثيل ذلك رياضيا كما يلي :

$س_1 \geq$ صفر (عدد المكاتب المنتجة أكبر من أو يساوي الصفر)

$س_2 \geq$ صفر (عدد المقاعد المنتجة أكبر من أو يساوي الصفر)

ويؤدي إضافة شرطي عدم السلبية إلى البحث دائما في الربع الأول من الرسم البياني أي الربع الشمالي الشرقي في الرسم.

ولاستكمال المشكلة يمكننا صياغتها رياضيا كما يلي :

إيجاد أقصى ربح = ٧ $س_1$ + ٥ $س_2$

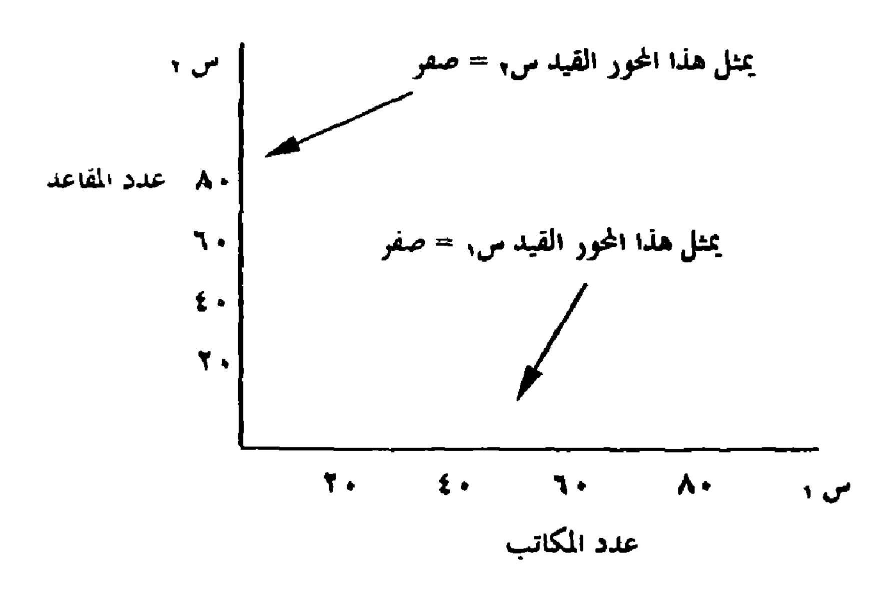
بحيث

٤ $س_1$ + ٣ $س_2 \leq$ ٢٤٠ (قيد ساعات النجارة)

٢ $س_1$ + ١ $س_2 \leq$ ١٠٠ (قيد ساعات الطلاء والتشطيب)

$س_1 \geq$ صفر (شرط عدم السلبية للمتغير الأول)

$س_2 \geq$ صفر (شرط عدم السلبية للمتغير الثاني)



شكل(١) الربع الأول في الرسم البياني ويحتوي على كل القيم الموجبة

ولتمثيل القيد الأول بيانيا $٤ س_1 + ٣ س_2 \geq ٢٤٠$، يجب أن نحول المتباينة إلى متساوية والتي نطلق عليها عادة مصطلح معادلة كما يلي :

$$٤ س_1 + ٣ س_2 = ٢٤٠$$

ومن دراستك السابقة للجبر فإن المعادلة الخطية التي تحتوي على متغيران تمثل بخط مستقيم. وأبسط طريقة لرسم الخط المستقيم هي إيجاد أي نقطتان عليه يحققا المعادلة، ثم توصيل خط مستقيم بينهما.

وأسهل نقطتان على الخط هما حيث يتقاطع كل من $س_1$، $س_2$ مع المحوران.

فحينما لا تنتج الشركة أي مكتب أي $س_1$ = صفر فيؤدي ذلك إلى أن

$$٤ (صفر) + ٣ س_٢ = ٢٤٠$$

$$٣ س_٢ = ٢٤٠$$

$$س_٢ = ٨٠$$

وبطريقة أخرى، إذا ما استغل كل وقت النجارة في إنتاج المقاعد، فيمكن إنتاج ٨٠ مقعد. وبالتالي تتقاطع معادلة هذا القيد مع المحور الرأسي عند ٨٠.

ولإيجاد النقطة الثانية التي يتقاطع فيها الخط مع المحور الأفقي نفترض عدم قيام الشركة بإنتاج مقاعد، أي أن $س_٢$ = صفر فإن :

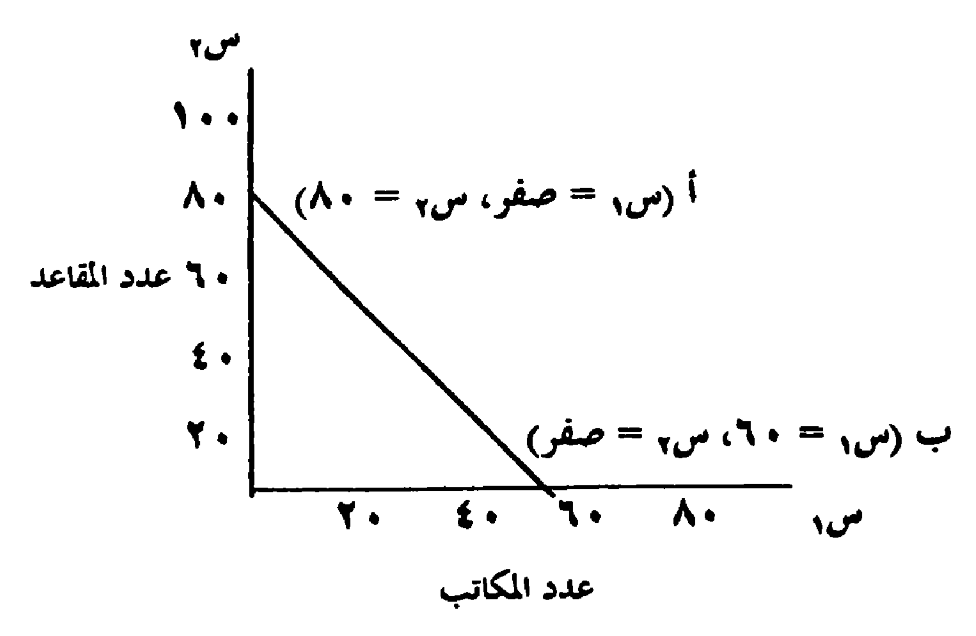
$$٤ س_١ + ٣ (صفر) = ٢٤٠$$

$$٤ س_١ = ٢٤٠$$

$$س_١ = ٦٠$$

لذلك إذا كانت $س_٢$ = صفر فإن $٤ س_١ = ٢٤٠$، $س_١ = ٦٠$.

ويظهر الشكل البياني لقيد ساعات عمل النجارة كما في شكل () وهو محدد بالخط من النقطة أ ($س_١$ = صفر، $س_٢$ = ٨٠) إلى النقطة ب ($س_١$ = ٦٠، $س_٢$ = صفر)



شكل (٢) الرسم البياني لقيد ساعات النجارة

$$٤ س_١ + ٣ س_٢ = ٢٤٠$$

تذكر أن القيد الفعلي لساعات النجارة كان في شكل متباينة

$$٤ س_١ + ٣ س_٢ \leq ٢٤٠$$

كيف يمكننا تحديد كل نقاط الحلول التي تستوفي هذا القيد ؟ هناك ثلاثة احتمالات.

الأول، نحن نعلم أن أي نقطة تقاطع على الخط $٤ س_١ + ٣ س_٢ = ٢٤٠$ تستوفي القيد. وأي مزيج من المكاتب والمقاعد على هذا الخط ستستخدم كل ساعات النجارة المتاحة ٢٤٠ساعة ويمكن التحقق من ذلك بأخذ أي نقطة

على هذا الخط ولتكن $س_1 = 30$ مكتب، $س_2 = 40$ مقعد. وعليك حساب كيفية استغلال هذه الوحدات لطاقة ساعات التجارة بالكامل.

والسؤال التالي هو ما هي النقاط التي تستوفي $4 س_1 + 3 س_2 \geq 240$ ؟ يمكننا الإجابة على ذلك باختبار نقطتان يقعا ضمن الحلول الممكنة.

مثلا ($س_1 = 30$، $س_2 = 20$) و ($س_1 = 70$، $س_2 = 40$). ستجد على الخريطة أن النقطة الأولى أسفل خط القيد، وأن النقطة الثانية تقع أعلى من خط القيد.

لنفحص الحل الأول. إذا ما أحللنا قيم ($س_1$، $س_2$) في قيد ساعات النجارة فإن النتيجة ستصبح :

$$4 (س_1 = 30) + 3 (س_2 = 20) =$$

$$4 (30) + 3 (20) =$$

$$120 + 60 = 180$$

وحيث أن الساعات المستغلة 180 ساعة وهي أقل من 240 ساعة متاحة فإن النقطة (30، 20) في حدود ذلك القيد.

وباتباع نفس الخطوات بالنسبة للنقطة الثانية فإن :

$$4 (س_1 = 70) + 3 (س_2 = 40) =$$

$$4 (70) + 3 (40) =$$

$$280 + 120 = 400$$

وتبلغ الساعات المطلوبة في هذه الحالة ٤٠٠ ساعة تجارة وهي تتعدى طاقة قيد ساعات النجارة. لذلك فإن النقطة (٧٠، ٤٠) تمثل حجم إنتاج غير ممكن. وللحقيقة فإن أي نقطة أعلى من خط القيد ستعدى القيد (اختبر ذلك بنفسك باستخدام نقاط أخرى). وأي نقطة أسفل الخط تستوفي القيد. في الشكل 0 فإن المنطقة المظللة تمثل كل النقاط التي تلبي القيد الموضوع في شكل متباينة.

ولنستكمل تحديد الحلول في ظل القيد الثاني. والذي يحدد الوقت المتاح بقسم الطلاء. وكان القيد به :

$$٢ س_١ + ١ س_٢ \leq ١٠٠$$

وكما سبق نبدأ بتحويل المتباينة إلى متساوية أي :

$$٢ س_١ + ١ س_٢ = ١٠٠$$

ويمثل الخط جـ د في شكل (٤) كل إمكانيات الإنتاج

عند $س_٢$ = صفر فإن :

$$٢ س_١ + ١ (صفر) = ١٠٠$$

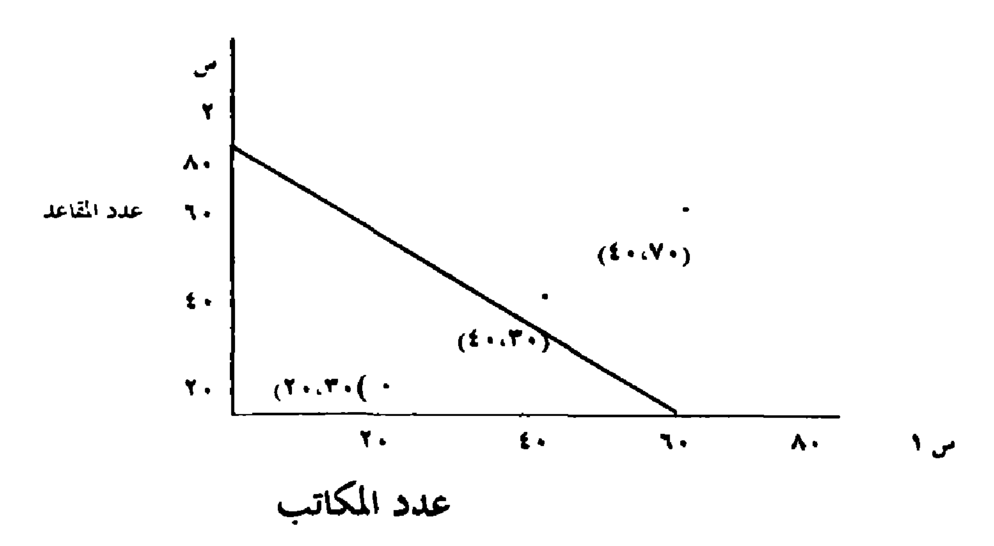
$$٢ س_١ = ١٠٠$$

$$س_١ = ٥٠$$

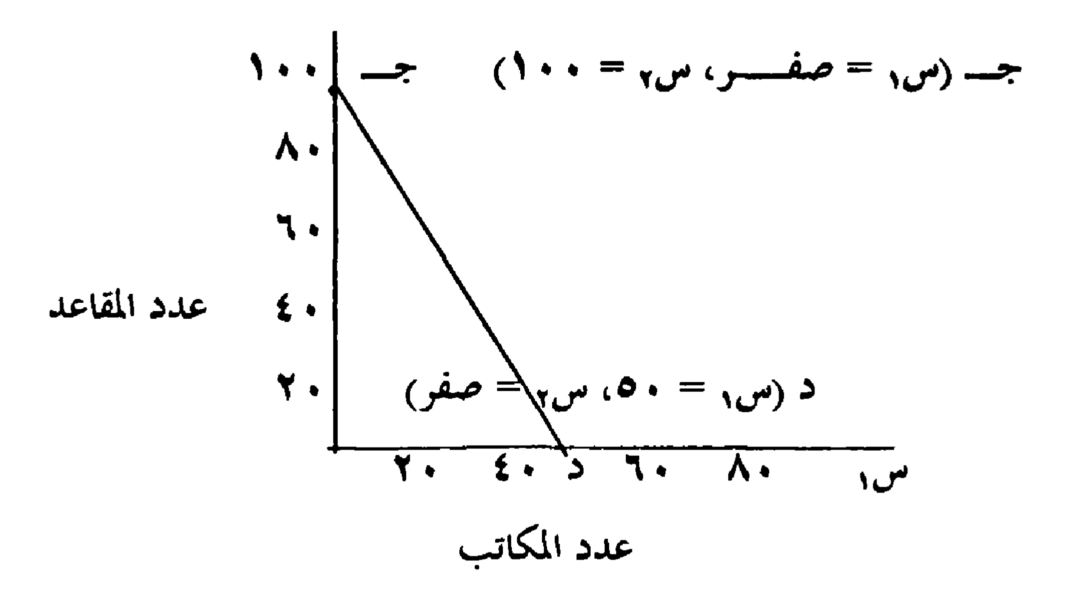
ويتم تحديد القيد بين جـ ($س_١$ = صفر، $س_٢$ = ١٠٠) إلى د ($س_١$ = ٥٠، $س_٢$ = صفر) وتحتوي المنطقة المظللة على المتباينة الأصلية

$$٢ س_١ + ١ س_٢ \leq ١٠٠$$

وبعد رسم كل قيد، تكون الخطوة التالية هي أنه بمعرفة أنه لإنتاج مقعد أو مكتب إنه يجب استخدام كل من قسم النجارة وقسم الطلاء. ونحتاج في مشكلة البرمجة الخطية إلى إيجاد نقاط الحل الممكنة والتي تلبي كل القيود في نفس الوقت. ولذلك، يجب إعادة رسم القيود على خريطة واحدة كما في شكل (٥).



شكل (٣) المنطقة التي تلبي قيد ساعات النجارة



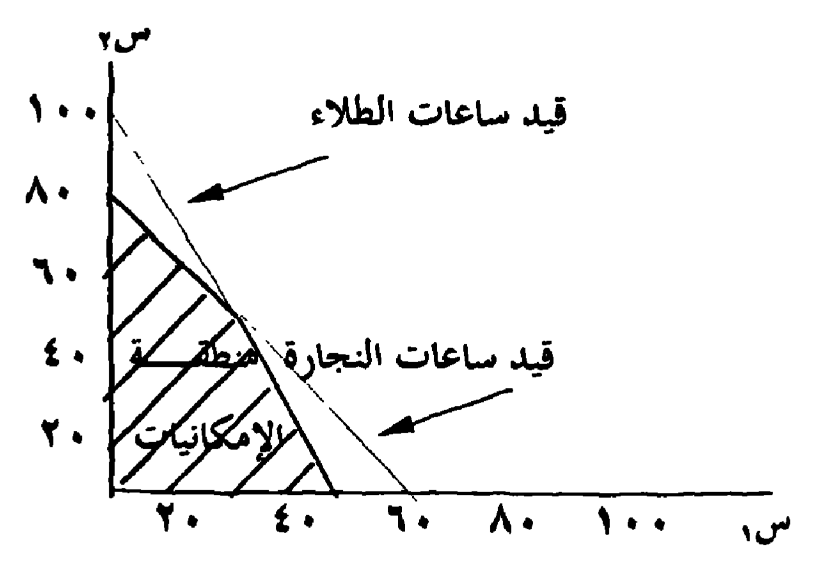
شكل (٤) المنطقة التي تلبي قيد ساعات الطلاء

الممكنة من المكاتب والمقاعد والتي تستخدم ١٠٠ ساعة كاملة في قســـم الطلاء. وتم رسمه بنفس طريقة رسم القيد الأول.

عند $س_١$ = صفر فإن :

$$٢ (صفر) + ١ س_٢ = ١٠٠$$

$$س_٢ = ١٠٠$$



شكل (٥) منطقة الحلول الممكنة لمشكلة شركة الأثاثات

ويمثل الجزء المظلل منطقة الحلول التي لا تتعدى أي من القيدان المفروضان على الإنتاج. وهي معروفة بمنطقة الحلول الممكنة **Feasible region**. ويجب أن تستوفي منطقة الحلول الممكنة في مشكلة البرمجة الخطية كل الشروط المحددة في قيود المشكلة، وبالتالي فهي المنطقة التي تتداخل فيها كل القيود. وأي نقطة في هذه المنطقة ستكون حل ممكن لمشكلة شركة الأثاثات. وأي نقطة خارج المنطقة المظللة ستمثل حل غير ممكن **Infeasible region**. ولذلك، من الممكن إنتاج ٣٠ مكتب و ٢٠ مقعد (س١ = ٣٠، س٢ = ٢٠) خلال فترة الإنتاج نظرا لأنه في حدود القيدين.

قيد النجارة	٤ س١ + ٣ س٢ ≥ ٢٤٠ ساعة نجارة متاحة
	٤ (٣٠) + ٣ (٢٠) = ١٨٠ ساعة مستخدمة
قيد الطلاء	٢ س١ + ١ س٢ ≥ ١٠٠ ساعة طلاء متاحة
	٢ (٣٠) + ١ (٢٠) = ٨٠ ساعة مستخدمة

أما إنتاج ٧٠ مكتب و ٤٠ مقعد فإنه يتعدى القيود المفروضة.

قيد النجارة ٤ س١ + ٣ س٢ ≤ ٢٤٠ ساعة نجارة متاحة

٤ (٧٠) + ٣ (٤٠) = ٤٠٠ ساعة مستخدمة

قيد الطلاء ٢ س١ + ١ س٢ ≤ ١٠٠ ساعة طلاء متاحة

٢ (٧٠) + ١ (٤٠) = ١٨٠ ساعة مستخدمة

وعلاوة على ذلك فمن غير الممكن إنتاج ٥٠ منضدة، ٥ مقعد (س١ = ٥٠، س٢ = ٥). لماذا ؟

قيد النجارة ٤ س١ + ٣ س٢ ≤ ٢٤٠ ساعة نجارة متاحة

٤ (٥٠) + ٣ (٥) = ٢١٥ ساعة مستخدمة

قيد الطلاء ٢ س١ + ١ س٢ ≤ ١٠٠ ساعة طلاء متاحة

٢ (٥٠) + ١ (٥) = ١٠٥ ساعة مستخدمة

وهذا الحل يكون ممكنا بالنسبة للساعات المتاحة للطلاء ولكن غير ممكن بالنسبة للساعات المتاحة للنجارة. وبالتالي يقع هذا الحل خارج منطقة الإمكانيات.

الحل بطريقة خط سواء الربح

ISO-Profit Line Solution Method

بعد رسم منطقة الحلول الممكنة، يمكننا الاستمرار لتحديد الحل الأمثل للمشكلة. وتقع نقط الحل الأمثل في منطقة الإمكانيات وتؤدي إلى تحقيق أقصى ربح. ولكن هناك عديد من نقاط الحلول الممكنة في منطقة الحلول. كيف يمكننا اختيار أفضلها، والتي تحقق أقصى ربح ممكن ؟

توجد عدة طرق للوصول إلى الحل الأمثل إذا ما تم رسم المشكلة بيانيا. وأسرع طريقة يطلق عليها طريق خط السواء.

وتبدأ هذه الطريقة بجعل الربح مساويا لمبلغ افتراضي من الجنيهات، فيمكن أن نحدد الربح للشركة التجارية للأخشاب عند ٢١٠ جنيه وهو حجم من الأرباح يمكن تحقيقه بسهولة بدون تعدي أي من القيدان ويمكن أن تكتب دالة الهدف كما يلي :

$$٢١٠ = ٧ س_١ + ٥ س_٢$$

وهذا التعبير هو معادلة خط مستقيم، نطلق عليه خط سواء الربح وهو يمثل كل المزيج الممكن من وحدات ($س_١$، $س_٢$) والتي تحقق أرباح قدرها ٢١٠ جنيه. ولرسم خط الربح نستخدم نفس الفكرة التي طبقناها في رسم خطوط القيود. أولا، نفترض أن $س_١$ = صفر ونحل المعادلة لتحديد النقطة التي يتقاطع فيها الخط مع المحور $س_٢$.

$$٢١٠ = ٧ (صفر) + ٥ س_٢$$

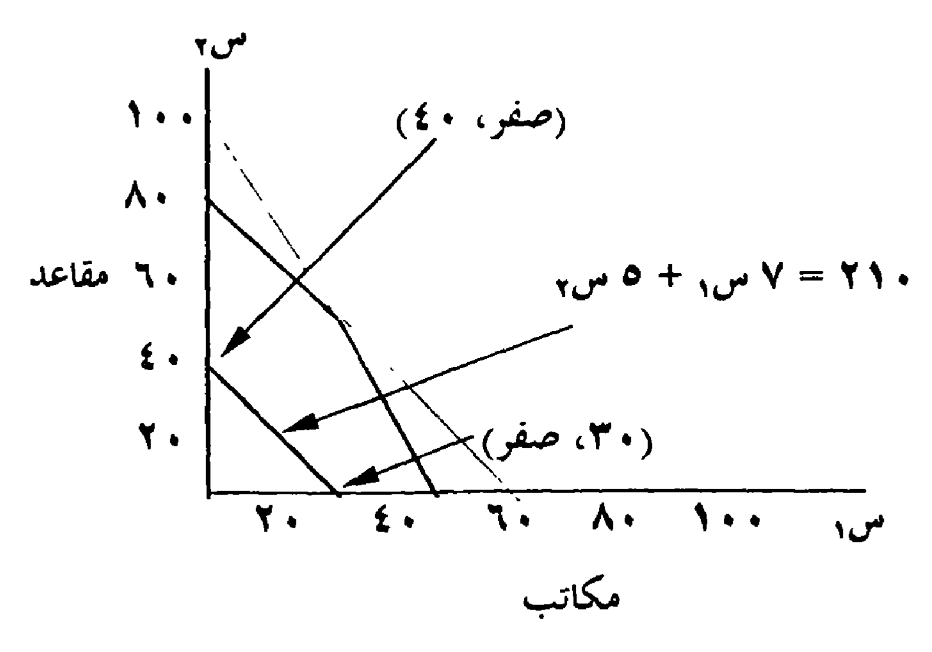
$$س_٢ = ٤٢ \text{ مقعد}$$

ثم نجعل $س_٢$ = صفر ونوجد قيمة $س_١$:

$$٢١٠ = ٧ س_١ + ٥ (صفر)$$

$$س_١ = ٣٠ مكتب$$

ويمكن توصيل النقطتان بخط مستقيم كما في شكل (٦).

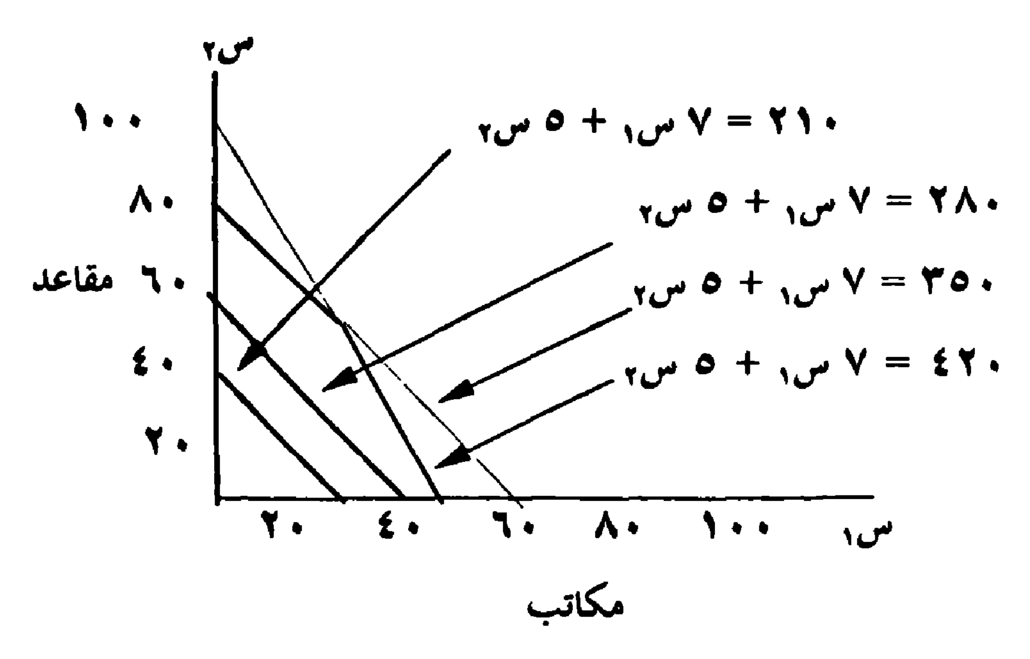


شكل (٦) خط الربح ٢١٠ جنيه

وتمثل كل النقاط على هذا الخط حلول ممكنة يؤدي أي منها إلى تحقيق أرباح قدرها ٢١٠ جنيه.

وتعني ISO مساو أو مماثل وبالتالي فإن خط سواء الربح في مثالنا هو الخط الذي تحقق كل نقط عليه ربح قدره ٢١٠ جنيه.

ومن الواضح أن خط سواء الربح لمبلغ ٢١٠ جنيه لا يحقق أقصى ربح ممكن للمنشاة، في شكل (٧) رسمنا خطان إضافيان يحقق كل منهما ربح أعلى وكانت المعادلة الموجودة في المنتصف



شكل (٧) أربعة خطوط سواء للربح

٢٨٠ = ٧ $\text{س}_{١}$ + ٥ $\text{س}_{٢}$

وتم رسمها بنفس طريق خط الربح الذي يحقق ٢١٠ جنيه.

حيث $\text{س}_{١}$ = صفر

٢٨٠ = ٧ (صفر) + ٥ $\text{س}_{٢}$

$\text{س}_{٢}$ = ٥٦

وحيث $\text{س}_{٢}$ = صفر

٢٨٠ = ٧ $\text{س}_{١}$ + ٥ (صفر)

$\text{س}_{١}$ = ٤٠

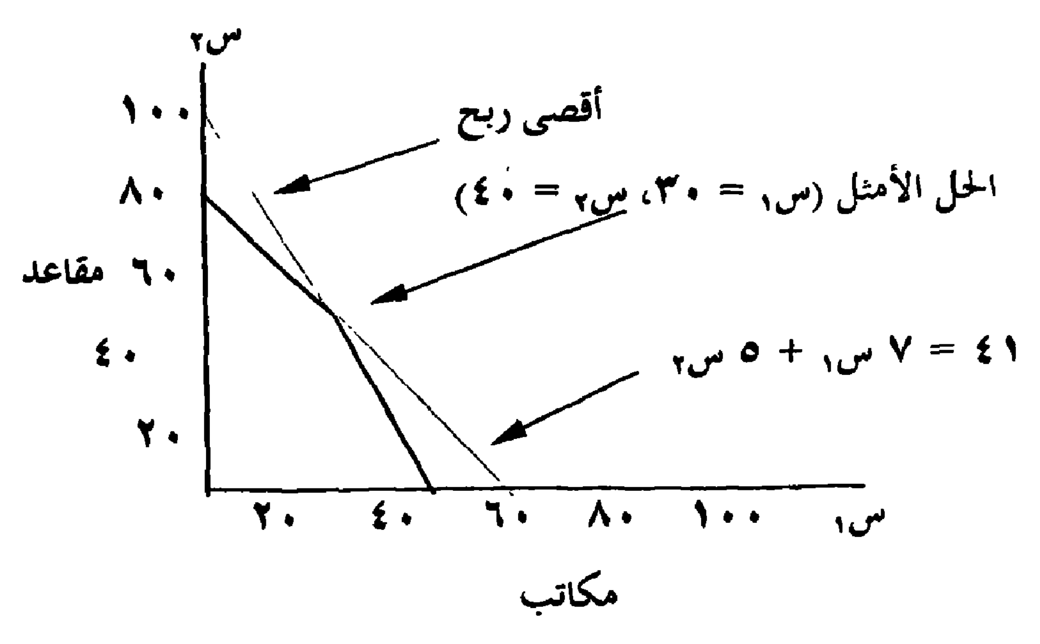
ومرة أخرى فإن أي مزيج من المكاتب ($\text{س}_{١}$) والمقاعد ($\text{س}_{٢}$) على خط سواء الربح سينتج إجمالي ربح قدره ٢٨٠ جنيه.

لاحظ أن الخط الثالث ينتج أرباح قدرها ٣٥٠ جنيه مما يمثل تحسن كبير. وكلما بعدنا عن نقطة الصفر كلما ارتفعت أرباح الشركة. ومن الخصائص التي تستحق الاهتمام بخطوط سواء الربح هي أنها متوازية. ولدينا الآن نقطتان للحل بالنسبة للمشكلة الأولى، ويمكننا رسم عديد من خطوط السواء المتوازية بتحريك المسطرة بالتوازي مع أول خط تم رسمه لسواء الربح. وأعلى خط ربح يلامس آخر نقطة بمنطقة الحلول الممكنة يحدد أقصى ربح ممكن. لاحظ أن الخط الرابع ٤٢٠ جنيه أعلى مما يمكن تحقيقه.

ويظهر أعلى خط سواء ربح في شكل (١) والذي يلامس حافة منطقة الإمكانيات عند النقطة ($س_١$ = ٣٠، $س_٢$ = ٤٠) ويحقق ربح قدره ٤١٠ جنيه.

الحل بطريقة أركان منطقة الإمكانيات :

مدخل آخر لحل مشاكل البرمجة الخطية هو طريقة الحل عند أركان منطقة الإمكانيات. وهذا الأسلوب بسيط، وأسهل في التطبيق عن طريقة خطوط سواء الربح ويرتبط بتحديد الربح عند كل ركن من أركان منطقة الحلول الممكنة.



شكل (٨) الحل الأمثل لشركة الأثاثات

والنظرية الرياضية التي تقوم عليها البرمجة الخطية تحدد أن الحل الأمثل لأي مشكلة (أي تحديد قيمة $س_1$، $س_2$ والذي يحقق أقصى ربح) سيقع في أحد أركان منطقة الإمكانيات (أو في أكثر من ركن). أو في أطراف منطقة الإمكانيات. ولذلك سنحتاج فقط إلى إيجاد قيم المتغيرات في كل ركن لمنطقة الإمكانيات، وأقصى ربح أو الحل الأمثل سيقع في أحد (أو اكثر) من هذه الأركان.

ومرة أخرى في مشكلة شركة الأثاثات فإن منطقة الحلول تقع في شكل رباعي الأضلاع له أربعة أركان أو نقاط الأطراف كما في شكل (٩) وهي (١)، (٢)، (٣)، (٤) على الخريطة. ولإيجاد قيم ($س_1$، $س_2$) التي تحقق أقصى ربح ممكن نحسب القيمة لكل منها ونختبر قيمة الربح في كل حالة.

$4 س_1 + 3 س_2 = 240$ (قيد النجارة)

$2 س_1 + 1 س_2 = 100$ (قيد الطلاء)

ولحل المعادلتين نضرب المعادلة الثانية في (−٢)

$-2 (2 س_1 + 1 س_2) = -2 \times 100$

$-4 س_1 - 2 س_2 = -200$

وبجمعها على المعادلة الأولى فيكون :

$3 س_2 - 2 س_2 = 240 - 200$

$س_2 = 40$

أمكننا ذلك من استبعاد المتغير $س_1$ والحل لإيجاد $س_2$ والتي بلغت ٤٠ . ويمكننا إحلال ٤٠ محل $س_2$ في أي معادلة من المعادلتان الأصليتان لإيجاد قيمة $س_1$.

بإحلال ٤٠ محل $س_2$ في المعادلة الأولى فإن :

$4 س_1 + 3 (40) = 240$

$4 س_1 + 120 = 240$

$4 س_1 = 120$

$س_1 = 30$

وبالتالي فإن إحداثي النقطة رقم (٣) هما ($س_1 = 30$، $س_2 = 40$) ويمكننا تحديد الربح لهذه النقطة كما يلي :

النقطة رقم (٣) : (س١ = ٣٠، س٢ = ٤٠)

الربح = ٧ (٣٠) + ٥ (٤٠) = ٤١٠ جنيه.

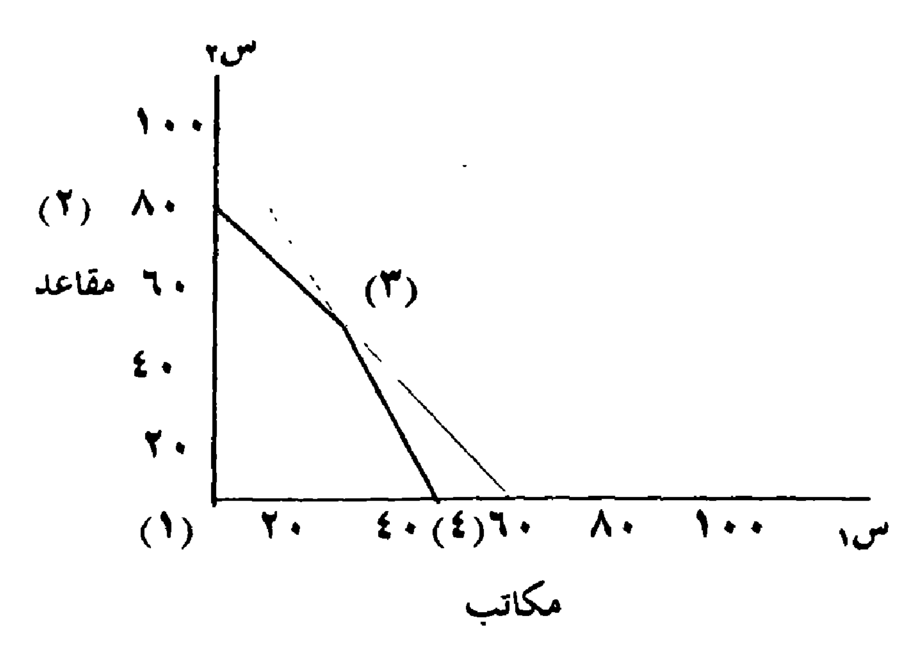
ونظرا لأن النقطة (٣) تغل أقصى ربح لأي من الأركان، فـــإن مزيــج المنتجات (س١ = ٣٠ مكتب، س٢ = ٤٠ مقعد) هو الحل الأمثل لمشكلة شركة الأثاثات. والذي يحقق ٤١٠ جنيه ربح لفترة الإنتاج وهي نفس النتيجة الـــتي وصلنا إليها باستخدام طريقة خطوط سواء الربح.

حل مشاكل التدنية (الوصول لأدنى حد)

Solving minimization problems

تهدف عديد من المشاكل التي تحل بالبرمجة الخطية إلى إيجـــاد أدنى قيمـــة، وذلك مثل هدف تخفيض التكاليف إلى أدنى حد ممكن بدلا من تحقيق أقصى ربح ممكن. فقد يرغب أحد المطاعم، في إعداد جدول زمني لتحديد الاحتياجات مـن العاملين في وقت معين بحيث يخفض من تكلفة العمالة. وقد يرغـــب منتـــج في توزيع إنتاجه من عديد من مصانعه الموزعة جغرافيا إلى عديد من منـــافذ البيـــع الموزعة جغرافيا بطريقة تحقق أدنى تكلفة نقل ممكنة. وقد يرغب مدير مستشـــفى في إعداد خطة لتقديم الوجبات للمرضى والتي تستوفي عديد من معايير التغذيـــة وفي نفس الوقت تخفض من إجمالي تكاليف شراء الأطعمة.

ويمكن حل مشاكل التدنية بيانيا بتحديد منطقـــة الحلـــول الممكنـــة ثم باستخدام طريقة الأركان، أو طريقة خط سواء التكلفة (والتي تماثل خط ســـواء الربح) لإيجاد قيمة س١، س٢ والتي تحقق أدنى تكلفة.



شكل (٩) الأركان الأربعة لمنطقة الحلول الممكنة

النقطة (١) : (س$_{١}$ = صفر، س$_{٢}$ = صفر)

الربح = ٧ (صفر) + ٥ (صفر) = صفر جنيه.

النقطة (٢) : (س$_{١}$ = صفر، س$_{٢}$ = ٨٠)

الربح = ٧ (صفر) + ٥ (٨٠) = ٤٠٠ جنيه.

النقطة (٤) : (س$_{١}$ = ٥٠، س$_{٢}$ = صفر)

الربح = ٧ (٥٠) + ٥ (صفر) = ٣٥٠ جنيه

وقد تركنا النقطة رقم (٣) حتى الآن لأننا نحتاج إلى تحديد إحداثياتها بطريقة دقيقة حيث تقع في نقطة التقاطع بين خطي القيدان

سندرس مشكلة شائعة في البرمجة الخطية وهي مشكلة تحديـــد مكونـــات التغذية المناسبة. وهي مماثلة للمشكلة التي يواجهها مدير المستشفى حين تحديـــد وجبات المرضى والتي تستوفي شروط غذائية معينة وتحقق أدنى تكلفـــة تغذيـــة ممكنة.

حالة شركة النصر للدواجن

تدرس شركة النصر للدواجن شراء منتجين ومزجهما للحصـــول علـــى علف منخفض التكلفة يحتوي على المكونات اللازمة لتغذية الدواجن. ويحتـــوي كل نوع على كل أو بعض من المواد الغذائية المطلوبة لتغذية الدواجن. ويحتـــوي كل كيلو جرام من المادة الخام س$_1$ على ٥ جرام من المادة أ، ٤ جرام من المـــادة ب، ٠,٥ جرام من المادة جـــ.

ويحتوي كل كيلو جرام من المادة الخام س$_2$ على ١٠ جرام من المـــادة أ، ٣ جرام من المادة ب، ولا يحتوي على المادة جـــ.

وتكلفة الكيلو من المادة الخام أ ٢ قرش، ومن المادة الخام ب ٣ قـــروش ويرغب مدير المزرعة في حل المشكلة باستخدام البرمجة الخطية لتحديد اقل تكلفة للعلف والذي يحتوي على المكونات اللازمة من كل عنصر غذائي.

ويظهر الجدول التالي ملخص للمشكلة. إذا افترضنا أن س$_1$ يمثل الخامـــة الأولى، وأن س$_2$ يمثل الخامة الثانية.

جدول (٢) بيانات مشكلة تحديد مكونات تغذية الدواجن

المكون	المحتوى في كل كيلو جرام من المادة الخام		الاحتياجات الدنيا لتغذية الدجاجة في الشهر
	س$_{١}$	س$_{٢}$	
أ	٥	١٠	٩٠
ب	٤	٣	٤٨
جـ	٠,٥	٠	١,٥
تكلفة ١ كيلـ	٢ قرش	٣ قروش	

من البيانات السابقة يمكننا تشكيل البرنامج الخطي كما يلي :

تدنية التكاليف بالقروش = ٢ س$_{١}$ + ٣ س$_{٢}$

بحيث :

٥ س$_{١}$ + ١ س$_{٢}$ ≥ ٩٠ جرام

٤ س$_{١}$ + ٣ س$_{٢}$ ≥ ٤٨ جرام

٠,٥ س$_{١}$ ≥ ١,٥ جرام

س$_{١}$ ≥ صفر

س$_{٢}$ ≥ صفر

ملخص لطريقة الحل البياني

كما في الأمثلة السابقة ارتبطت طريقة الحل البياني لمشاكل البرمجة الخطية ترتبط بعديد من الخطوات. سنشرحهم فيما يلي :

١- شكل المشكلة في مجموعة من القيود الرياضية ودالة الهدف.

٢- ارسم كل معادلة كل قيد.

٣- حدد منطقة الحلول الممكنة وهي المنطقة التي تلبي القيود مجتمعة.

٤- اختار أحد الحلين البيانيين التاليين.

طريقة أركان منطقة الإمكانيات	طريقة خطوط سواء الربح أو سواء التكلفة
٥- حدد نقطة كل ركن أو أبعد نقطة في منطقة الإمكانيات. ٦-احسب الربح أو التكلفة في كل ركن بإحلال إحداثيات كل ركن في دالة الهدف.	٥- اختار نقطة معينة على خط الربح أو التكلفة وارسمها لمعرفة ميلها أو زاويتها. ٦- إذا كنت تحل مشكلة تقصية، احتفظ بنفس الميل، وبتكرار عديد من الخطوط المتوازية، حرك السطر إلى أعلى وإلى اليمين إلى أن يلمس منطقة الإمكانيات في نقطة واحدة فقط. وإذا كنت تحل مشكلة تدنية، تحرك لأسفل ولليسار إلى أن تلمس نقطة واحدة فقط في منطقة الإمكانيات.

٧- حدد الحل الأمثل في الركن الذي يحقق أعلى ربح في مشكلة التقصية، أو أدنى تكلفة في مشكلة التدنية.	٧- حدد الحل الأمثل بإحداثي هذه النقطة على منطقة الإمكانيات والتي يلمسها أعلى خط سواء ربح أو أدنى خط سواء تكلفة.
٨- اقرأ أمثل إحداثي (س١، س٢) من الرسم، أو احسب قيمهم باستخدام طريقة المعادلات المتماثلة.	٨- اقرأ أمثل إحداثي (س١، س٢) من الرسم، أو احسب قيمهم باستخدام طريقة المعادلات المتماثلة.
٩- احسب الربح أو التكلفة.	٩- احسب الربح أو التكلفة.

بعض الحالات الخاصة في البرمجة الخطية

توجد أربع حالات خاصة وصعوبات تواجه استخدام طريقة الحل البياني في بعض الحالات عند حل مشاكل البرمجة الخطية. ويطلق عليها :

(١) عدم الإمكانية **Infeasibilty**.

(٢) عدم وجود حدود **Unboundedness**.

(٣) القيود غير الضرورية **Redundany**.

(٤) الحلول المثالية البديلة **Alternative Optimal solution**.

(١) عدم وجود منطقة إمكانيات Infeasibility

عدم وجود منطقة إمكانيات تظهر عند عدم وجود حل لمشكلة برمجة خطية يلبي كل القيود المفروضة. ويعني ذلك بيانيا عدم وجود منطقة إمكانيلت.

وهو وضع قد يحدث اذا صيغت المشكلة بقيود متضاربة. ويحدث ذلك في عديد من الحالات في الحياة العملية، فالبرامج الخطية الضخمة التي تحتوي على مئات من القيود. مثلا اذا كان أحد القيود قدمه مدير التسويق والذي ذكر أنه يجب أن ينتج على الأقل ٣٠٠ مكتب (أي $س_١ \geq$ ٣٠) لمقابلة احتياجات المبيعات، وقيد آخر قدمه مدير الإنتاج والذي يصر على عدم إنتاج اكثر من ٢٢٠ مكتب (أي $س_١ \leq$ ٢٢٠) نظرا لوجود نقص في الأخشاب. فيحدث حالة عدم إمكانيات. وإذا ما رسم المحلل الكمي الإحداثيات لمشكلة البرمجة الخطية يظهر التعارض، أحد المديرين يجب أن يعدل مدخلاته. ربما يمكن طلب خامات أكثر من مصادر جديدة، أو ربما أمكن تخفيض الطلب على المبيعات بإحلال نموذج آخر للمكاتب للمستهلكين.

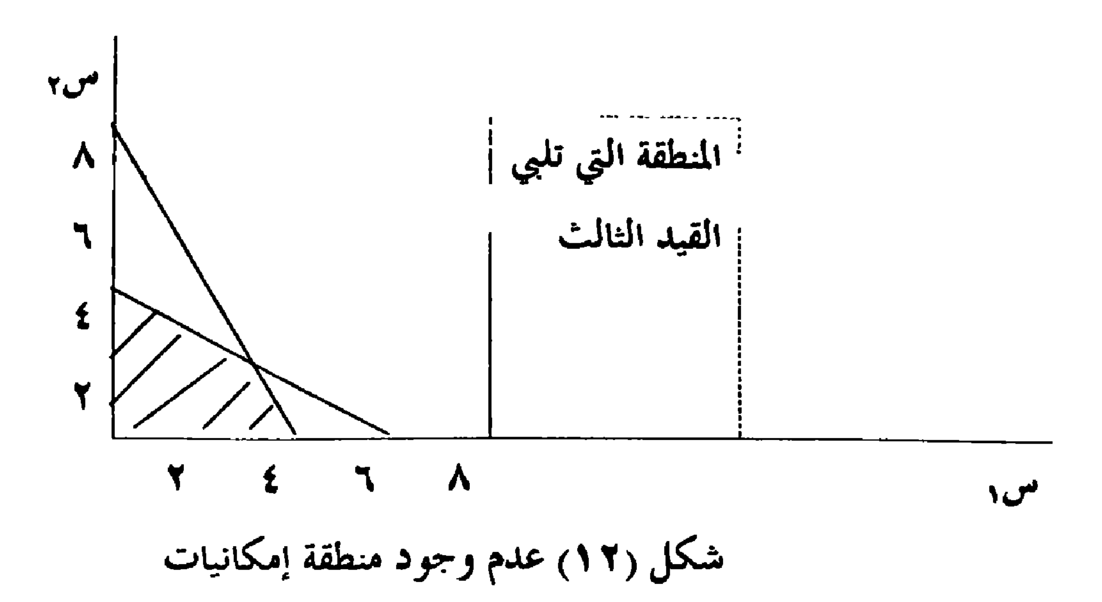
وللعرض البياني لمشكلة عدم الإمكانية، لندرس القيود التالية :

$$س_١ + ٢س_٢ \leq ٦$$

$$٢س_١ + س_٢ \leq ٨$$

$$س_١ \geq ٧$$

وكما في شكل (١٢) لا توجد منطقة إمكانيات لهذه المشكلة نظرا لوجود تعارض بين القيود.



شكل (١٢) عدم وجود منطقة إمكانيات

(٢) حالة عدم وجود أركان Unboundedness

قد لا يكون لمشكلة برمجة خطية حل نهائي في بعض الحالات. وهذا يعني أن في مشكلة التقصية، مثلا، أن أحد أو أكثر من متغيرات الحل، أو الربح، يمكن أن يكونوا لا نهائيين بدون التأثير أو تعدي أي قيد. وإذا حاولنا حل هذه المشكلة بيانيا، سنلاحظ أن منطقة الإمكانيات مفتوحة.

لندرس مثال بسيط لتوضيح هذا الموقف. قدمت لك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

تقصية الربح ٣ $س_١$ + ٥ $س_٢$

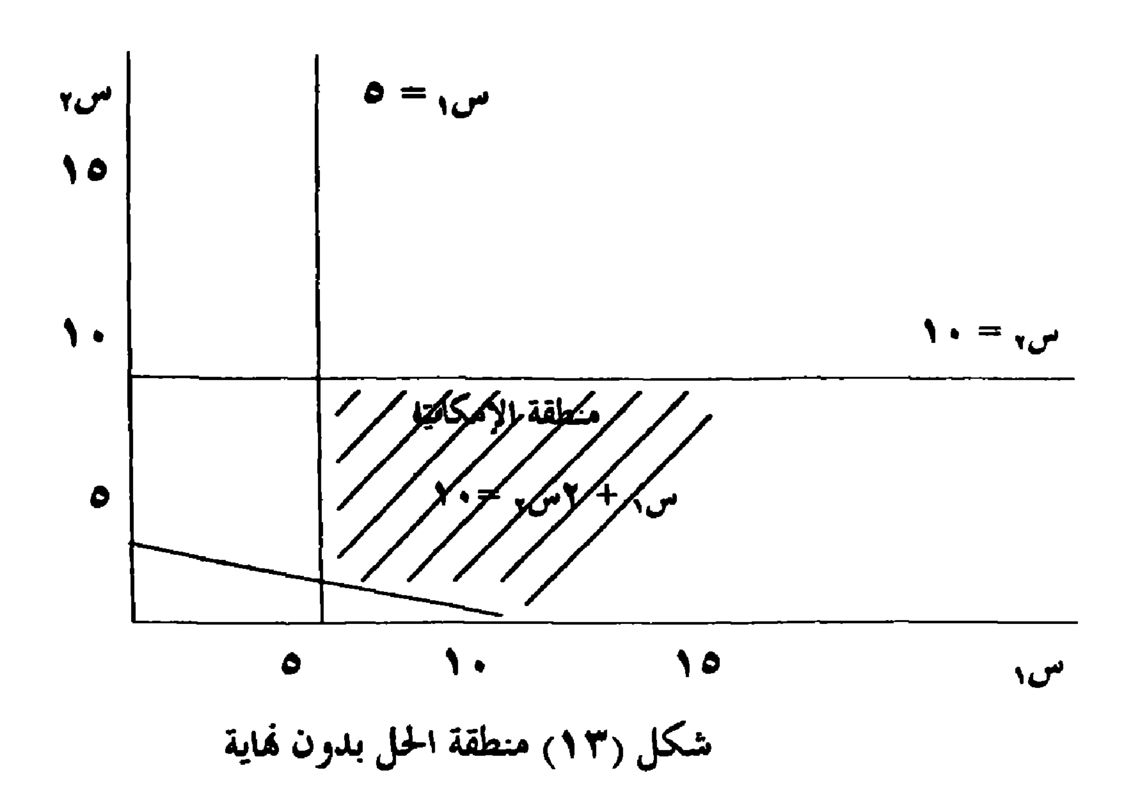
بحيث $س_١ \leq$ ٥

$س_٢ \geq$ ١٠

$س_١$ + ٢ $س_٢ \geq$ ١٠

$س_١$، $س_٢ \leq$ ٠

كما ترى في شكل (١٣) نظرا لأنها مشكلة تقصية ومنطقة الإمكانيـــات تمتد إلى لا نهاية لليمين، فنواجه حالة عدم وجود حدود أو حل غير محدد. ومـــن حظ الشركة أن تستطيع إنتاج عدد لا نهائي من الوحدات س١ (ربح الوحدة ٣ جنيه) ولكن من الواضح عدم قدرة أي شركة على توفير مـــوارد لا نهائيـــة أو طلب لا نهائي على المنتجات.



شكل (١٣) منطقة الحل بدون نهاية

(٣) القيود غير الضرورية Redundancy

ظهور قيد غير ضروري أحد المواقف الشائعة والتي تحـــدث في صياغـــة المشاكل الكبيرة للبرمجة الخطية ولا يؤدي القيد غير الضروري إلى صعوبـات في حل البرمجة الخطية بيانيا. ولكن يجب أن تتعرف على وجوده. والقيد هو الـــذي

لا يؤثر على منطقة الإمكانيات. بمعنى آخر، أحد القيود قد يكون اكثر تقييـــدا من قيد آخر مما يلغي الحاجة إلي أخذه في الحسبان.

ادرس المثال التالي لمشكلة برمجة خطية لها ثلاث قيود :

أوجد أقصى قيمة ١ س١ + ٢ س٢

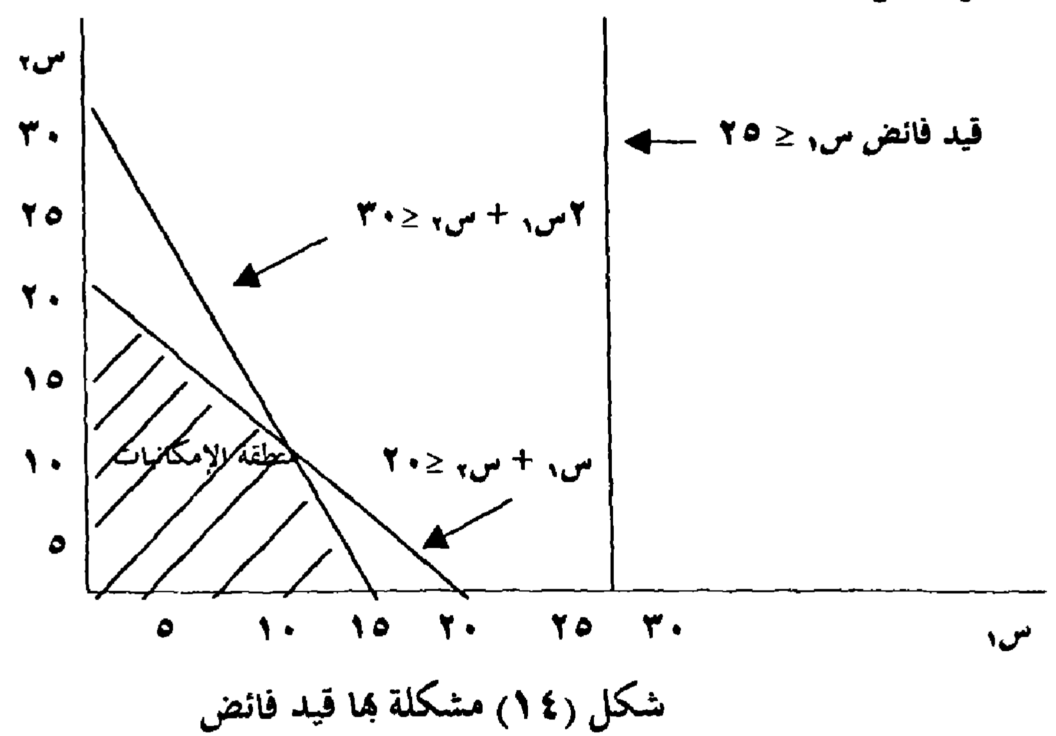
بحيث س١ + س٢ ≤ ٢٠

٢س١ + س٢ ≤ ٣٠

س١ ≤ ٢٥

س١، س٢ ≥ ٠

القيد الثالث س١ ≤ ٢٥ قيد فائض وغير ضـــروري في صياغـــة وحـــل المشكلة نظرا لأنه ليس له تأثير على منطقة الإمكانيات بوجود القيدان السـابقان أنظر شكل (١٤).



شكل (١٤) مشكلة بها قيد فائض

(٥) وجود أكثر من حل أمثل

Alternative Optimal Solution

قد يظهر لمشكلة البرمجة الخطية في بعض الحالات حلان مثاليان أو اكثر ويحدث ذلك بيانيا إذا ما كان خط سواء الربح أو خط سواء التكلفة موازي تماما لأحد قيود المشكلة - أي أن لهم نفس الميل.

لاحظت إدارة الشركة وجود أكثر من حل أمثل حين صياغة مشكلة بسيطة للبرمجة الخطية، أدرس المشكلة التالية :

أوجد أقصى قيمة ٣ س١ + ٢ س٢

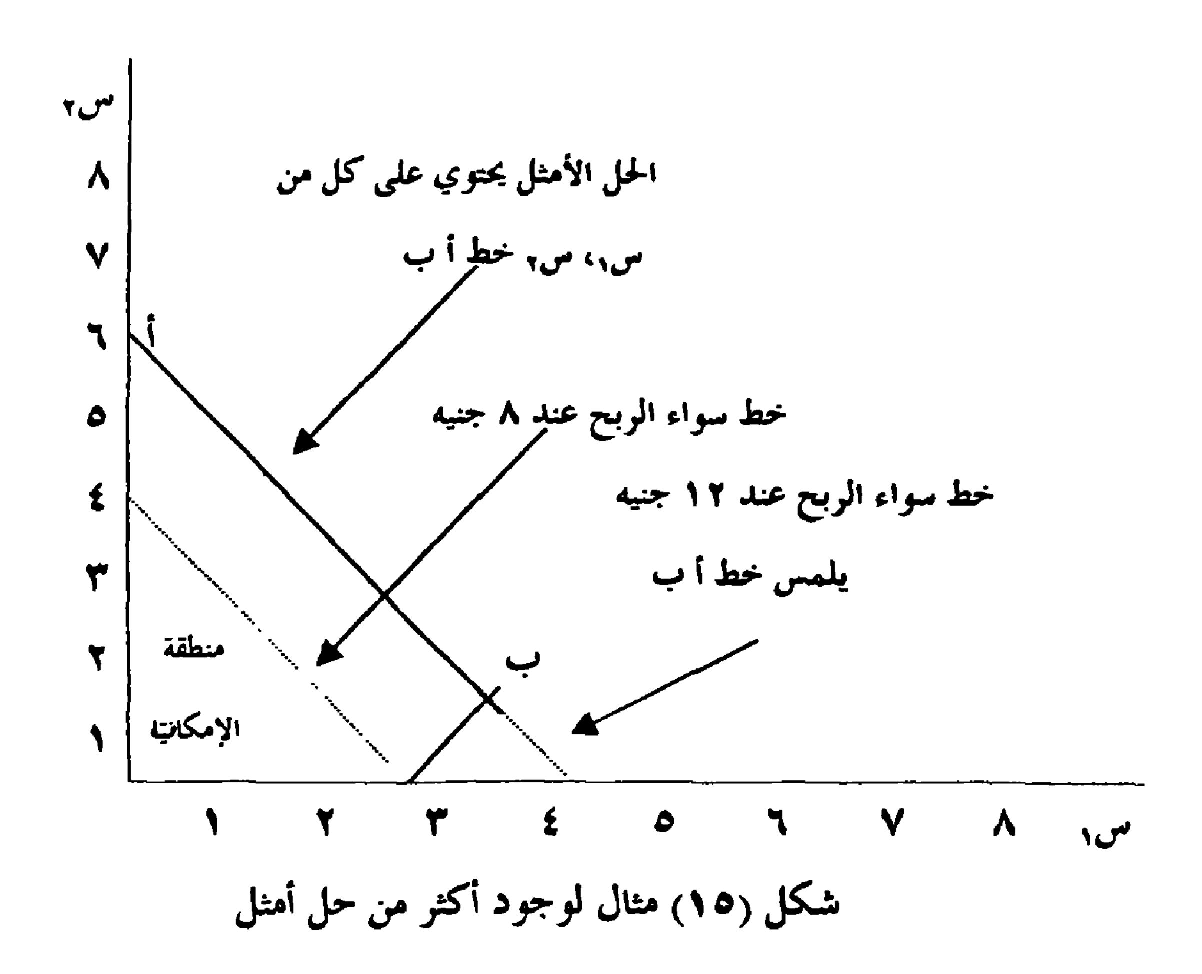
بحيث ٦ س١ + ٤ س٢ ≤ ٢٤

س١ ≤ ٣

س١، س٢ ≥ ٠

وكما في شكل (١٥) فإن أول خط سواء ربح ٨ جنيه يمر بالتوازي مع معادلة القيد. وعند ربح ١٢ جنيه، فإن خط سواء الربح يقع مباشرة على حافة منطقة القيد الأول. ويعني ذلك أن أي نقطة على الخط بين أ، ب تعتبر مثالية لمزيج س١، س٢. وبدلا من ظهور مشاكل، فإن وجود أكثر من حل أمثل يسمح للإدارة بمرونة كبيرة في تحديد أي كمزيج منتجات تختاره. ويظل الربح نفسه في كل حل بديل.

ويقدم الحل البياني أساس جيد لمواجهة مشاكل اكبر وأكثر تعقيدا، لحـــل مشاكل البرمجة الخطية بها عديد من المتغيرات والقيود نحتاج إلى إجراءات حـــل أفضل وذلك مثل طريقة السمبلكس.



شكل (١٥) مثال لوجود أكثر من حل أمثل

تطبيقات محلولة

١- تفكر شركة السعادة في التوسع في نشاطها الناجح بمدينة الإسكندرية وعليها تحديد عدد غرف التخزين لكل حجم لبناء مخزنها الجديد. وما يلي دالة الهدف والقيود :

تقصية المكاسب الشهرية ٥٠ $س_{١}$ + ٢٠ $س_{٢}$

بحيث ٢ $س_{١}$ + ٤ $س_{٢}$ ≥ ٤٠٠ (موازنة الإعلان)

١٠٠ $س_{١}$ + ٥٠ $س_{٢}$ ≥ ٨٠٠٠ (المساحة المطلوبة بالمتر المربع)

$س_{١}$ ≥ ٦٠ (حدود الإيجار المتوقع)

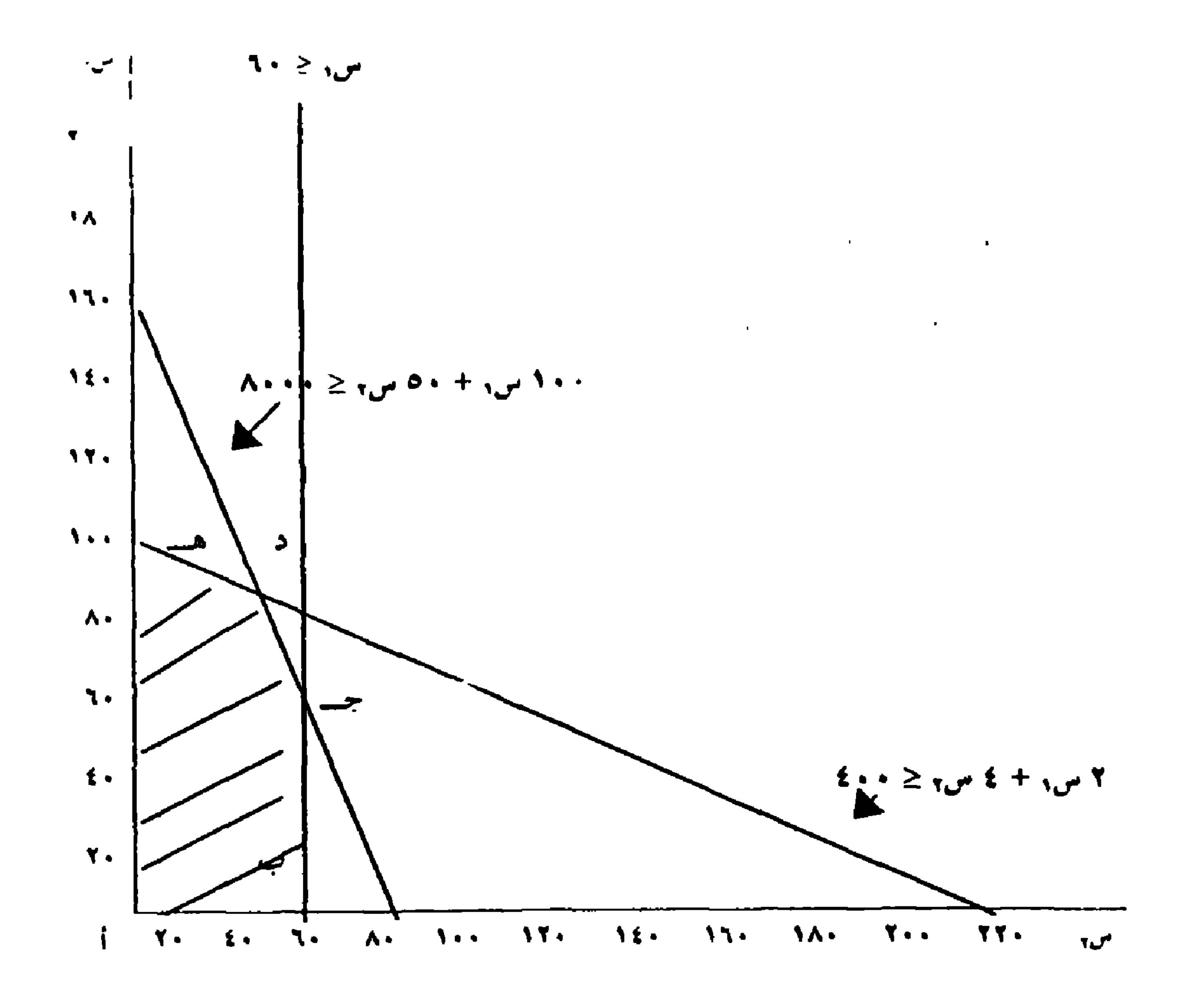
$س_{١}$، $س_{٢}$ ≤ صفر

حيث $س_{١}$ = عدد الغرف الكبيرة

$س_{٢}$ = عدد الغرف الصغيرة

الحل :

بتقييم نقاط الخمس أركان للرسم البياني التالي يتضح أن الركن جـ ينتج أعلى مكاسب. ارجع إلى الرسم والجدول.



نقطة عند الركن	قيمة س١ ، س٢	قيمة دالة الهدف
أ	(٠ ،٠)	٠
ب	(٠،٦٠)	٣٠٠٠
جـ	(٤٠ ،٦٠)	٣٨٠٠
د	(٨٠ ،٤٠)	٣٦٠٠
هـ	(١٠٠ ،٠)	٢٠٠٠

تطبيق محلول (٢) :

حل مشكلة البرمجة الخطية التالية بطريقة الرسم البياني، باستخدام مدخل منحنى سواء التكلفة :

أوجد أدنى تكلفة : ٢٤ س$_{١}$ + ٢٨ س$_{٢}$

بحيث ٥ س$_{١}$ + ٤ س$_{٢}$ ≤ ٢٠٠٠

س$_{١}$ ≤ ٨٠

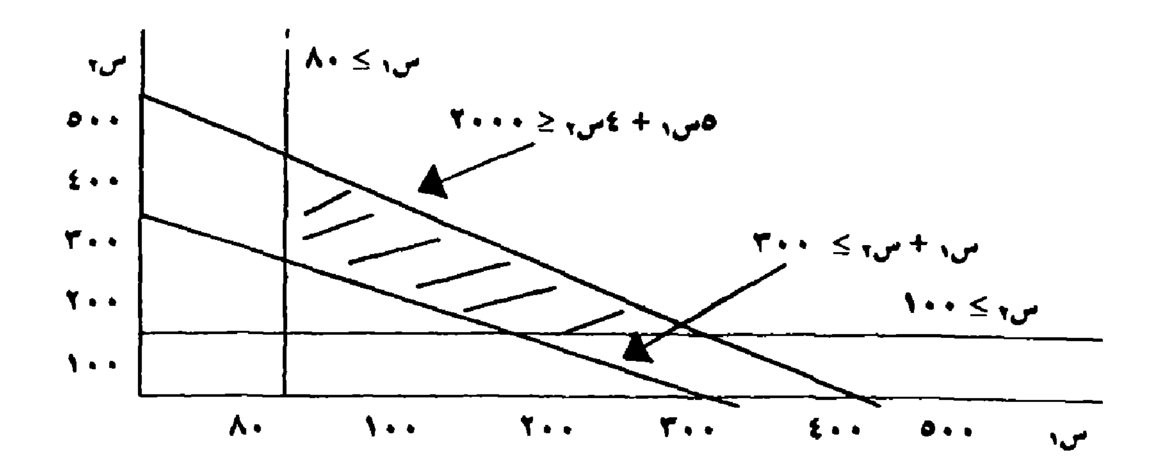
س$_{١}$ + ٢س$_{٢}$ ≤ ٣٠٠

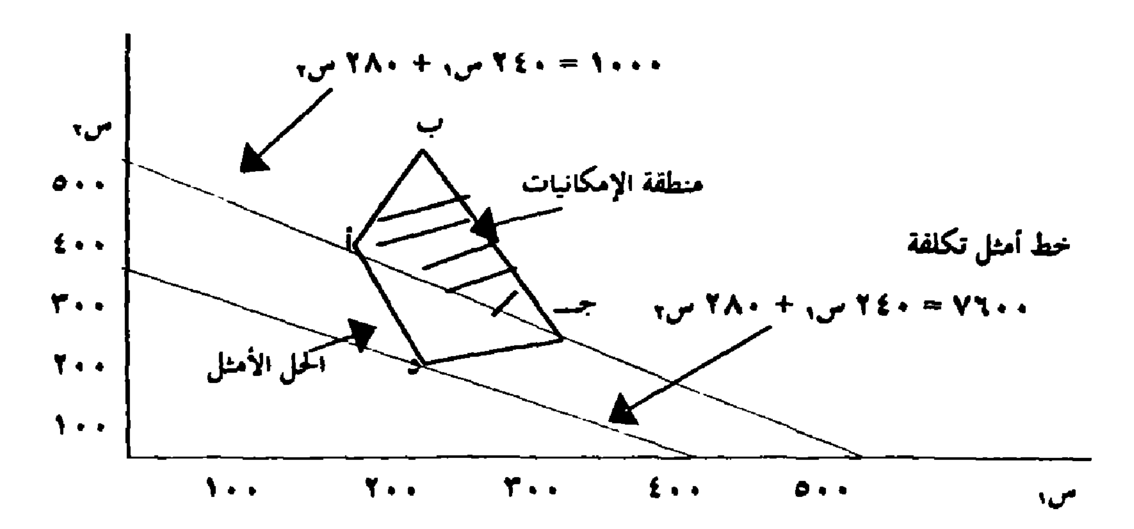
س$_{٢}$ ≤ ١٠٠

س$_{١}$، س$_{٢}$ ≤ صفر

الحل :

يظهر الرسم البياني كما يلي بالقيود الأربعة بالمشكلة. ويوضح السهم اتجاه منطقة الإمكانيات لكل قيد. ويوضح الرسم التالي له منطقة الإمكانيات ويرسم خطين ممكنين لدالة هدف التكلفة. الأول ١٠٠٠٠ جنيه تم اختياره عشوائيا كنقطة بداية. ولإيجاد نقطة أمثل ركن نحتاج إلى تحريك خط التكلفة باتجاه التكلفة الأقل، أي، لأسفل ولليسار. وآخر نقطة يتلامس فيها خط التكلفة مع منطقة الإمكانيات بتحركه نحو نقطة البداية في الركن د. وبالتالي د والتي تمثل س$_{١}$ = ٢٠٠، س$_{٢}$ = ١٠٠ والتكلفة ٧٦٠٠ جنيه تعتبر الحل الأمثل.





تطبيق محلول رقم (٣) :

حل المشكلة التالية بمعلومية دالة الهدف والقيود :

تقصية الربح = ٣٠ س١ + ٤٠ س٢

بحيث ٤ س١ + ٢ س٢ ≤ ١٦

٢ س١ − س٢ ≥ ٢

س٢ ≤ ٢

س١، س٢ ≥ صفر

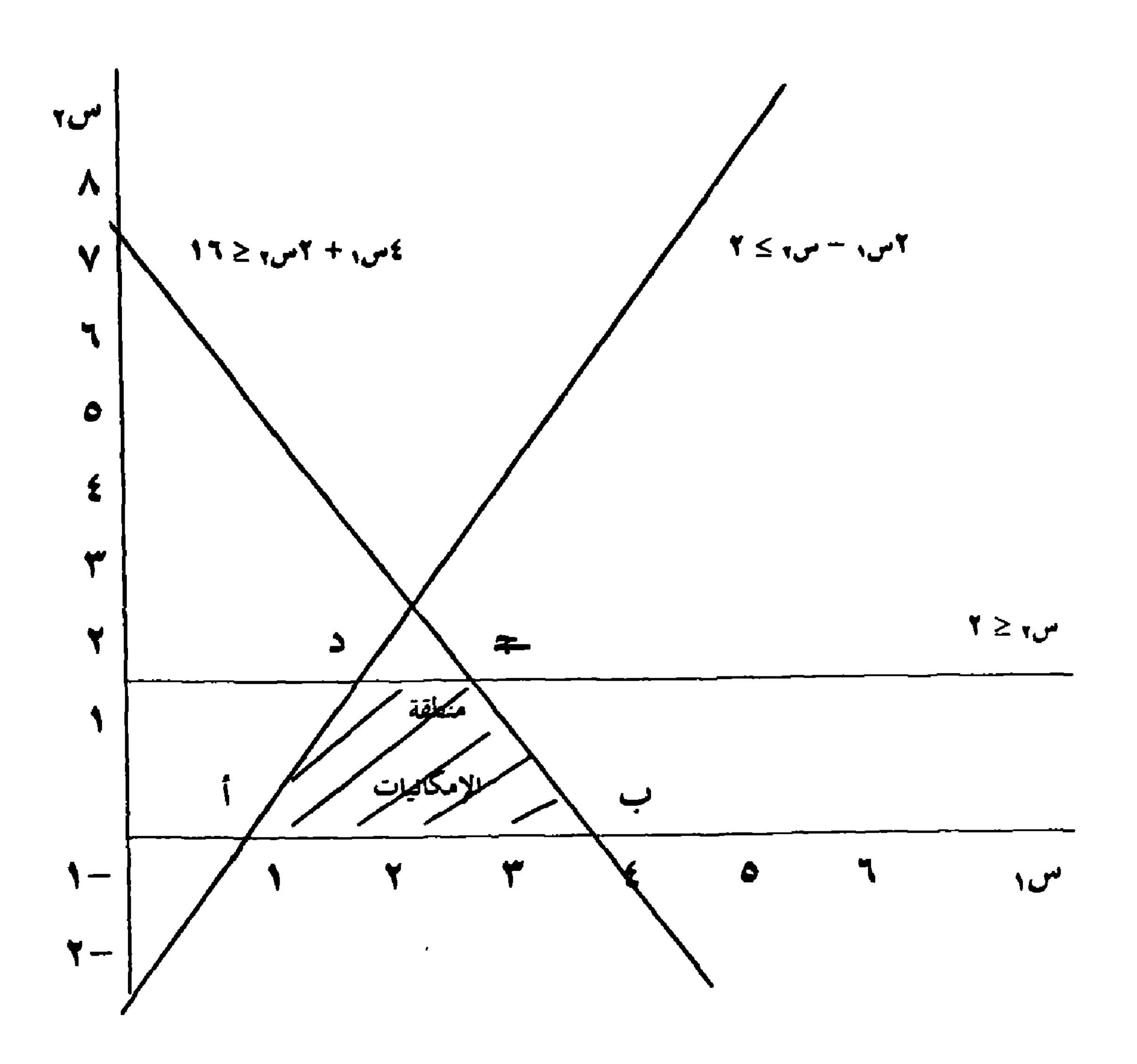
أ) ارسم منطقة الإمكانيات.

ب) حدد قيمة دالة الهدف في كل ركن من أركان منطقة الإمكانيات.

جـ) حدد الحل الأمثل.

الحل :

أ) يظهر الرسم البياني كما يلي :



ب)

نقطة الأركان	الإحداثيات	الربح
أ	$س_1$ = ١، $س_2$ = صفر	٣٠
ب	$س_1$ = ٤، $س_2$ = صفر	١٢٠
جـ	$س_1$ = ٣، $س_2$ = ٢	١٧٠
د	$س_1$ = ٢، $س_2$ = ٢	١٤٠

جـ) الحل الأمثل تحقيق ربح قدره ١٧٠ جنيه في النقطة جـ.

أسئلة :

(١) اشرح أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين مشاكل التدنية ومشاكل التقصية باستخدام مدخل الحل البياني للبرمجة الخطية.

(٢) من المهم فهم الفروض المستخدمة بأي نموذج تحليل كمي. ما هي الفروض والمتطلبات لتشكيل نموذج برمجة خطية واستخدامه؟

(٣) ذكر أن كل نشاط للبرمجة الخطية لها منطقة إمكانيات لها عدد غير نهائي من الحلول. اشرح ذلك.

(٤) شكلت مشكلة تقصية بالبرمجة الخطية، وتعد لحلها بيانيا، ما هي المعايير الواجب أخذها في الحسبان في تقرير سهولة حلها بطريقة أركان منطقة الإمكانيات أو مدخل خطوط سواء الربح؟

٤- قمت بتشكيل مشكلة تقصية بالبرمجة الخطية وتعد لحلها بيانيا. ما هي المعايير التي يجب أخذها في الحسبان في تحديد ما إذا كان من السهل حلها باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي أو مدخل خطوط سواء الربح؟

٥- في ظل أي حالة يمكن أن يكون لمشكلة برمجة خطية أكثر من حل أمثل؟

٦- صمم مجموعة من معادلات القيود والمتباينات واستخدمهم لتوضيح بيانيا كل مما يلي :

(أ) مشكلة بدون حدود **Unbounded**.

(ب) مشكلة بدون منطقة إمكانيات.

(جـ) مشكلة تتضمن قيد فائض.

٧- ذكر مدير إحدى الشركات الصناعية بالإسكندرية "أرغب في استخدم البرمجة الخطية، ولكنه أسلوب يعمل في ظل التأكد. ولا يوجد لمصنعي مثل هذا التأكد، فنحن في عالم عدم التأكد. لذلك لا يمكننا استخدام البرمجة الخطية" هل تعتقد أن لهذا التصريح أي وجه للصحة؟ اشرح لماذا ذكر المدير هذا التصريح؟

٨- حدد محلل بحوث العمليات لشركة أبو قير للكيماويات العلاقات الرياضية التالية. أيهم غير صالح للاستخدام في مشكلة البرمجة الخطية، ولماذا؟

تقصية الأرباح $٤س_{١} + ٣س_{١}س_{٢} + ٨س_{٢} + ٥س_{٣}$

بحيث : $٢س_{١} + س_{٢} + ٢س_{٣} \leq ٥٠$

$٨س_{١} - ٤س_{٢} \geq ٦$

$١,٥س_{١}^{٢} + ٦س_{٢} + ٣س_{٣} \leq ٢١$

$١٩س_{٢} - ١/٣\,س_{٣} = ١٧$

$٥س_{١} + ٤س_{٢} + ٣\sqrt{س_{٣}} \leq ٨٠$

$-س_{١} - س_{٢} + س_{٣} = ٥$

تطبيقات

١- تنتج شركة العربي منتجان كهربائيان : مكيفات الهواء، والمراوح الكبيرة. وتتماثل عملية تجميع كل منهما نظرا لأنها تتضمن عمليات توصيل الأسلاك وعمليات التثقيب. ويحتاج كل مكيف هواء إلى ٣ ساعات لتركيب الأسلاك وساعة للتثقيب. وخلال فترة الإنتاج المقبلة سيتاح ٢٤٠ ساعة لتركيب الأسلاك و١٤٠ ساعة للتثقيب. ويباع مكيف الهواء بربح قدره ٢٥ جنيه، والمروحة بربح قدره ١٥ جنيه. شكل وحل البرنامج الخطي لإيجاد أفضل تشكيلة إنتاج من المكيفات والمراوح والتي تؤدي إلى تقصية الأرباح. استخدم طريقة الأركان للحل البياني.

٢- تذكرت شركة العربي أنها لم تدرج معياران هامان في المشكلة السابقة (تطبيق ١) وعلى الأخص، قررت الإدارة أنه لتأكيد توفر عرض كاف من مكيفات الهواء لأحد العقود، فإنه يجب انتاج ٢٠ وحدة على الأقل من أجهزة

التكييف. ونظرا لأن إنتاج الشركة من المراوح كان أكثر من حاجتها لذلك قدرت الإدارة عدم إنتاج مراوح أكثر من ٨٠ مروحة خلال فترة الإنتاج المقبلة. حدد تشكيلة المنتجات المثلى التي تحقق حل أمثل جديد.

٣- تنتج شركة ستاندرد نوعان من الأحواض الضخمة يطلق عليها النموذج أ، والنموذج ب. ويتطلب كل حوض مزج كمية معينة من الزنك والحديد، وبالشركة ٢٥٠٠٠ كيلو من الحديد، ٦٠٠٠ كيلو من الزنك. وتحتاج الوحدة من النموذج أ إلى مزيج من ١٢٥ كيلو حديد، ٢٠ كيلو من الزنك، وتحقق كل وحدة ربح قدره ٩٠ جنيه. ويمكن بيع كل وحدة من النموذج ب بربح قدره ٧٠ جنيه وتحتاج إلى ١٠٠ كيلو من الحديد، ٣٠ كيلو من الزنك. حدد بيانيا أفضل تشكيلة إنتاج من الأحواض.

٤- تنتج شركة الأمين للأثاث نوعان من المنتجات اللازمة للحدائق، مقاعد وطاولات. وللشركة موردان أساسيان النجارين (القوى العاملة) ومورد الخشب الأحمر اللازم للأثاث. وخلال دورة الإنتاج المقبلة، ستتاح ١٢٠٠ ساعة عمل للنجارين. وبالشركة ٣٥٠٠ قدم من الخشب الأحمر ويحتاج كل مقعد إلى ٤ ساعات عمل من النجارين، ١٠ قدم من الخشب. وتحتاج كل طاولة إلى ٦ ساعات عمل، ٣٥ قدم من الخشب الأحمر. وسيحقق بيع كل مقعد ربح قدره ٩ جنيه وكل طاولة ربح قدره ٢٠ جنيه. ما هو عدد المقاعد والطاولات التي يجب إنتاجها لتحقيق أقصى ربح ممكن؟ استخدم مدخل البرمجة الخطية بطريقة الحل البياني.

٥- يخطط عميد كلية التجارة للمناهج التي ستدرس في الفصل الثـــاني. وتحتاج الكلية إلى تدريس على الأقل ٣٠ منهج بمرحلـــة البكـــالوريوس، ٢٠ منهج بمرحلة الدراسات العليا. ولائحة الكلية تحدد أنه يجب تدريس على الأقـل ٦٠ منهج ككل. وكل منهج بمرحلة البكالوريوس يكلف الكلية في المتوســـط ٢٥٠٠ جنيه في مكافآت التدريس، وكل منهج بمرحلة الدراسات العليا يكلـف الكلية ٣٠٠٠ جنيه. ما هو عدد المنـــاهج بمرحلـــة البكـــالوريوس وبمرحلـــة الدراسات العليا والتي تؤدي إلى تخفيض المكافآت إلى أدنى حد ممكن؟

٦- تنتج الشركة المصرية نوعان من الحاسبات المتوسطة، ألفـــا، وبيتـــا. ويعمل بالشركة ٥ فنيين، على خطوط الإنتاج لمدة ١٦٠ ساعة شهريا،. وتصـو الإدارة على المحافظة على العمالة الكاملة (أي ١٦٠ ساعة عمل) خلال الشهور المقبلة لكل عامل. وتحتاج إلى ٢٠ ساعة عمل لتجميع كل وحدة من ألفـا و٢٥ ساعة عمل لتجميع الوحدة من بيتا. وترغب الشركة في إنتاج على الأقـــل ١٠ وحدات من ألفا، ١٥ وحدة من بيتا خلال دورة الإنتاج المقبلة. ويحقق الموديـل ألفا ربح قدره ١٢٠٠ جنيه، بيتا ربح قدره ١٨٠٠ جنيه. حدد أفضل تشـكيلة إنتاج تحقق أقصى ربح ممكن.

٧- لدى الصندوق الاجتماعي للتنمية بفرع الإســـكندرية ٢٥٠٠٠٠ جنيه متاحة للاستثمار خلال سنة. ويمكن وضع الأموال في أذون خزانـــة تغـل ٨% عائد، أو في سندات إسكان معدل عائدهـــــا ٩%. وتتطلـــب قواعـــد الصندوق اجتماعي التنويع في الاستثمار بحيث يتم استثمار ٥٠% على الأقـــل في أذون الخزانة، وأنه لا يتم الاستثمار في سندات الإسكان أكثر من ٤٠%. ما

هي خطة الاستثمار المثلى للصندوق الاجتماعي في كل نوع لتحقيق أعلى عائد ممكن على الاستثمار؟

٨- حل المشكلة التالية بطريقة البرمجة الخطية بيانيا باستخدام طريقة الأركان.

تقصية $٤س_{١} + ٤س_{٢}$

بحيث $٣س_{١} + ٥س_{٢} \le ١٥٠$

$س_{١} + ٢س_{٢} \le ١٠$

$٥س_{١} + ٣س_{٢} \le ١٥٠$

$س_{١}، س_{٢} \ge$ صفر

٩- ادرس الصياغة التالية لبرنامج خطي

أوجد أدنى قيمة $س_{١} + ٢س_{٢}$

بحيث $س_{١} + ٣س_{٢} \ge ٩٠$

$٨ س_{١} + ٢س_{٢} \ge ١٦٠$

$٣س_{١} + ٢س_{٢} \ge ١٢٠$

$س_{٢} \ge ٧٠$

واعرض بيانيا منطقة الإمكانيات واستخدم طريقة خطوط سواء الربح لتحديد الركن الذي ينتج حل أمثل. وما هي تكلفة هذا الحل؟

١٠- أوصى أحد سماسرة الأوراق المالية صندوق ادخار أعضاء هيئة التدريس بشراء نوعان من الأسهم. وقد اهتم الأساتذة بعناصر مثل، النمو في

الفترة قصيرة الأجل، النمو في الفترة متوسطة الأجل، ومعدلات توزيع الأرباح. وتظهر البيانات التالية لكل من السهمان :

العنصر	أسهم	
	شركة غاز مصر	شركة كهرباء مصر
إمكانيات النمو في الفترة قصيرة الأجل لكل جنيه مستثمر	٠,٣٦	٠,٢٤
إمكانيات النمو في الفترة متوسطة الأجل لكل جنيه مستثمر	١,٦٧	١,٥
معدل توزيع الربح المقدر	٤%	٨%

ويهدف كل عضو في الصندوق إلى (١) زيادة لا تقل عن ٧٢٠ جنيه في الاستثمار في الفترة قصيرة الأجل، (٢) زيادة لا تقل عن ٥٠٠٠ جنيه في الفترة متوسطة الأجل للثلاث سنوات المقبلة، (٣) توزيع الأرباح على الأقل ٢٠٠ جنيه سنويا. ما هو أدنى استثمار يمكن للصندوق أن يقوم به لتحقيق الأهداف الثلاثة؟

١١- ادرس صياغة كل برنامج خطي تالي. وباستخدام المدخل البياني حدد :

(أ) أي الصياغات لها أكثر من حل أمثل.

(ب) أي الصياغات ليس لها حدود.

(جـ) أي الصياغات ليس لها منطقة إمكانيات.

(د) ما هي الصياغة الصحيحة كما هي بدون تعديل.

(١)	(٢)
أوجد أقصى قيمة $١٠س_١ + ١٠س_٢$	أوجد أقصى قيمة $٣س_١ + ٢س_٢$
بحيث $٢س_١ \geq ١٠$	بحيث $س_١ + س_٢ \leq ٥$
$س_١ + ٤س_٢ \geq ١٦$	$س_١ \leq ٢$
$٤س_٢ \geq ١٦$	$٢س_٢ \leq ٨$
$س_١ \leq ٦$	
(٣)	**(٤)**
أوجد أقصى قيمة $س_١ + ٢س_٢$	أوجد أقصى قيمة $٣س_١ + ٣س_٢$
بحيث $س_١ \geq ١$	بحيث $٤س_١ + ٦س_٢ \geq ٤٨$
$٢س_٢ \geq ٢$	$٤س_١ + ٢س_٢ \geq ١٢$
$س_١ + ٢س_٢ \geq ٢$	$٣س_٢ \leq ٣$
	$٢س_١ \leq ٢$

دراسة حالة

قام أحد خريجي الجامعة بالحصول على ٥ أفدنة لزراعتها وقد ابتكر سماد يحتوي على أربعة عناصر كيميائية $ح_{٣٠}$، $ح_{٩٢}$، $ك_{٢١}$، $هـ_{١١}$. وتظهر تكلفة الكيلو من كل عنصر كما يلي :

العنصر	التكلفة
ح٣٠	٠,١٢
ح٩٢	٠,٠٩
ك٢١	٠,١١
هـ١١	٠,٠٤

وكانت المواصفات التي حددها هي :

أ- العنصر هـ١١ يجب أن يشكل ١٥% على الأقل من المزيج.

ب- العنصر ح٩٢، ح٣٢ يجب أن يكونا معا على الأقل ٤٥% من المزيج.

جـ- ك٢١، ح٩٢ يمكن أن يكونا ليس أكثر من ٣٠% من المزيج.

د- يباع السماد في عبوات ٥ كيلو.

المطلوب :

١- شكل برنامج خطي لتحديد المزيج الأفضل للأربع عناصر كيماوية وتؤدي إلى تخفيض تكلفة العبوة المكونة من ٥٠ كيلو سماد.

٢- حل المشكلة السابقة باستخدام الحاسب.

حل البرمجة الخطية باستخدام برامج الجداول الإلكترونية

فيما يلي جدول إلكتروني معد ببرنـــامج اكســـل يعـــرض المعـــادلات المستخدمة للوصول للحل النهائي.

F	E	D	C	B	A	
					شركة الأثاثات	١
						٢
		المجموع	الكراسي	المكاتب		٣
			٢٠	٢٠	الكمية	٤
			٥	٧	ربح الوحدة	٥
		=SUM(B6:C9)	=C5*C4	=B5*B4	هامش الربح	٦
						٧
			٣	٤		٨
=E9-D9	٢٤٠	=SUM(B8:C9)	=C8*C4	=B8*B4		٩
						١٠
			١	٢		١١
=E12-D12	١٠٠	=SUM(B12:C12)	=C11*C4	=B11*B4		١٢
						١٣
						١٤

إذا كانت المكاتب = ٢٠، والمقَاعد = ٢٠ سيكون الربح = ٢٤٠ جنيه

	A	B	C	D	E	F
١	شركة الأثاثات					
٢						
٣		المكاتب	الكراسي	المجموع	الموارد المتاحة	الموارد العاطلة
٤	الكمية	٢٠	٢٠			
٥	ربح الوحدة	٧	٥			
٦	هامش الربح	١٤٠	١٠٠	٢٤٠		
٧						
٨	وقت النجارة للوحدة	٤	٣			
٩	إجمالي وقت النجارة	٨٠	٦٠	١٤٠	٢٤٠	١٠٠
١٠						
١١	وقت الدهان للوحدة	٢	١			
١٢	إجمالي وقت الدهان	٤٠	٢٠	٦٠	١٠٠	٤٠
١٣			إجمالي الموارد المستخدمة		إجمالي الموارد العاطلة	
١٤						

تم كتابة البيانات الخاصة بمشكلة شركة الأثاثات فمثلا، هـامش الربـح ادخل في الخلية A6. وتم وضع الأرقام في الخلايا المناسبة. مزيج الوحـدة مـن المكاتب ٧ جنيه ومن الكراسي ٥ جنيه في الخلايا B5، C4 على التوالي.

والخلايا الفارغة التي تم تعليمها وهي B4، C4 وذلك لجـذب انتبـاهك إليهم. فتحليل ماذا يحدث إذا "What If" (وهو الميزة الرئيسية لمدخل الجـداول الإلكترونية للبرمجة الخطية) حيث يدخل المستخدم قيم مختلفة لهذه الخلايا ثم يرى

أثر الأرقام المدخلة على إجمالي الربح D6، إجمالي الموارد المســـتخدمة D9 و D12 والموارد غير المستخدمة Slack أو المتغيرات العاطلة F12, F9. وبديلا في تحليل مـا هو الأفضل What's Best، يحدد الحاسب القيم المثلى للمكاتب والمقاعد ويضـــع النتيجة في B4، C4.

ادرس المعادلات المدخلة : هامش الربح في B6 وحسب علـــى أســاس =B5*B4 (أي محتوى B5 مضروبا في محتوى B4) لذلك أي كانت الأرقام المدخلـة في B4 فإن مجمل الربح سيكون حاصل ضرب هذا الرقم في ٧ جنيه ربح الوحدة بالخلية B5. وبالمثل فإن إجمالي ربح المقاعد في C6، وإجمالي الأرباح في D6.

والمتغيرات والموارد العاطلة من المضامين الهامة وتم حسابها بالمعـــادلات في الخلايا F9، F12. وإجمالي وقت النجارة للشركة كان ٢٤٠ ساعة بالخليـــة E9. وإذا ما استخدمت الساعات بالكامل أنظر الخلية D9 فسيكون هناك ســـاعات نجارة عاطلة = صفر، وتم ذلك عند الحل الأمثل حيث نجد ٣٠ مكتـــب، ٤٠ مقعد.

لماذا نستخدم الجداول الإلكترونية ؟

وجدنا بورقة العمل السابقة أن مستخدمها يمكن أن يدخل عديد من القيم ويختبر ماذا يحدث في كل حالة. وهناك سببان آخران لاستخدام مدخل الجـداول الإلكترونية. الأول، أنها تقدم مرونة للتعامل مع العلاقات غير الخطية والـــتي لا يتعامل معها النموذج الرسمي. فمثلا، إذا كان إجمالي الساعات المتاحة ليســـت محددة بعدد ٢٤٠ ساعة وإنما تكون في شكل أسي لعدد النجـــارين المتـــاحين للعمل، فإن نموذج الجداول الإلكترونية يمكنه تناول هذه التعقيدات.

ثانيا، وربما أهم سبب، أن مدخل الجداول الإلكترونية تمثيل جيد للبرمجة الخطية عن النموذج الرسمي. فالمديرين لا يروا ما يتم داخل البرامج الرسمية. بينما في ورقة العمل، فإن كل علاقة وضعت بطريقة تجعل فهم البرنامج الخطي أسهل بكثير. وهذا يعطي للمديرين إحساس أكثر بالبرنامج الخطي. وحينما يشعر المستخدم بأنه اكثر ارتياحا للأسلوب الكمي، فسيستخدمه ويثق في النتائج.

الفصل الخامس

البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس
Linear Programming : The Simplex Method

مقدمة :

تناولنا في الفصل السابق أمثلة لمشاكل البرمجة الخطية التي تحتوي على متغيران للقرار. ففي وجود متغيران فقط يمكن حل المشكلة باستخدام المدخل البياني. وقد رسمنا منطقة الإمكانيات وبحثنا عن نقطة الركن الأمثل والأرباح والتكاليف المرتبطة به. وقد قدم هذا الأسلوب طريقة جيدة لفهم المضامين الأساسية للبرمجة الخطية. ومعظم مشاكل الممارسة العملية للبرامج الخطية لها أكثر من متغيران، وبالتالي فهي أكبر من إمكانيات الحل البياني. وقد تحتوي المشاكل التي تواجه الشركات على عشرات أو مئات أو حتى آلاف لمتغيرات. ونحتاج إلى طريقة أكثر قوة من الطريقة البيانية. لذلك سندرس في هذا الفصل أسلوب يطلق عليه طريقة السمبلكس **simplex Method**.

ومضمون طريقة السمبلكس بسيط ويشابه مدخل الحل البياني في أحد الجوانب. في الحل البياني للبرامج الخطية فحصنا كل نقط الأركان، وذكرت نظرية البرمجة الخطية أن الحل المثل يقع في أحد الأركان. وفي مشاكل البرمجة الخطية التي تحتوي على عديد من المتغيرات، قد لا تستطيع رسم منطقة لها

العديد من الأركان ولها العديد من الأبعاد (مجسم) والذي يمثل منطقة الحل الممكن. وتفحص طريقة السمبلكس نقاط الأركان بطريقة منظمة باستخدام المضامين الأساسية للحل. عن طريق إجراء تحسن مرحلي، أي، تكرر نفس مجموعة الإجراءات مرة أخرى إلى أن نصل إلى حل أمثل. وكل عملية تحسين تؤدي إلى قيم أعلى لدالة الهدف بحيث نقترب باستمرار من الحل الأمثل.

لماذا يجب دراسة طريقة السمبلكس؟

من المهم تفهم الأفكار المستخدمة للوصول إلى الحل. ويؤدي مدخل السمبلكس ليس فقط إلى الحل الأمثل للمتغيرات س ن وأقصى ربح (أو أدنى تكلفة)، ولكن أيضا إلى معلومات اقتصادية مفيدة. ولإمكان استخدام الحاسب بنجاح ولتفسير النتائج المطبوعة من الحاسب للبرنامج الخطي تحتاج إلى معرفة ما تقوم به طريقة السمبلكس ولماذا؟

سنبدأ هذا الفصل بحل مشكلة تقصية باستخدام طريقة السمبكس. ثم ندرس مشكلة التدنية وبعض المشاكل الفنية التي تواجه تطبيق طريقة السمبلكس.

تصميم الحل المبدئي بطريقة السمبلكس

بالرجوع إلى حالة شركة الأثاثات وبدلا من الحل البياني الذي استخدمناه في الفصل السابق سنطبق طريقة السمبلكس.

وحيث   س١ = عدد المكاتب المنتجة

س٢ = عدد الكراسي المنتجة

وتم صياغة المشكلة في :

تقصية الربح	٧ س١ + ٥ س٢	(دالة الهدف)
	٢ س١ + س٢ ≥ ١٠٠	(قيد ساعات الطلاء)
	٤ س١ + ٣ س٢ ≤ ٢٤٠	(قيد ساعات النجارة)
	س١، س٢ ≤ صفر	(قيد عدم السالبية)

تحويل القيود إلى معادلات

Converting the Constraints to Equations

الخطوة الأولى لطريقة السمبلكس تتطلب تحويل كل متباينة لقيد بالبرنامج الخطي إلى متساوية. فيتم تحويل قيد أقل من أو يساوي ≥ كما في قيد ساعات الطلاء إلى معادلة بإضافة متغير عاطل **Slack Variable** لكل قيد. والمتغيرات العاطلة تمثل موارد غير مستغلة، وهي قد تكون في شكل ساعات تشغيل آلات، ساعات عمل، أموال، مساحات في المخزن، أو أي عدد من الموارد وفقا للمشكلة محل الدراسة.

وفي حالتنا يمكن جعل :

ص١ = متغير عاطل يمثل ساعات غير مستغلة بقسم الطلاء.

ص٢ = متغير عاطل يمثل ساعات غير مستغلة بقسم النجارة.

ويمكن إعادة صياغة قيود المشكلة كما يلي :

$$٢س_{١} + س_{٢} + ص_{١} = ١٠٠$$

و $$٤س_{١} + ٣س_{٢} + ص_{٢} = ٢٤٠$$

وبالتالي إذا كان إنتاج المكاتب $س_{١}$ والكراسي $س_{٢}$ يستخدم أقل من ١٠٠ ساعة طلاء، فإن الساعات غير المستغلة ستكون قيمتها $ص_{١}$. فمثلا، إذا كانت $س_{١}$ = صفر، $س_{٢}$ = صفر (أي لم يتم إنتاج أي وحدة) فإن $ص_{١}$ = ١٠٠ ساعة زمن عاطل في قسم الطلاء. وإذا أنتجت الشركة من $س_{١}$ = ٤٠ مكتب ومن $س_{٢}$ = ١٠ كراسي فإن،

$$٢س_{١} + س_{٢} + ص_{١} = ١٠٠$$

$$٢×٤٠ + ١×١٠ + ص_{١} = ١٠٠$$

$$ص_{١} = ١٠$$

وسيكون هناك ١٠ ساعات زمن عاطل أو غير مستغل بقسم الطلاء.

ونضيف كل المتغيرات في كل معادلة، وهي أحد متطلبات الخطوة التالية في السمبلكس، وإذا لم يظهر أحد المتغيرات العاطلة بالمعادلة تضاف بمعامل قدره صفر. وهذا يعني أنه ليس لها تأثير على المعادلات التي أدخلت بها، ولكنها تمكنك من تتبع كل المتغيرات في جميع الأوقات. وتظهر المعادلات كما يلي :

$$٢س_{١} + س_{٢} + ص_{١} + صفر\ ص_{٢} = ١٠٠$$

$$٤س_{١} + ٣س_{٢} + صفر\ ص_{١} + ص_{٢} = ٢٤٠$$

$$س_{١}،\ س_{٢}،\ ص_{١}،\ ص_{٢} \geq صفر$$

ونظرا لأن المتغيرات العاطلة لا تحقق أي أرباح، فتضاف إلى دالة الهدف الأصلية بمعامل ربح قدره صفر. وتصبح دالة الهدف :

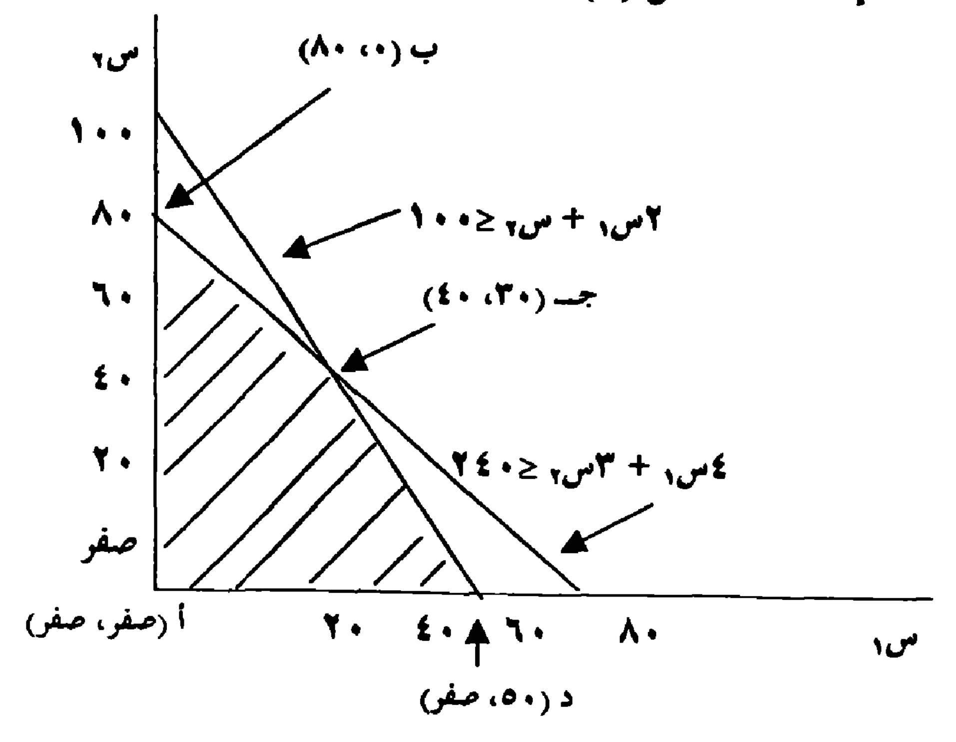
$$تقصية\ الأرباح = ٧س_{١} + ٥س_{٢} + صفر\ ص_{١} + صفر\ ص_{٢}$$

إيجاد الحل المبدئي جبريا

Finding an Initial Solution Algebraically

بالنظر إلى معادلات القيود، سنجد أن هناك معادلتان وأربعة متغــــيرات. بمراجعة الجبر ستتذكر أنه إذا كان عدد المتغــــيرات المجهولــة يســـاوي عــــدد المعادلات. فمن الممكن الحل باستخدام قيمة لأحد المتغيرات. ولكـــن في حالــة وجود أربعة متغيرات (س١، س٢، ص١، ص٢) ومعادلتان فقط، يمكـــن جعــل متغيران منهما مساويان للصفر ثم حل المعادلة لإيجاد المتغيران الباقيان. فمثـــلا، إذا كانت س١ = س٢ = صفر فإن ص١ = ١٠٠، ص٢ = ٢٤٠.

وتبدأ طريقة السمبلكس بمنطقة حل ممكنة وفيها المتغيرات الحقيقية (مثــل س١، س٢) تساوي صفر. وهذا الحل المبدئي يؤدي إلى أرباح قدرها صفـو، وإلى أن المتغيرات العاطلة تساوي القمة على يسار علامة التساوي في معادلة القيـــد. وهو حل غير ملائم من ناحية العوائد الاقتصادية، ولكنه أحــد حلــول نقــط الأركان لمنطقة الإمكانيات شكل (١).



شكل (١) نقط الأركان لمشكلة شركة الأثاثات

وتبدأ طريقة السمبلكس في نقطة الركن أ ثم تتحرك إلى أعلى إلى نقطة الركن الذي يحقق أفضل أرباح (ب أو جـ). وفي النهاية، سينتقل إلى نقطة ركن جديدة (جـ) وهي امثل حل لمشكلة شركة الأثاثات. وتأخذ طريقة السمبلكس في الحسبان الحلول الممكنة فقط ولذلك لن تحدد أي مزيج ممكن بخلاف نقاط الأركان للمنطقة المظللة في شكل (١).

جدول السمبكس الأول The First Simplex Tableau

لتسهيل التعامل مع المعادلات ودالة الهدف في مشاكل البرمجة الخطية، نضع كل المعادلات في جدول. وجدول السمبلكس الأول Simplex Tableau يظهر في جدول (١). وما يلي شرح لأجزائه وكيفية اشتقاقه:

الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	الكميات (يسار المعادلة)
س١	٢	١	١	٠	١٠٠
س٢	٤	٣	٠	١	٢٤٠

جدول (١) جدول السمبلكس لحل مشكلة شركة الأثاثات

عمود ربح الوحدة ← | عمود مزيج المنتجات ← | أعمدة المتغيرات الحقيقية ← | أعمدة المتغيرات العاطلة ← | عمود الثوابت

	ح	مزيج	٧	٥	٠	٠	
صف ربح الوحدة ←		الإنتاج	س١	س٢	ص١	ص٢	الكمية
معادلات القيود ←	صفر	ص١	٢	١	١	٠	١٠٠
معادلات القيود ←	صفر	ص٢	٤	٣	٠	١	٢٤٠
صف مجمل الربح ←		ر	٠	٠	٠	٠	٠
صف صافي الربح ←		ح − ر	٧	٥	٠	٠	٠

تمثل الأرقام (٢، ١، ١، ٠) في الصف الأول معاملات المعادلة الأولى، وهي ٢س١ + س٢ + ص١ + صفر ص٢. والأرقام (٤، ٣، ٠، ١) في الصف الثاني تمثل المعادلة الجبرية للقيد ٤س١ + ٣س٢ + صفر ص١ + ص٢.

ونبدأ الحل المبدئي حيث س١ = صفر، س٢ = صفر. وقيمة المتغيران الآخران يجب ألا يساويا الصفر، ص١ = ١٠٠، ص٢ = ٢٤٠. وهذان المتغيران العاطلان يمثلا مزيج الحل المبدئي **initial Solution mix**، وتوجد قيمهما في عمود الكميات (آخر عمود على اليسار). ونظرا لأن س١، س٢ ليسا في مزيج الحل، فإن قيمهما المبدئية ستكون صفر.

ويطلق على الحل المبدئي حل أساسي ممكن **basic feasible solution** ويظهر في عمود أو متجهة كما يلي :

$$\begin{pmatrix} س_1 \\ س_2 \\ ص_1 \\ ص_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 100 \\ 240 \end{pmatrix}$$

والمتغيران في مزيج الحل والتي يطلق عليها أساس الحل basis في مصطلحات البرمجة الخطية، يطلق عليها متغيرات أساسية Basic Variable. وفي هذا المثال، فإن المتغيرات الأساسية هي $ص_1$، $ص_2$. والمتغيرات التي لا تظهر بمزيج الحل أو الحل الأساسي ($س_1$، $س_2$) يطلق عليها متغيرات غير أساسية nonbasic Variable. ومن الطبيعي أنه إذا أصبح الحل المثل لمشكلة البرمجة الخطية

$س_1 = 30$ ، $س_2 = 40$ ، $ص_1$ = صفر ، $ص_2$ = صفر أو في شكل متجهة.

$$\begin{pmatrix} س_1 \\ س_2 \\ ص_1 \\ ص_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

فإن $س_1$، $س_2$ يصبحا المتغيرات الأساسية النهائية، بينما تصبح $ص_1$، $ص_2$ المتغيرات غير الأساسية.

معدلات الإحلال Substitution Rate

قد لا يكون واضحا معنى الأرقام في الأعمدة الخاصة بكل متغير. وهـــذه الأرقام تمثل معاملات المتغيرات.

تحت $س_{١}$ نجد المعاملات $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٤ \end{pmatrix}$. وتحت $س_{٢}$ نجد $\begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \end{pmatrix}$، وتحت $ص_{١}$ $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$

وتحت $ص_{٢}$ $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$.

ولكن ما هو تفسير هذه الأرقام؟ يمكن اعتبار الأرقام في داخل جـــــدول السمبلكس (راجع جدول (١)) معدلات الإحـــلال **Substitution rates**. فمثلا، بفرض أننا رغبنا في جعل $س_{١}$ أكبر من الصفر، أي إنتاج بض المكـــاتب. لكل وحدة منتجة من $س_{١}$ وإدخالها في الحل الحالي، فإن ٢ وحدة مـــن $ص_{١}$ و ٤ وحدة من $ص_{٢}$ يجب استبعادها من الحل. وذلك لأن كل مكتب يحتــــاج إلى ٢ ساعة من الساعات غير المستغلة حاليا بقسم الطلاء $ص_{١}$، ويحتاج أيضـــا إلى ٤ ساعة من ساعات النجارة، لذلك يجب استبعاد ٤ وحدات من المتغـــير $ص_{٢}$ في الحل لكل وحدة من $س_{١}$ سيتم إنتاجها. وبالمثل معدل الإحلال لكل وحـــدة في $س_{٢}$ هي ١ وحدة من $ص_{١}$، ٣ وحدة من $ص_{٢}$.

نقط أخرى يجب تذكرها وهي انه لكل متغير يظهر في عمود مزيج الحـل، يجب أن يكون له قيمة ١ في أي مكان في عموده وصفـــــر في كـــل الأمـــاكن الأخرى بالعمود. فمثلا عمود $ص_{١}$ $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$ وأيضا عمود $ص_{٢}$ $\begin{pmatrix} ١ \\ ٠ \end{pmatrix}$ لذلك فإن $ص_{٢}$ موجودة في دالة الهدف.

إضافة دالة الهدف

Adding The Objective Function

نستكمل الخطوة التالية في إعداد الجدول الأول للسمبلكس. نضيف صف يمثل قيم دالة الهدف لكل متغير. يطلق عليها معدلات الربح وتظهر فوق كل متغير كما يلي :

حن	مزيج الحل	٧ $س_١$	٥ $س_٢$	٠ $ص_١$	٠ $ص_٢$	الكمية
صفر	$ص_١$	٢	١	١	٠	١٠٠
صفر	$ص_٢$	٤	٣	٠	١	٢٤٠

والربح الحدي للوحدة لا يظهر في أعلى صف فقط، وإنما أيضا في أقصى عمود لليمين العمود ح يمثل ربح الوحدة لكل متغير يظهر حاليا في مزيج الحل. وإذا ما استبعدنا $ص_١$ من الحل واستبدلت مثلا $س_٢$ فإن مبلغ ٥ جنيه سيظهر في عمود ح على يمين المتغير $ص_٢$.

صفي رن ، ح – رن :

نستكمل جدول الحل المبدئي بإضافة صفين. ويقدم لنا هذان الصفان معلومات اقتصادية هامة، وهي إجمالي الربح، والإجابة على ما إذا كان الحل الحالي أمثل حل.

نحسب قيم رن لكل عمود بجدول الحل الأساسي جــدول (١) بضــرب صفر هامش ربح في كل رقم في عمود حن بكل رقم في هذا الصف و عمـــود حن، والتجميع. وقيمة رن لعمود الكمية يعرض إجمالي هامش الربح للحل المعين.

رن (إجمالي هامش الربح) = الربح لكل وحدة من ص١ × عدد وحدات من ص١
+ الربح لكل وحدة من ص٢ × عدد الوحدات من ص٢
= صفر × ١٠٠ وحدة + صفر × ٢٤٠ وحدة
= صفر جنيه ربح

وقيمة رن لبقية الأعمدة (تحت المتغـيرات س١، س٢، ص١، ص٢) تمثـل إجمالي هامش الربح ونحصل عليه بإضافة وحدة من المتغـــير في الحـــل الحـــالي وحساباتها كما يلي :

رن (للعمود س١) = صفر × ٢ + صفر × ٤ = صفر جنيه

رن (للعمود س٢) = صفر × ١ + صفر × ٣ = صفر جنيه

رن (للعمود ص١) = صفر × ١ + صفر × صفر = صفر جنيه

رن (للعمود ص٢) = صفر × صفر + صفر × ١ = صفر جنيه

لاحظ أننا لن نفقد أرباح بإضافة وحـــدة مـــن س١ (المكـــاتب) أو س٢ (الكراسي)، مكان ص١، أو ص٢.

يمثل رقم حن – رن في كل عمود صافي الربح، أي الربح المكتسب ناقصـاً الربح المفقود، والذي سيتحقق من إدخال وحدة من كل منتـــج أو متغـير في الحل. ولا تحسب له قيمة في عمود الكمية. ولحساب هذه الأرقام نطرح إجمـالي

رن لكل عمود من حن. في أعلى كل عمود للمتغيرات وبحساب صافي الربح للوحدة سيكون (صف حن – رن) في هذا المثال

	العمود			
	س١	س٢	ص١	ص٢
حن للعمود	٧	٥	٠	٠
رن للعمود	٠	٠	٠	٠
حن – رن للعمود	٧	٥	٠	٠

من الواضح حين حساب الربح صفر أن الحل المبدئي لم يكن أمثل. وبفحص الأرقام في صف حن - رن بالجدول (١) نجد أن إجمالي الربح يمكن أن يزيد بمبلغ ٧ جنيه لكل وحدة تنتج من المنتج س١ (المكاتب) وبمبلغ ٥ جنيه لكل وحدة تنتج من س٢ (المقاعد) وتضاف إلى مزيج الحل. ورقم سالب في صف حن - رن يخبرنا بمقدار انخفاض الربح بإضافة المتغير لمزيج الحل. ونصل إلى الحل الأمثل بطريقة السمبلكس حينما يصبح صف حن - رن غير محتوي على قيم موجبة وهي ليست الحالة في جدول الحل المبدئي.

إجراءات الحل بطريقة السمبلكس

Simplex Solution procedures

إذا ما صممنا جدول الحل المبدئي، نستكمل خمس خطوات لحساب كل الأرقام اللازمة في الجدول التالي. والعمليات الحسابية ليست صعبة ولكنها متكاملة بحيث أن أي خطأ يؤدي إلى خطأ في النتائج.

نبدأ بشرح الخطوات الخمس ثم نشرحها ونطبقها لاستكمال الجدول الثاني والثالث لشركة الأثاثات.

خطوة (١) : تحديد أي المتغيرات ندخلها في مزيج الحل التالي. وأحد الطرق لذلك هو تحديد العمود وبالتالي المتغير ذو أكبر رقم موجب في صف حن - رن بالجدول السابق. وهذا يعني أننا سننتج بعض المنتجات التي تساهم في تحقيق أقصى ربح للوحدة. ويطلق على العمود في هذه الحالة عمود البؤرة **Pivot Column**.

خطوة (٢) : تحديد أي المتغيرات سيتم استبدالها. وحيث أننا اخترنا متغير جديد سيدخل تشكيلة الحل، يجب أن نحدد أي المتغيرات الأساسية الظاهرة حاليا بالحل يجب أن يستبعد لترك مكان له. وتتم الخطوة ٢ بقسمة كل قيمة ر في عمود الكمية على الرقم المناظر في العمود الذي تم اختياره في خطوة (١)، والصف ذو أقل قيمة غير سالبة ناتجة عن هذه القسمة سيتم استبداله في الجدول التالي. (هذا الرقم غير السالب، يمثل أقصى عدد من الوحدات للمتغير الذي قد يدخل للحل). ويشار إلى هذا الصف على أنه صف البؤرة **Pivot Row**. والرقم في نقطة تقاطع عمود البؤرة وصف البؤرة يطلق عليه رقم البؤرة **Pivot number**.

الخطوة (٣) : حساب قيم جديدة لصف البؤرة. وذلك بقسمة كل رقم بصف البؤرة على رقم البؤرة ونقلها للجدول التالي.

الخطوة (٤) : حساب القيم الجديدة لبقية الصفوف (في مثالنـــا يوجـــد صفان في البرنامج الخطي، ولكن لمعظم المشاكل الكبرى عديد من الصفـــوف) ويتم حساب قيم بقية الصفوف كما يلي :

الرقم الجديد = الرقم في الجدول السابق – (الرقم أعلى أو أسفل البؤرة × الرقم المناظر في الصف الجديد أي الصف الذي تم استبداله في خطوة ٣)

الخطوة (٥) : حساب صفوف رن ، حن – رن كمـــا ســبق الشـــرح في الجدول الأساسي. وإذا كانت كل الأرقام في صف حن – رن مساوية للصفر أو سالبة، نكون وصلنا إلى الحل الأمثل. وإذا لم نصل إلى هذه الحالة نكرر العمـــل من خطوة (١) إلى خطوة (٥).

الجدول الثاني للسمبلكس

The Second Simplex Tableau

بعد أن ذكرنا الخطوات الخمس اللازمة للانتقال من جدول الحل المبدئـــي إلى حل محسن، نطبقها على مشكلة شركة الأثاثات. وهدفنا هو إضافة متغـــير جديد في تشكيلة الحل، بهدف زيادة الربح عن الموجود في الجدول المبدئي وهـــو صفر.

خطوة (١) : لتحديد أي المتغيرات سيتم إدخاله في الحل (ســيكون إمـــا س١ أو س٢، حيث انهما المتغيرات غير الأساسية في هذه الحالة) نختار المتغـــير ذو أعلى قيمة موجبة في حن – رن. المتغير س١ له قيمة ٧ جنيه حن – رن يعـــني أن كل وحدة من س١ (المكاتب) تضاف للحل ستؤدي إلى زيـــادة إجمـــالي ربـــح

التشكيلة بمقدار ٧ جنيه. بينما س٢ (الكراسي) ربحه ٥ جنيه في حن - رن. والمتغيران الآخران ص١، ص٢ قيمة كل منهما صفر ولا يضيفا أي شيء للربح. ولذلك، نختار المتغير س١ ليدخل تشكيلة الحل، ونحدد عموده (بسهم) على أنه عمود البؤرة. كما في جدول (٢).

حن	مزيج	٧	٥	٠	٠	
	الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	الكمية
٠	ص١	٢	١	١	٠	١٠٠
٠	ص٢	٤	٣	٠	١	٢٤٠
	رن	٠	٠	٠	٠	إجمالي الربح
	حن - رن	٧	٥	٠	٠	٠

↑

عمود البؤرة

خطوة (٢) : نظرا لأن س١ قاربت من الدخول إلى مزيج الحل، يجب أن نقرر ستحل محل أي المتغيرات ويمكن أن تكون هناك متغيرات أساسية بعدد القيود بمشكلة البرمجة الخطية، لذلك إما ص١ أو ص٢ يجب أن تترك مكان لإدخال س١ (المكاتب) في الحل الأساسي. ولتحديد صف البؤرة، يتم قسمة كل رقم بعمود الكميات على الرقم المناظر في عمود س١ (عمود البؤرة).

لصف ص١ :

$$\frac{\text{١٠٠ (ساعة طلاء متاحة)}}{\text{٢ (عدد الساعات للمكتب)}} = \text{٥٠ مكتب}$$

$$\text{لصف ص}_{٢}: \quad \frac{\text{٢٤٠ (ساعة نجارة متاحة)}}{\text{٤ (ساعات مطلوبة لكل مكتب)}} = \text{٦٠ مكتب}$$

وأصغر هذان الرقمان وهو ٥٠، يمثل أقصى رقم لوحدات $س_{١}$ التي يمكن إنتاجها بدون تعدي أي من القيود الأصلية. ويوضح أيضا أن صف البؤرة سيكون أول صف. وهذا يعني أن $ص_{١}$ سيكون المتغير الذي سيستبدل في عملية التحسين بطريقة السمبلكس. وصف البؤرة وعمود البؤرة والبؤرة (الرقم في التقاطع بين صف البؤرة وعمود البؤرة) سيتم تحديدهما في جدول ٣.

خطوة (٣) : حددنا أي المتغيرات سيدخل إلى مزيج الحل $س_{١}$ ، واي المتغيرات سيستبدل $ص_{١}$، ونبدأ في تصميم جدول التحسن التالي بطريقة السمبلكس.

جدول (٣) تحديد صف البؤرة ورقم البؤرة في جدول الحل المبدئي بطريقة السمبلكس

حن	مزيج	٧	٥	٠	٠	
	الحل	س$_{١}$	س$_{٢}$	ص$_{١}$	ص$_{٢}$	الكمية
٠	ص$_{١}$	(٢) ← رقم البؤرة	١	١	٠	١٠٠ ← صف البؤرة
٠	ص$_{٢}$	٤	٣	٠	١	٢٤٠
	رن	٠	٠	٠	٠	إجمالي الربح
	حن - رن	٧	٥	٠	٠	٠
		↑ عمود البؤرة				

وترتبط الخطوة ٣ بحساب القيم الجديدة لصف البؤرة. وذلك بقسمة كل رقم بصف البؤرة على رقم البؤرة.

$$\frac{٢}{٢} = ١ \text{ ، } \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \text{ ، } \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \text{ ، } \frac{٠}{٢} = ٠ \text{ ، } \frac{١٠٠}{٢} = ٥٠$$

وننقل القيم الجديدة بصف البؤرة إلى الجدول الجديد. لاحظ أن س$_{١}$ دخلت الآن في مزيج الحل وأن ٥٠ وحدة من س$_{١}$ سيتم إنتاجها. وقيمة رن تم ذكرها كلها من ربح كل وحدة من س$_{١}$ في الحل. مما يقدم حل أكثر ربحية لشركة الأثاثات من الربح البالغ صفر في جدول الحل المبدئي.

ح	مزيج الحل	$س_1$	$س_2$	$ص_1$	$ص_2$	الكمية
٧	$س_1$	١	٢/١	٢/١	٠	٥٠

خطوة (٤) : تهدف هذه الخطوة إلى المساعدة في حساب قيم جديدة للصف الآخر في الجدول، أي صف $ص_2$. الشرح على يسار المعادلات يستخدم لحساب القيم التي على اليمين والتي ستظهر بالجدول التالي.

الرقم في صف $ص_2$ الجديد	=	الرقم في الصف $ص_2$ القديم	–	الرقم أسفل البؤرة	×	الرقم المناظر في الجدول الجديد
٠	=	٤	–	٤	×	١
١	=	٣	–	٤	×	٢/١
٢–	=	٠	–	٤	×	٢/١
١	=	١	–	٤	×	٠
٤٠	=	٢٤٠	–	٤	×	٥٠

وسيظهر الصف الجديد في الجدول الثاني بالشكل التالي :

ح	مزيج الحل	$س_1$	$س_2$	$ص_1$	$ص_2$	الكمية
٧	$س_1$	١	٢/١	٢/١	٠	٥٠
٠	$ص_2$	٠	١	٢–	١	٤٠

وحيث أصبح كل من س١، ص٢ في تشكيلة الإنتـــاج، لنبحـــث عـــن معاملات أعمدتهم. عمود س١ يحتوي على $\begin{bmatrix} ١ \\ ٠ \end{bmatrix}$ ، شرط ضروري حتى يكون هذا المتغير في الحل. وبالمثل عمود ص٢ يحتوي على $\begin{bmatrix} ٠ \\ ١ \end{bmatrix}$ أي يحتـــوي علـــى صفر، ١. وأساسا فإن العمليات الجبرية التي قمنا بها في الخطوات ٣، ٤ كـــانت موجهة للوصول إلى أرقام صفر و١ في الأماكن المناسبة. في الخطوة ٣، قســـمنا كل رقم في صف البؤرة على رقم البؤرة مما أدى إلى وجود ١ في أعلى عمـــود س١ ولإيجاد قيم الصف الثاني ضربنا الصف الأول (كل عمود معادلـــة) بقيـــم ثابتة (العمود ٤ في هذه الحالة)، وطرحنا من المعادلة الثانية. وكـــانت النتيجـــة صف جديد ص٢ بقيمة صفر في عمود س١.

الخطوة (٥) : الخطوة الخيرة لعملية التحسين هي إدخـــال الأثـــر دالـــة الهدف. ويرتبط ذلك بحساب صفوف رن و حن - رن. تذكر أن دخـــول رن في عمود الكمية أوجد إجمالي ربح للحل الحالي. والقيم الأخرى رن تمثـــل إجمـــالي الربح الذي ينتج بإضافة وحدة إلى كل متغير أضيف في الحل الجديد. وحســـبت قيم رن الجديدة كما يلي :

رن (للعمود س١) = ٧ × ١ + ٠ × ٠ = ٧ جنيه

رن (للعمود س٢) = ٧ × $\frac{١}{٢}$ + ٠ × ٠ = $\frac{٧}{٢}$ جنيه

رن (للعمود ص١) = ٧ × $\frac{١}{٢}$ + ٠ × -٢ = $\frac{٧}{٢}$ جنيه

رن (للعمود ص٢) = ٧ × ٠ + ٠ × ١ = ٠ جنيه

رن (لإجمالي الربح) = ٧ × ٥٠ + ٠ × ٤٠ = ٣٥٠ جنيه

لاحظ أن الربح الحالي يبلغ ٣٥٠ جنيه.

وقيمة حن - رن تمثل صافي الربح الذي سيتحقق، في ظل تشكيلة الإنتاج الحالية إذا أضفنا وحدة إلى كل متغير في الحل.

	الأعمدة			
	س١	س٢	ص١	ص٢
حن للعمود	٧	٥	٠	٠
رن للعمود	٧	٧/٢	٧/٢	٠
حن - رن	٠	٣/٢	-٧/٢	٠

ويتم إدخال قيم صفوف رن ، حن - رن في جدول الحل التالي كما في جدول (٤).

جدول (٤) جدول الحل الثاني الكامل لشركة الأثاث

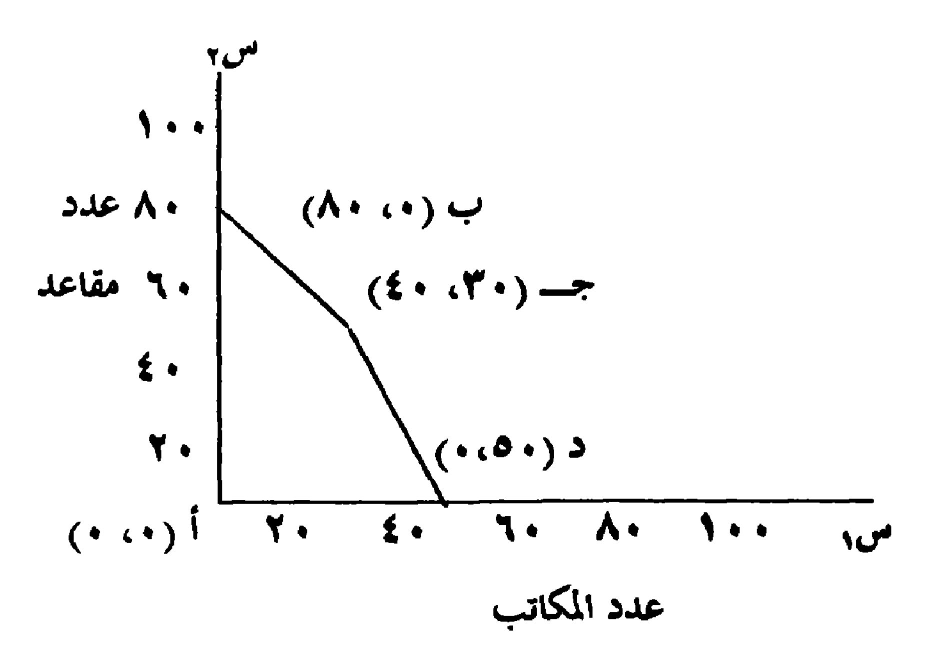
ح ن	تشكيلة	٧	٥	٠	٠	
	الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	الكمية
٠	س١	١	١/٢	١/٢	٠	٥٠
٠	ص٢	٠	١	-٢	١	٤٠
	ر ن	٧	٧/٢	٧/٢	٠	٣٥٠
	ح ن - ر ن	٠	١/٢	-٧/٢	٠	

تفسير محتوى الجدول الثاني

Interpreting the Second Tableau

يلخص جدول (٤) كل المعلومات لقرار تشكيلة الإنتاج لشركة الأثاث كحل مرحلي لطريقة السمبلكس. لننظر إلى بعض المفردات الهامة به :

الحل الحالي : في هذه المرحلة نقطة الحل ٥٠ مكتب وصفر مقعد (س١ = ٥٠، س٢ = صفر) ويؤدي إلى ربح قدره ٣٥٠ جنيه س١ متغير أساسي، س٢ متغير غير أساسي. وباستخدام الحل البياني للبرنامج الخطي، فإن هذا الحل ينـاظر النقطة د كما في شكل (٢).



جدول (٢) منطقة الإمكانيات لشركة الأثاث. نقاط الأركان

معلومات الموارد : نلاحظ في جدول (٤) أن المتغير العاطل $س_٢$ يمثل الزمن غير المستغل في النجارة ويكون في الحل الأساسي. وقيمته ٤٠، ويعني أن هناك ٤٠ ساعة نجارة متاحة حاليا. والمتغير لعاطل $س_١$ غير أساسي وقيمته صفر ساعة. ولا يوجد زمن أعطال في قسم الطلاء.

معدلات الإحلال : ذكرنا أن معدلات الإحلال هي المعاملات في داخل الجدول. لاحظ قيمة العمود $س_٢$، إذا أضيفت وحدة من $س_٢$ (١ مقعد) إلى الحل الحالي، ٢/١ وحدة من $س_١$ و ١ وحدة في $ص_٢$ يجب أن يتوقفوا عن الاستخدام لاحتياج وحدة $س_٢$ إلى هذه الموارد. نظرا لأن الحل $س_١$ = ٥٠ مكتب تستخدم ١٠٠ ساعة في قسم الطلاء (تذكر القيود الأساسية كانت ٢$س_١$ + ١$س_٢$ + $ص_١$ = ١٠٠). ولاستخدام ساعة الطلاء اللازمة للمقعد،

يجب تخفيض إنتاج المكاتب بعدد ١/٢ مكتب. مما يحرر ١ ساعة لاستخدامها في إنتاج المقعد.

ولكن لماذا يجب التخلي عن ١ وحدة في $ص_{٢}$ (أي، ١ ساعة من زمن النجارة) لغرض إنتاج ١ مقعد؟ القيد الأساسي كان $٤س_{١} + ٣س_{٢} + ص_{٢} =$ ٢٤٠ ساعة من زمن النجارة. يدل ذلك على أن ٣ ساعات من زمن النجارة لازمة لإنتاج وحدة من $س_{٢}$؟ والإجابة هي أننا نبحث عن معدلات حدية للإحلال. فإضافة ١ مقعد يحل محل ١/٢ مكتب. نظرا لأن ١/٢ مكتب يحتاج إلى (١/٢ × ٤ ساعة لكل مكتب) = ٢ ساعة من زمن النجارة، ٢ وحدة من $ص_{٢}$ تم تحريرها. وبالتالي وحدة إضافية من $ص_{٢}$ نحتاج إليها لإنتاج ١ مقعد.

وللتأكد من تفهمك لهذا المضمون، أنظر إلى العمود $ص_{١}$ أيضا. ومعاملاته
(١/٢ ، ٢) وقيم معدلات الاستبدال تعني أنه إذا أضيفت ساعة من زمن أعطال الطلاء للحل الحالي، ١/٢ اقل من المكاتب $س_{١}$ سيتم إنتاجه. ومع ذلك لاحظ أنه إذا أضيفت وحدة من $ص_{١}$ إلى الحل ٢ ساعة من زمن النجارة $ص_{٢}$ لن يتم استخدامها. وهذه ستضاف للساعات العاطلة بالنجارة وقدرها ٤٠ ساعة. ولذلك، معدل الإحلال السالب يعني أن إذا أضيفت وحدة من المتغير بأعلى العمود إلى الحل، فإن قيمة متغير الحل المناظر (أو الصف) سيزيد. ومعدل الاستبدال الموجب يعني أنه إذا أضيفت وحدة من المتغير بأعلى العمود إلى الحل، فإن قيمة متغير الحل المناظر (أو الصف) سيزيد. ومعدل استبدال موجب يعني أنه إذا أضيفت وحدة من المتغير بأعلى العمود إلى الحل، فإن المتغير بالصف سينخفض بذلك المعدل.

هل يمكنك تفسير المعدلات في عمود $س_{١}$، $ص_{٢}$ ؟

صف صافي الربح : صف حن - رن هام لسببين. الأول لأنه يوضح ما إذا كان الحل الحالي أمثل. وحين عدم وجود أي قيم موجبة في أسفل صف، نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل لمشكلة التقصية بالبرمجة الخطية. وفي حالة جدول (٤) نجد أن قيمة حن - رن لكل من س١، ص١، ص٢ صفر أو سالبة. وقيمة س٢ ٢/٣ تعني أن صافي الربح يمكن أن يزيد بمقدار ١,٥ جنيه (=٣/٢) لكل مقعد يضاف إلى الحل الحالي.

ونظرا لأن قيمة حن - رن للمتغير س١ هي صفر لكل وحدة تضاف من س١ فإن إجمالي الربح سيظل بدون تغيير نظرا لأننا ننتج حاليا مكاتب بقدر إمكاننا. والرقم السالب مثل -٧/٢ في عمود ص٢ يعني أن إجمالي الربح سينخفض بمقدار ٣,٥ جنيه إذا أضيفت وحدة من ص٢ إلى الحل. بمعنى آخر إتاحة ساعة أعطال بقسم الطلاء (ص١ = صفر حاليا) تعني أن علينا إنتاج نصف مكتب أقل. نظرا لن كل مكتب يؤدي إلى المساهمة بمبلغ ٧ جنيه في الأرباح، فإننا سنخسر ١/٢ × ٧ = ٧/٢ أي صافي الخسارة ٣,٥ جنيه.

أسعار الظل Shadow Price : أسعار الظل طريقة أخرى لتفسير القيم السالبة في حن - رن فيمكن النظر إليها على أنها الزيادة في الربح إذا ما أتيحت ساعة من الموارد النادرة (مثل زمن الطلاء أو النجارة).

وقد أوضحنا مسبقا أن هناك سببان للاهتمام بقيم صف حن - رن السبب الثاني هو أننا نستخدم هذا الصف لتحديد أي المتغيرات سيدخل في الحل التالي. ونظرا لأن الحل الأمثل لم نصل إليه بعد، سنستكمل جدول ثالث.

تصميم الجدول الثالث

Developing the Third Tableau

نظرا لأن كل القيم في صف $ح_ن$ - $ر_ن$ في آخر جدول ليست صفر أو سالب، فإن آخر حل ليس حل أمثل وعلينا تكرار الخطوات الخمس لطريقة السمبلكس.

الخطوة ١ : المتغير $س_٢$ سيدخل الحل التالي لأن قيمته في $ح_ن$ - $ر_ن$ موجبة ٢/٣ وهي أكبر قيمة موجبة (والوحيدة في هذا الصف) وهذا يعني أن لكل وحدة من $س_٢$ (المقاعد) نبدأ في إنتاجها، ستزيد قيمة دالة الهدف بمبلغ ٢/٣ جنيه أو ١,٥ جنيه. وعمود $س_٢$ سيمثل عمود البؤرة الجديدة.

الخطوة ٢ : ترتبط الخطوة التالية بتحديد صف البؤرة. والسؤال هنا، أي المتغيرات في الحل الحالي ($س_١$ أو $ص_٢$) يجب أن يترك الحل ليفسح مكانا ليدخل المتغير $س_٢$.

ومرة أخرى يتم قسمة كل رقم في عمود الكمية على الرقم المناظر له في عمود $س_٢$.

$$\text{لصف } س_١ : \frac{٥٠}{٢/١} = ١٠٠ \text{ مقعد}$$

لصف ص٢ : $\frac{٤٠}{١}$ = ٤٠ مقعد

وبصف ص٢ أقل معدل، ويعني أن المتغير ص٢ سيترك الحـــل الأساســي ويحل محله س٢. وصف البؤرة الجديد، وعمود البؤرة ورقم البـــؤرة يظـــهرا في جدول (٥).

الخطوة ٣ : يتم استبدال صف البؤرة بقسمة كل رقم فيه علـــى رقـــم البؤرة (معلم بدائرة). ونظرا لأن كل رقم يقسم على ١ فلا يتم تغيير في أرقامه.

$\frac{٠}{١}$ = ٠ ، $\frac{١}{١}$ = ١ ، $\frac{٢-}{١}$ = ٢- ، $\frac{١}{١}$ = ١ ، $\frac{٤٠}{١}$ = ٤٠

ويظهر الصف الجديد للمتغير س٢ كما يلي :

حن	مزيج الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	الكمية
٥	س٢	٠	١	٢-	١	٤٠

وسيدخل في جدول الحل التالي للسمبلكس في نفس مكان صـــف ص٢ في الجدول السابق.

جدول (٥) تحديد صف وعمود البؤرة وقيمة البؤرة في الجدول الثاني للسمبلكس

حن	مزيج الحل	٧	٥	٠	٠	
		س١	س٢	ص١	ص٢	الكمية
٧	س١	١	١/٢	١/٢	٠	٥٠
٠	ص٢	٠	(١)	٢-	١	٤٠ ← صف البؤرة
	زن	٧	٧/٢	٧/٢	٠	٣٥٠ ↑
	حن - زن	٠	٣/٢	٧-/٢	٠	(إجمالي الربح)

↑ عمود البؤرة

الخطوة ٤ : يتم حساب القيم الجديدة لصف س١ كما يلي :

الرقم في الصف الجديد س١	=	الرقم في الصف القديم س١	-	الرقم فوق رقم البؤرة	×	الرقم المناظر في صف س٢ الجديد
١	=	١	-	١/٢	×	٠
٠	=	١/٢	-	١/٢	×	١
٣/٢	=	١/٢	-	١/٢	×	٢-

$$\frac{-١}{٢} = ٠ - \frac{١}{٢} \times ١$$

$$٣٠ = ٥٠ - \frac{١}{٢} \times ٤٠$$

وحيث أن صف $س_١$ في الجدول الثالث في المكان التالي :

$ح_ن$	مزيج الحل	$س_١$	$س_٢$	$ص_١$	$ص_٢$	الكمية
٧	$س_١$	١	٠	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{-١}{٢}$	٣٠
٥	$س_٢$	٠	١	-٢	١	٤٠

الخطوة ٥ : أخيرا فإن صفوف $ر_ن$ ، $ح_ن$ - $ر_ن$ للجدول الثالث يتم حسابهما.

$ر_ن$ (للعمود $س_١$) = ٧ × ١ + ٥ × ٠ = ٧ جنيه

$ر_ن$ (للعمود $س_٢$) = ٧ × ٠ + ٥ × ١ = ٥ جنيه

$ر_ن$ (للعمود $ص_١$) = ٧ × $\frac{٣}{٢}$ + ٥ × -٢ = $\frac{١}{٢}$ جنيه

$ر_ن$ (للعمود $ص_٢$) = ٧ × $\frac{-١}{٢}$ + ٥ × ١ = $\frac{٣}{٢}$ جنيه

$ر_ن$ (لإجمالي الربح) = ٧ × ٣٠ + ٥ × ٤٠ = ٤١٠ جنيه

ويظهر صف صافي الربح للوحدة كما يلي :

	الأعمدة			
	س١	س٢	ص١	ص٢
حن للعمود	٧	٥	٠	٠
رن للعمود	٧	٥	١/٢	٣/٢
حن − رن	٠	٠	−١/٢	−٣/٢

جدول (٦) جدول الحل النهائي بطريقة السمبلكس لمشكلة شركة الأثاثات

حن	مزيج الحل	٧	٥	٠	٠	الكمية
		س١	س٢	ص١	ص٢	
٧	س١	١	٠	٣/٢	−١/٢	٣٠
٥	ص٢	٠	١	−٢	١	٤٠
	رن	٧	٥	١/٢	٣/٢	٤١٠
	حن − رن	٠	٠	−١/٢	−٣/٢	

ويظهر ملخص لكل خطوات المرحلة الثالثة للتحسين بطريقة السـمبلكس بالجدول (٦). لاحظ أنه لأن كل رقم في صف حن - رن صفر أو سالب، نكـون قد وصلنا للحل الأمثل.

والحل هو :

$س_١$ = ٣٠ مكتب ، $س_٢$ = ٤٠ مقعد.

$ص_١$ = صفر ساعات أعطال بقسم الطلاء.

$ص_٢$ = صفر ساعات أعطال بقسم النجارة.

الربح = ٤١٠ جنيه في الحل الأمثل.

$س_١$، $س_٢$ هما المتغيران الأساسيان بالحل النهائي. $ص_١$، $ص_٢$ متغيرات غير أساسية ويساويا صفر. وهذا الحل يناظر النقطة جـ في الحل البياني بشكل (٢) بالفصل السابق.

ونظرا لإمكان الوقوع في خطأ حسابي أثناء الخطوات العديدة لطريقة السمبلكس، فمن المفضل تحقيق الحل النهائي. ويتم ذلك جزئيا بالنظر إلى القيود الأساسية لمشكلة شركة الأثاثات ودالة الهدف والتعويض عن قيم الحل الأمثل.

القيد الأول : ٢ $س_١$ + $س_٢$ ≤ ١٠٠ ساعة بقسم الطلاء

٢ × ٣٠ + ١ × ٤٠ ≤ ١٠٠

١٠٠ ≤ ١٠٠

القيد الثاني : ٤ $س_١$ + ٣ $س_٢$ ≤ ٢٤٠ ساعة بقسم النجارة

٤ × ٣٠ + ٣ × ٤٠ ≤ ٢٤٠

٢٤٠ ≤ ١٠٠

دالة الهدف : الربح = ٧ $س_١$ + ٥ $س_٢$

= ٧ × ٣٠ + ٥ × ٤٠

= ٤١٠ جنيه

ملخص لإجراءات حل مشاكل التقصية بالبرمجة الخطية

قبل الانتقال إلى مواضيع أخرى لطريقة السمبلكس، سنلخص ما تعلمنـاه حتى الآن عن كيفية حل مشاكل التقصية في البرمجة الخطية :

١- شكل دالة الهدف والقيود المفروضة على المشكلة.

٢- أضف متغيرات عاطلة لكل قيد يحتوي على متباينة أقل من أو يساوي وإلى دالة الهدف.

٣- صمم جدول حل مبدئي للسمبلكس بمتغيرات عاطلة في الحل الأساسي والمتغيرات س١، س٢،... مساوية للصفر. احسب قيمة رن ، حن - رن لهذا الجدول.

٤- نفذ الخمس خطوات التالية إلى أن تصل إلى الحل الأمثل :

أ- اختار المتغير ذو أكبر قيمة موجبة في الصف حن - رن ليدخل الحل. وهو عمود البؤرة.

ب- حدد الصف الذي سيتم استبداله باختيار الصف ذو أصغر كمية (غير سالبة) في عمود ناتج قسمة الكمية على عمود البؤرة. وهذا هو صف البؤرة.

جـ- احسب القيم الجديدة لصف البؤرة.

د- احسب القيم الجديدة لبقية الصفوف.

هـ- احسب قيم رن ، حن - رن لهذا الجدول. إذا وجدت أي رقم في صف حن - رن أكبر من الصفر، ارجع إلى الخطوة الأولى وكرر العمل. وإذا لم تجد أي رقم في صف حن - رن أكبر من الصفر تكون قد وصلت للحل الأمثل.

المتغيرات الفائضة والمتغيرات الوهمية

Surplus and Artificial Variables

كانت كل القيود التي تم دراستها حتى الآن من نوع أقل من أو يساوي ≥. وكما هو شائع في الممارسة العملية -وخاصة في مشاكل التدنية في البرمجة الخطية- هناك قيود أكبر من أو يساوي ≤ وقيود التساوي =. ولاستخدام طريقة السمبلكس، يجب تحويل كل منها إلى شكل متساوية. وإلا فإن طريقة السمبلكس لا تتمكن من الوصول إلى جدول الحل المبدئي.

وقبل الانتقال للقسم التالي بهذا الفصل والخاص بحل بمشاكل التدنية في البرمجة الخطية، سندرس كيفية تحويل مجموعة من القيود.

القيد ١ : ٥س١ + ١٠س٢ + ٨س٣ ≤ ٢١٠

القيد ٢ : ٢٥س١ + ٣٠س٢ = ٩٠٠

المتغيرات الفائضة Surplus Variable

تتطلب قيود الأكبر من أو يساوي≤ مثل القيد الأول، مدخل آخر عن ما تتطلبه قيود الأقل من أو يساوي≥ كما في مشكلة شركة الأثاثات. وتحتاج إلى طرح متغير فائض Surplus Variable، بدلا من إضافة متغير عاطل Slack variable. والمتغير الفائض يحدد كمية الحل الذي يفيض عن موارد القيد. ونظرا لأنه يناظر المتغير العاطل، فيطلق على المتغير الفائض في بعض الحالات متغير عاطل سالب Negative Slack. ولتحويل القيد الأول، نبدأ بطرح متغير فائض ص١ لتحويل المتباينة إلى متساوية.

إعادة صياغة القيد (١) : ٥$س_{١}$ + ١٠$س_{٢}$ + ٨$س_{٣}$ – $ص_{١}$ = ٢١٠

وإذا كان حل البرنامج الخطي $س_{١}$ = ٢٠ ، $س_{٢}$ = ٨ ، $س_{٣}$ = ٥ فيمكن حساب المتغير الفائض كما يلي :

٥$س_{١}$ + ١٠$س_{٢}$ + ٨$س_{٣}$ – $ص_{١}$ = ٢١٠

٥×٢٠ + ١٠×٨ + ٨×٥ – $ص_{١}$ = ٢١٠

١٠٠ + ٨٠ + ٤٠ – $ص_{١}$ = ٢١٠

– $ص_{١}$ = ٢١٠ – ٢٢٠

$ص_{١}$ = ١٠ وحدة فائض بالمورد الأول

ولا توجد خطوات أخرى لإعداد القيود الأكبر من أو يساوي≥ للحل بطريقة السمبلكس.

المتغيرات الوهمية Artificial variable

توجد مشكلة في محاولة استخدام القيد الأول (كما تم إعادة صياغته) في تصميم جدول الحل الأساسي. نظرا لأن كل المتغيرات الحقيقية **real variable** مثل $س_{١}$، $س_{٢}$ جعلت قيمتها صفر في جدول الحل المبدئي، $ص_{١}$ تأخذ كل القيم السالبة.

٥×صفر + ١٠×صفر + ٨×صفر – $ص_{١}$ = ٢١٠

٠ – $ص_{١}$ = ٢١٠

$ص_{١}$ = –٢١٠

كل المتغيرات في مشكلة البرمجة الخطية سواء كانت حقيقية أو عاطلة أو فائضة يجب ألا تكون سالبة في أي وقت. إذا كـــانت $ص_{١}$ = -٢١٠ فمعـــنى ذلك أنه تم تعدي هذا الشرط الهام.

ولحل هذه المشكلة، نستخدم نوع أخير من المتغيرات يسمى المتغـــيرات الوهمية **Artificial Variable**. حيث تضيف المتغير الوهمي $أ_{١}$ للقيود كمـــا يلي :

القيد الأول كـــاملا : $٥س_{١} + ١٠س_{٢} + ٨س_{٣} - ص_{١} + أ_{١} = ٢١٠$

ولا نجعل المتغيرات $س_{١}$، $س_{٢}$، $س_{٣}$ مساوية للصفر في جدول الحـــل المبدئـــي للسمبلكس، وإنما أيضا $ص_{١}$ المتغير الفائض. مما يجعل $أ_{١}$ = ٢١٠.

لندرس القيد (٢). هذا القيد معادلة فلماذا الاهتمام؟ ليمكن تضمينـــه في جدول الحل المبدئي للسمبلكس من الضروري حتى في حالة قيود التســـاوي أن نضيف متغير وهمي إليه.

إعادة صياغة القيد الثاني $٢٥س_{١} + ٣٠س_{٢} + أ_{٢} = ٩٠٠$

والسبب في إضافة متغير وهمي في قيود التساوي يقع في ضرورة إيجاد حل مبدئي للبرنامج الخطي بطريقة السمبلكس. في قيد بسيط مثل القيد الثاني، مـــن السهل تخمين أن $س_{١}$ = صفر، $س_{٢}$ = ٣٠ ستؤدي إلى ظهور حل ممكن. ولكـــن ما هو الوضع إذا احتوت المشكلة على عشر قيود في شكل متساويات، يحتـــوي كل منها على سبع متغيرات. سيكون من الصعب للغاية الحل بمجـــرد النظـــر والوصول للحل المبدئي وبإضافة متغيرات عاطلة مثل $أ_{٢}$ يمكن تقديم حل مبدئـــي بطريقة آلية. في هذه الحالة، حينما تكون $س_{١}$، $س_{٢}$ مساوية للصفر فـــإن $أ_{٢}$ = ٩٠٠.

والمتغيرات الوهمية ليس لها معنى في الحالة الطبيعية وليست أكثر من أدوات للحسابات للوصول إلى جدول الحل المبدئي للبرنامج الخطي. وقبل الوصول للحل النهائي للسمبلكس، كل المتغيرات الوهمية يجب أن تخرج من تشكيلة الحل. ويتم ذلك بمراعاة هذه المشكلة في دالة الهدف.

المتغيرات الفائضة والوهمية في دالة الهدف

كلما أضيف متغير فائض أو وهمي إلى أحد القيود، يجب أن يضاف أيضا في بقية المعادلات وفي دالة الهدف للمشكلة. كما فعلنا مع المتغيرات العاطلة. ونظرا لأن المتغيرات الوهمية يجب أن تخرج من الحل، يجب أن نخصص لكل منها تكلفة مرتفعة جدا ح‌ن. وفي مشاكل التدنية، والمتغيرات ذات التكلفة المنخفضة هي أكثرها قبولا وأولها في الدخول في الحل. والمتغيرات ذات التكلفة المرتفعة تترك الحل بسرعة، أو لا تدخل به أبدا. وبدلا من وضع قيم فعلية مثل ١٠٠٠٠ جنيه أو ١ مليون جنيه لكل متغير وهمي، يمكننا استخدام الرمز م جنيه لتمثل رقم كبير جدا.

والمتغيرات الفائضة مثل المتغيرات العاطلة لها تكلفة صفر. وإذا كانت المشكلة التي سنتناولها بالحل لها دالة هدف مثل :

تدنية التكلفة = ٥س$_1$ + ٩س$_2$ + ٧س$_3$

وقيود مثل السابق ذكرها، فإن دالة الهدف الكاملة والقيود ستظهر كما يلي :

أوجد أدنى تكلفة ٥س$_1$ + ٩س$_2$ + ٧س$_3$ + صفر ص$_1$ + م أ$_1$ + م أ$_2$

بحيث ٥س$_1$ + ١٠س$_2$ + ٨س$_3$ − ١ص$_1$ + ١أ$_1$ + صفر أ$_2$ = ٢١٠

$٢٥س_١ + ٣٠س_٢ + صفر س_٣ + صفر ص_١ + صفر أ_١ + ١أ_٢ = ٩٠٠$

ملحوظة : إذا استخدم متغير وهمي (وهي حالة غير متكررة) فنعطي لـــه قيمة – م لإبعاده من الحل.

حل مشاكل التدنية Solving Minimization Problem

درسنا كيف التعامل بيانيا مع دالة الهدف والقيـــود المرتبطـــة في حالـــة مشاكل التدنية. وتبقى دراسة حل نفس المشاكل باستخدام طريقة السمبلكس.

ويجب على شركة الكيماويات الحديثة إنتاج ١٠٠٠ كيلو مـــن منتـــج يحتوي على مزيج من الفوسفات والبوتاسيوم لأحد العملاء. ويكلـــف كيلـــو الفوسفات ٥ جنيه وكيلو البوتاسيوم ٦ جنيه للكيلو. ولا يمكن استخدام اكـــثر من ٣٠٠ كيلو من الفوسفات، ويجب استخدام على الأقل ١٥٠ كيلـــو مـــن البوتاسيوم. والمشكلة هنا هي تحديد المزيج ذو أقل تكلفة من الخامتان.

ويمكن صياغة هذه المشكلة رياضيا كما يلي :

تدنية التكلفة $= ٥س_١ + ٦س_٢$

بحيث $س_١ + س_٢ = ١٠٠٠$ كيلو

$س_١ \geq ٣٠٠$ كيلو

$س_٢ \leq ١٥٠$ كيلو

$س_١ ، س_٢ \leq$ صفر

حيث :

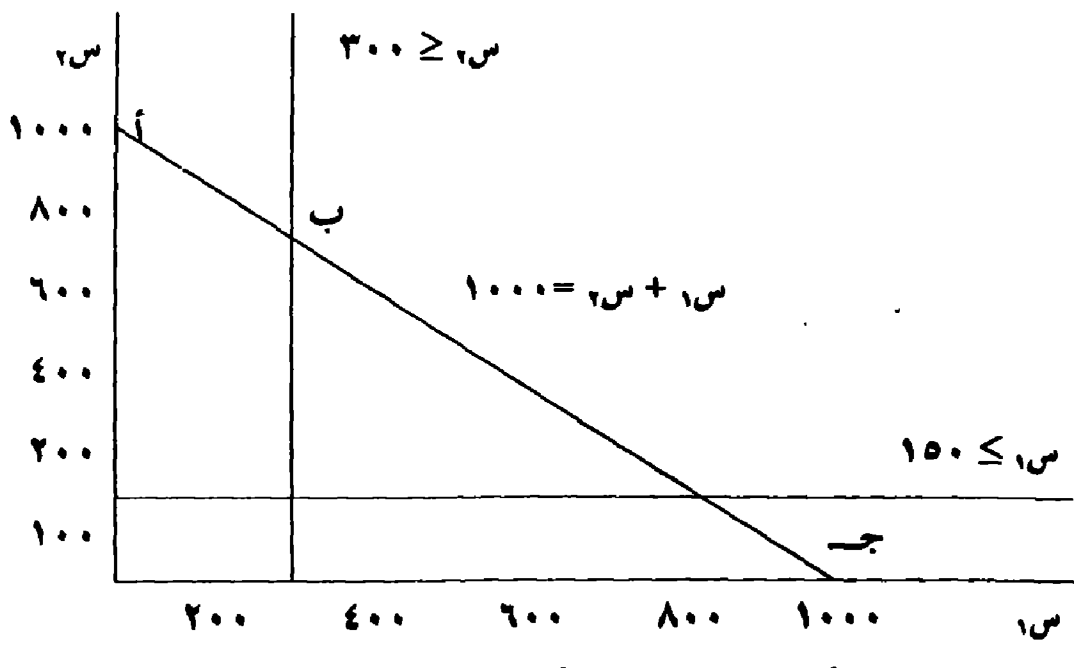
$س_١$ = عدد كيلوات الفوسفات ، $س_٢$ = عدد كيلوات البوتاسيوم.

لاحظ وجود ثلاث قيود، بدون حساب قيد عدم السلبية. الأول قيد في صيغة معادلة، الثاني أقل من أو يساوي، والثالث أكبر من أو يساوي.

التحليل البياني Graphical Analysis

لتفهم المشكلة أسرع، قد يوضحها لك التحليل البياني. فيوجد متغيران قرار $س_{١}$، $س_{٢}$. فنخصص للأول المحور الأفقي وللثاني المحور الرأسي حتى يمكننا رسم القيود ومنطقة الإمكانيات، وحيث أن أول قيد $س_{١} + س_{٢} = ١٠٠٠$ هو متساوية، فيجب أن يقع الحل في مكان على الخط أ ب جـ شكل (٣). ويجب أن يقع بين نقطة أ، ب نظرا للقيد $س_{١} \geq ٣٠٠$. والقيد الثالث $س_{٢} \leq ١٥٠$ قيد فائض (أو غير مقيد) نظرا لأن $س_{٢}$ ستكون مباشرة أكبر من ١٥٠ كيلو إذا ما نفذنا أول قيدان. ونظرا لأن المنطقة الممكنة تتكون من كل النقاط على الخط أ ب. فإن الحل الأمثل سيقع في نقط الأركان لمنطقة الإمكانيات (حتى ولو كانت المنطقة في شكل خط مستقيم) لذلك فإن الحل سيكون إما النقطة أ أو النقطة ب. ويظهر التحليل السريع أن أدنى تكلفة تقع في الركن ب، أي $س_{١} = ٣٠٠$ كيلو فوسفات، $س_{٢} = ٧٠٠$ كيلو بوتاسيوم. وإجمالي التكلفة ٥٧٠٠ جنيه.

ولا تحتاج إلى طريقة السمبلكس لحل مشكلة شركة الكيماويات الحديثة، ولكن ليست كل المشاكل بهذه البساطة. فبصفة عامة، يجب أن تتوقع وجود عديد من المتغيرات وعديد من القيود. تهدف الفقرات التالية إلى عرض التطبيق المباشر لطريقة السمبلكس لمشاكل التدنية.



شكل (٣) منطقة الإمكانيات لشركة الكيماويات الحديثة

تحويل القيود ودالة الهدف

الخطوة الأولى هي تطبيق ما تعلمناه في الفقرات السابقة لتحويل القيود ودالة الهدف إلى الشكل المناسب لطريقة السمبلكس.

وقيد التساوي $س_{١} + س_{٢} = ١٠٠٠$ يرتبط بإضافة متغير وهمي $أ_{١}$.

$$س_{١} + س_{٢} + أ_{١} = ١٠٠٠$$

والقيد الثاني $س_{٢} \geq ٣٠٠$ يتطلب إضافة متغير عاطل لنطلق عليه $ص_{١}$.

$$س_{١} + ص_{١} = ٣٠٠$$

والقيد الثالث $س_{٢} \leq ١٥٠$ والذي يحول إلى متساوية بطرح المتغير الفائض $س_{٢}$ وإضافة متغير وهمي $أ_{٢}$ كما يلي :

$$س_{٢} - ص_{٢} + أ_{٢} = ١٥٠$$

أخيرا، فإن دالة الهدف تدنية تكلفة = ٥$س_{١}$ + ٦$س_{٢}$ يعاد صياغتها كما يلي :

أوجد أدنى قيمة ٥$س_{١}$ + ٦$س_{٢}$ + صفر $ص_{١}$ + صفر $ص_{٢}$ + م $أ_{١}$ + م $أ_{٢}$

ويتم إعادة صياغة القيود كما يلي :

$س_{١}$ + $س_{٢}$ + $ص_{١}$ + $ص_{٢}$ + $أ_{١}$ + صفر $أ_{٢}$ = ١٠٠٠

$س_{١}$ + صفر $س_{٢}$ + $ص_{١}$ + صفر $ص_{٢}$ + صفر $أ_{١}$ + صفر $أ_{٢}$ = ٣٠٠

صفر $س_{١}$ + $س_{٢}$ + صفر $ص_{١}$ + $ص_{٢}$ + صفر $أ_{١}$ + $أ_{٢}$ = ١٥٠

$س_{١}$، $س_{٢}$، $ص_{١}$، $ص_{٢}$، $أ_{١}$، $أ_{٢}$ ≥ صفر

قواعد طريقة السمبلكس لمشاكل التدنية

مشاكل التدنية تماثل مشاكل التقصية المشروحة في هذا الفصل. والاختلاف بينهما يقع في صف $ح_{ن}$ - $ر_{ن}$. نظرا لأن هدفنا هو تدنية التكلفة فإن المتغير الجديد الذي سيدخل إلى الحل في كل جدول (عمود البؤرة) سيكون المتغير ذو أعلى قيمة سالبة في صف $ح_{ن}$ - $ر_{ن}$ (كان في مشاكل التقصية ذو أكبر قيمة موجبة). وبالتالي نختار المتغير الذي يخفض التكاليف إلى أقصى درجة. وفي مشاكل التدنية، نصل للحل الأمثل عندما تصبح كل الأرقام في صف $ح_{ن}$ - $ر_{ن}$ صفر أو موجبة بعكس النمط المستخدم في مشاكل التقصية. وتبقى بقية خطوات السمبلكس كما هي كما يلي :

١- اختار المتغير ذو أكبر قيمة سالبة في صف $ح_{ن}$ - $ر_{ن}$، ولكي يدخل في الحل. وهو يمثل عمود البؤرة.

٢- حدد الصف الذي سيتم استبداله بتحديد الصف ذو أقل قيمة (غير سالبة) في عمود الكمية على البؤرة. وهذا هو صف البؤرة.

٣- احسب القيم الجديدة لصف البؤرة.

٤- احسب القيم الجديدة لبقية الصفوف.

٥- احسب قيم $ر_ن$ ، $ح_ن - ر_ن$ بهذا الجدول. وإذا وجدت أي أرقام في $ح_ن - ر_ن$ أقل من صفر ارجع إلى الخطوة ١.

ملحوظة :

توجد طريقة بديلة لحل مشاكل التدنية بطريقة السمبلكس. وتتم بحيلة رياضية بسيطة. فهدف تدنية التكاليف هو نفسه تعظيم سالب دالة هدف التكلفة. ويؤدي ذلك أنه بدلاً من كتابة دالة الهدف.

تدنية التكلفة = ٥$س_١$ + ٦$س_٢$

نعيد صياغتها

تقصية (-التكلفة) = -٥$س_١$ + ٥$س_٢$

والحل الذي يوجد أقصى (-تكلفة) يكون أيضا أدنى تكلفة. ويؤدي ذلك أيضا إلى تطبيق نفس إجراءات السمبلكس المستخدمة في مشاكل التقصية إذا ما طبقنا هذه الحيلة. والتغير الوحيد هو أن دالة الهدف يتم ضربها في (-١).

جدول الحل الأول لمشكلة شركة الكيماويات

يتم تصميم جدول الحل الأول كما في طريقة التقصيـــة. وأول ثــلاث صفوف يظهرا في الجدول التالي. لاحظ ظهور التكلفة م جنيه مع المتغير الوهمـــي أ$_1$ و أ$_2$ ، ومعاملهم كما لو كانوا أرقاما كبيرة جدا. ويؤدي ذلــــك إلى دفــع المتغيرات الوهمية خارج الحلول بسرعة نظرا لارتفاع تكلفتهم.

ح$_ن$	مزيج الحل	س$_1$	س$_2$	ص$_1$	ص$_2$	أ$_1$	أ$_2$	الكمية
م	أ$_1$	١	١	٠	٠	١	٠	١٠٠٠
٠	ص$_1$	١	٠	١	٠	٠	٠	٣٠٠
م	أ$_2$	٠	١	٠	١-	٠	١	١٥٠

وتحسب الأرقام في صف ر$_ن$ بضرب عمود ح$_ن$ في أقصى يمين الجـــدول في الرقم المناظر في كل عمود آخر. ثم ندخل النتيجة في جدول (٧).

جدول (٧) جدول الحل المبدئي شركة الكيماويات

$ح_ن$	مزيج الحل	٥ س١	٦ س٢	٠ ص١	٠ ص٢	م أ١	م أ٢	الكمية
م	أ١	١	١	٠	٠	١	٠	١٠٠٠
٠	ص١	١	٠	١	٠	٠	٠	٣٠٠
م	أ٢	٠	(١)	٠	١-	٠	١	١٥٠ ← صف البؤرة
	رن	م	٢م	٠	-م	م	م	
	$ح_ن$-رن	-م+٥	-٢م+٦	٠	م	٠	٠	

رقم البؤرة: (١) — عمود البؤرة: عمود س٢

رن (لعمود س١) = م × ١ + ٠ × ١ + م × ٠ = م جنيه

رن (لعمود س٢) = م × ١ + ٠ × ٠ + م × ١ = ٢م

رن (لعمود ص١) = م × ١ + ٠ × ١ + م × ٠ = ٠

رن (لعمود ص٢) = م × ٠ + ٠ × ٠ + م × ١- = -م

رن (لعمود أ١) = م × ١ + ٠ × ٠ + م × ٠ = م

رن (لعمود أ٢) = م × ٠ + ٠ × ٠ + م × ١ = م

رن (لإجمالي التكلفة)= م×١٠٠٠ + ٠×٣٠٠ + ١٥٠×م = ١١٥٠م

ويتم تحديد قيمة $ح_ن$ - رن كما يلي :

	العمود					
	س$_{١}$	س$_{٢}$	ص$_{١}$	ص$_{٢}$	أ$_{١}$	أ$_{٢}$
ح$_{ن}$	٥	٦	٠	٠	م	م
ز$_{ن}$	م	٢م	٠	–م	م	م
ح$_{ن}$–ز$_{ن}$	–م+٥	–٢م+٦	٠	م	٠	٠

وتم الوصول إلى هذا الحل المبدئي بجعل كل المتغيرات س$_{١}$، س$_{٢}$، ص$_{٢}$ مساوية للصفر. والمتغيرات الأساسية الحالية هي أ$_{١}$ = ١٠٠٠، ص$_{١}$ = ٣٠٠، أ$_{٢}$ = ١٥٠. ويمكن تمثيل هذا الحل في شكل متجهة عمود كما يلي :

$$\begin{pmatrix} \text{س}_{١} \\ \text{س}_{٢} \\ \text{ص}_{١} \\ \text{ص}_{٢} \\ \text{أ}_{١} \\ \text{أ}_{٢} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ \\ ٠ \\ ٣٠٠ \\ ٠ \\ ١٠٠٠ \\ ١٥٠ \end{pmatrix}$$

وارتبط بهذا الحل تكلفة مرتفعة للغاية وهي ١١٥٠م جنيه. ونعلم أنه يمكن تخفيض هذه التكلفة بدرجة كبيرة. نستكمل فيما يلي إجراءات الحل.

تصميم جدول الحل الثاني

في صف حن - رن بجدول (٧) وجدنا قيمتان سالبتان $س_١$، $س_٢$. يعـــني ذلك في طريقة السمبلكس ولمشاكل التدنية أن الحل الأمثل لم نصل إليه بعـــد. وعمود البؤرة هو ذو أعلى قيمة سالبة بصف حن - رن وكما في جـــدول (٧) نجد عمود $س_٢$ مما يعني دخول $س_٢$ بالحل بالجدول الثاني.

ما هو المتغير الذي سيترك الحل ليفسح مكانا للمتغير الجديد $س_٢$؟ نقسـم عناصر عمود الكميات على القيم المناظرة بعمود البؤرة.

$$\text{لصف أ}_١ = \frac{١٠٠٠}{١} = ١٠٠٠$$

$$\text{لصف ص}_١ = \frac{٣٠٠}{٠} = \text{(قيمة لانهائية لذلك يهمل)}$$

$$\text{لصف ص}_٢ = \frac{١٥٠}{١} = ١٥٠ \text{ (أصغر ناتج قسمة سيكون صف البؤرة)}$$

ونظرا لأن صف البؤرة هو صف $أ_٢$، ورقم البؤرة هو في تقاطع عمـــود $س_٢$ وصف $أ_٢$.

نصل إلى الصف الجديد في جدول السمبلكس التالي بقسمة كل عنصر في صف البؤرة على البؤرة ١. مما يترك قيم صف البؤرة القديم كما هو. عدا أنـــه أصبح يمثل حل للمتغير $س_٢$. ويتم تعديل الصفان الآخـــران بتطبيـــق المعادلـــة المذكورة في الخطوة (٤).

الرقم بالصف الجديد	=	الرقم بالصف القديم	−	(الرقم أعلى أو أسفل رقم البؤرة)	×	(الرقم المناظر في الصف الجديد $س_1$)

الصف $أ_1$

١	=	١	−	١	×	صفر
٠	=	١	−	١	×	١
٠	=	٠	−	١	×	٠
١	=	٠	−	١	×	−١
١	=	١	−	١	×	٠
−١	=	٠	−	١	×	١
٨٥٠	=	١٠٠٠	−	١	×	١٥٠

الصف $ص_1$

١	=	١	−	٠	×	٠
٠	=	٠	−	٠	×	١
١	=	١	−	٠	×	٠
٠	=	٠	−	٠	×	−١
٠	=	٠	−	٠	×	٠
٠	=	٠	−	٠	×	١
٣٠٠	=	٣٠٠	−	٠	×	١٥٠

صف رن

رن (للمتغير $س_1$) = م × ١ + ٠ × ١ + ٦ × ٠ = م

رن (للمتغير $س_2$) = م × ٠ + ٠ × ٠ + ٦ × ١ = ٦

رن (للمتغير ص$_1$) = م × ٠ + ٠ × ١ + ٦ × ٠ = ٠

رن (للمتغير ص$_2$) = م × ١ + ٠ × ٠ + ٦ × -١ = م-٦

رن (للمتغير أ$_1$) = م × ١ + ٠ × ٠ + ٦ × ٠ = م

رن (للمتغير أ$_2$) = م × -١ + ٠ × ٠ + ٦ × ١ = -م+٦

رن (لإجمالي التكلفة)= م×٨٥٠ + ٠×٣٠٠ + ٦×١٥٠

= ٨٥٠م+٩٠٠

وتظهر نتائج هذه الحسابات في جدول (٨). والعمل في آخر الجدول الثاني هو أ$_1$ = ٨٥٠، ص$_1$ = ٣٠٠، س$_2$ = ١٥٠. س$_1$، ص$_2$، أ$_2$ ليسوا في متغيرات الحلول ماليا، وقيمة كل منهم صفر. ومازالت التكلفة عند هذا المستوى مرتفعة ٨٥٠م + ٩٠٠ جنيه. وهذه الإجابة ليست مثلى نظرا لأنه ليس كل رقم في صف حن - رن صفر أو موجب.

جدول (٨) الجدول الثاني للحل في طريقة السمبلكس

حن	مزيج	٥	٦	٠	٠	م	م		
	الحل	س$_1$	س$_2$	ص$_1$	ص$_2$	أ$_1$	أ$_2$	الكمية	
م	أ$_1$	١	٠	٠	١	١	-١	٨٥٠	
٠	ص$_1$	(١)	٠	١	٠	٠	٠	٣٠٠	← صف البؤرة
٦	س$_2$	٠	١	٠	-١	٠	١	١٥٠	
	رن	م	٦	٠	م-٦	م	-م+٦		
	حن-رن	-م+٥	-٢م+٦	٠	م	٠	٠		
		↑ عمود البؤرة							

تطوير الجدول الثالث للحل

عمود البؤرة الجديد هو عمود $س_1$. ولتحديد أي متغير سيترك الحل الأساسي ليفسح مكان للمتغير $س_1$ تختبر عمود الكمية مقسوما على العنار المناظرة في عمود البؤرة.

$$\text{للصف } أ_1 = \frac{٨٥٠}{١} = ٨٥٠$$

$$\text{لصف } ص_1 = \frac{٣٠٠}{١} = ٣٠٠ \text{ (أصغر ناتج قسمة)}$$

$$\text{للصف } ص_2 = \frac{١٥٠}{٠} = \text{ما لانهاية}$$

ونظرا لأن المتغير $ص_1$ سيستبدل بالمتغير $س_1$ فإن رقم البؤرة تم تمييزهما في جدول (٨).

ولاستبدال صف البؤرة، يتم قسمة كل رقم في صف $ص_1$ على ١ (رقم البؤرة) مما يترك الصف كما هو. ويظهر الصف الجديد $س_1$ في الجدول الجديد رقم (٩). وتظهر الحسابات الأخرى لجدول الحل الثالث كما يلي :

صف أ١	صف س٢
٠ = ١ - ١ × ١	٠ = ٠ - ٠ × ١
٠ = ٠ - ١ × ٠	١ = ١ - ٠ × ٠
١- = ٠ - ١ × ١	٠ = ٠ - ٠ × ١
١ = ١ - ١ × ٠	١- = ١- - ٠ × ٠
١ = ١ - ١ × ٠	٠ = ٠ - ٠ × ٠
١- = ١- - ١ × ٠	١ = ١ - ٠ × ٠
٥٥٠ = ٨٥٠ - ١ × ٣٠٠	١٥٠ = ١٥٠ - ٠ × ٣٠٠

رن (للمتغير س١) = م × ٠ + ٥ × ١ + ٦ × ٠ = ٥

رن (للمتغير س٢) = م × ٠ + ٥ × ٠ + ٦ × ١ = ٦

رن (للمتغير ص١) = م × -١ + ٥ × ١ + ٦ × ٠ = -م+٥

رن (للمتغير ص٢) = م × ١ + ٥ × ٠ + ٦ × -١ = م-٦

رن (للمتغير أ١) = م × ١ + ٥ × ٠ + ٦ × ٠ = م

رن (للمتغير أ٢) = م × -١ + ٥ × ٠ + ٦ × ١ = -م+٦

رن (لإجمالي التكلفة)= م×٥٥٠ + ٥×٣٠٠ + ٦×١٥٠

= ٥٥٠م+٢٤٠٠

قد يبدو أنه من الأكثر فعالية استبدال صف أ١ بدلا من استبدال صف س٢ مما يؤدي إلى استبعاد آخر متغير وهمي وقيمته الكبيرة م جنيه من الحل بطريقة السمبلكس لا تستخدم دائما أقصر طريق للوصول إلى الحل النهائي. ومع ذلك يمكن التأكيد أنها ستصل بك إلى الحل الصحيح في النهاية.

جدول (٩) الجدول الثالث للحل في طريقة السمبلكس

ح$_{ن}$	مزيج	٥	٦	٠	٠	م	م		
	الحل	س$_{١}$	س$_{٢}$	ص$_{١}$	ص$_{٢}$	أ$_{١}$	أ$_{٢}$	الكمية	
م	أ$_{١}$	٠	٠	−١	(١)	١	−١	٥٥٠	← صف
٥	س$_{١}$	١	٠	١	٠	٠	٠	٣٠٠	البؤرة
٦	س$_{٢}$	٠	١	٠	−١	٠	١	١٥٠	
	ر$_{ن}$	م	٦	−م+٥	م−٦	م	−م+٦	٥٥٠م	
	ح$_{ن}$−ر$_{ن}$	٠	٠	م−٥	−م+٦	٠	٢م−٦	٢٤٠٠	

↑

عمود البؤرة

	العمود					
	س$_{١}$	س$_{٢}$	ص$_{١}$	ص$_{٢}$	أ$_{١}$	أ$_{٢}$
ح$_{ن}$	٥	٦	٠	٠	م	م
ر$_{ن}$	٥	٦	−م+٥	م−٦	م	−م+٦
ح$_{ن}$−ر$_{ن}$	٠	٠	−م+٥	−م+٦	٠	٢م−٦

والحل في آخر ثالث تحسين لم يصل إلى المثالية بعد نظرا لأن قيمة عمود ص$_{٢}$ يحتوي على قيمة سالبة في ح$_{ن}$ - ر$_{ن}$. لاحظ أن إجمالي التكلفة في نهاية الجدول الثاني أقل من التكلفة بالجدول الأول وهي بدورها أقل من التكلفة بجدول الحل المبدئي. فنحن في الاتجاه الصحيح وأمامنا جدول أخير.

الجدول الرابع للحل بطريقة السمبلكس

عمود البؤرة في هذا الجدول هو عمود ص$_{٢}$. ونتيجة القسمة التي تحـــدد صف البؤرة تحسب كما يلي :

للصف أ$_{١}$ = $\frac{٥٥٠}{١}$ = ٥٥٠ (الصف الذي سيستبدل)

لصف ص$_{١}$ = $\frac{٣٠٠}{٠}$ = ما لانهاية

للصف ص$_{٢}$ = $\frac{١٥٠}{-١}$ = (لا تؤخذ في الاعتبار لأنها سالبة)

يتم قسمة كل رقم في صف البؤرة على البؤرة (مرة أخرى كانت بالمصادفة ١). وتحسب قيم الصفان الآخران كما يلي :

صف س١	صف س٢
١ = ١ − ٠ × ٠	٠ = ٠ − −١ × ٠
٠ = ٠ − ٠ × ٠	١ = ١ − −١ × ٠
١ = ١ − ٠ × −١	−١ = ٠ − −١ × −١
٠ = ٠ − ٠ × ١	٠ = −١ − −١ × ١
٠ = ٠ − ٠ × ١	١ = ٠ − −١ × ١
٠ = ٠ − ٠ × −١	٠ = ١ − −١ × −١
٣٠٠ = ٣٠٠ − ٠ × ٥٥٠	٧٠ = ١٥٠ − ٥٥٠ × −١

رن (للمتغير س١) = ٠ × ٠ + ٥ × ١ + ٦ × ٠ = ٥ جنيه

رن (للمتغير س٢) = ٠ × ٠ + ٥ × ٠ + ٦ × ١ = ٦

رن (للمتغير ص١) = ٠ × −١ + ٥ × ١ + ٦ × −١ = −١

رن (للمتغير ص٢) = ٠ × ١ + ٥ × ٠ + ٦ × ٠ = ٠

رن (للمتغير أ١) = ٠ × ١ + ٥ × ٠ + ٦ × ١ = ٦

رن (للمتغير أ٢) = ٠ × −١ + ٥ × ٠ + ٦ × ٠ = ٠

رن (لإجمالي التكلفة)= ٠×٥٥٠ + ٥×٣٠٠ + ٦×٧٠٠ = ٥٧٠٠

	العمود					
	س١	س٢	ص١	ص٢	أ١	أ٢
حن	٥	٦	٠	٠	م	م
رن	٥	٦	−١	٠	٦	٠
حن−رن	٠	٠	١	٠	م−٦	م

وبفحص صف $ح_د$ - $ر_ن$ في جدول (١٠) وجدنا أصفار أو قيم موجبة. لذلك فإن الجدول الرابع يعتبر جدول الحل الأمثل. والحل $س_{١}$ = ٣٠٠، $س_{٢}$ = ٧٠٠، $ص_{٢}$ = ٥٥٠. والمتغيرات الوهمية تساوي الصفر وكذلك $ص_{١}$. وبالتعبير عنها بالصيغة الإدارية، فإن قرار شركة الكيماويات هو مزج ٣٠٠ كيلو من الفوسفات $س_{١}$ مع ٧٠٠ كيلو من البوتاسيوم $س_{٢}$ مما يؤدي إلى تحقيق فائض في البوتاسيوم قدره ٥٥٠ كيلو أكثر من الاحتياجات اللازمة للقيد $س_{٢} \leq$ ١٥٠. وتكلفة هذا الحل هي ٥٧٠٠ جنيه.

وإذا رجعنا إلى شكل (٣) سنجد أن النتيجة تتطابق مع الإجابات التي حصلنا عليها بالحل البياني للمشكلة.

وبالرغم من إمكان حل مثل هذه المشاكل الصغيرة بيانيا، فإن مشاكل مزيج المنتجات يفضل حلها باستخدام السمبلكس وباستخدام الحاسبات.

جدول (١٠) الجدول الرابع للحل بطريقة السمبلكس لمشكلة شركة الكيماويات

$ح_د$	- مز	٥	٦	٠	٠	م	م	
	الحل	$س_{١}$	$س_{٢}$	$ص_{١}$	$ص_{٢}$	$أ_{١}$	$أ_{٢}$	الكمية
٠	$ص_{٢}$	٠	٠	١-	١	١	١-	٥٥٠
٥	$س_{١}$	١	٠	١	٠	٠	٠	٣٠٠
٦	$س_{٢}$	٠	١	١-	٠	١	٠	٧٠٠
	$ر_ن$	٥	٦	١-	٠	٦	٠	٥٧٠٠
	$ح_د - ر_ن$	٠	٠	١	٠	م-٦	م	

ملخص لإجراءات حل مشاكل التدنية بألبرمجة الخطية

كما لخصنا خطوات حل مشاكل التقصية باستخدام طريقة السمبلكس، ما يلي خطوات حل مشاكل التدنية :

١- صمم دالة الهدف للبرنامج الخطي والقيود.

٢- أضف متغير عاطل لكل قيد أقل من أو يساوي، ومتغيرات فائضة للقيود أكبر من أو يساوي، وكل من المتغيرات الفائضة والوهمية إلى كل متساوية. ثم أضف كل هذه المتغيرات إلى دالة الهدف.

٣- صمم جدول حل مبدئي لطريقة السمبلكس بوضع المتغيرات العاطلة والوهمية في الحل والمتغيرات الأصلية (س) مساوية للصفر. واحسب قيم كل من رن ، حن بالجدول.

٤- نفذ الخطوات الأربعة التالية إلى أن تصل إلى حل أمثل :

أ- اختار المتغير ذو أعلى قيمة سالبة في صف حن - رن ليدخل في الحل. ويمثل عموده عمود البؤرة.

ب- حدد الصف الذي سيستبدل باختيار أقل قيمة (غير سالبة) لحاصل قسمة الكمية على البؤرة. وهو صف البؤرة.

جـ-احسب القيم الجديدة لصف البؤرة.

د- احسب القيم الجديدة لبقية الصفوف.

هـ-احسب رن ، حن - رن بالجدول. وإذا وجدت أي قيمة أقل من الصفر في حن - رن ارجع إلى خطوة أ. وإذا لم تجد أرقام أقل من الصفر تكون قد وصلت للحل الأمثل.

بعض الحالات الخاصة حين استخدام طريقة السمبلكس

ذكرنا في الفصل السابق بعض الحالات الخاصة التي يمكن أن تظهر عند حل مشاكل البرمجة الخطية بيانيا. وسندرس هنا هذه الحالات بالإشارة إلى طريقة السمبلكس.

عدم وجود منطقة إمكانيات Infeasiability

تحدث حالة عدم وجود منطقة إمكانيات حينما لا تجد حل يلبي كل قيود المشكلة. وفي طريقة السمبلكس، يمكن التعرف على عدم إمكان الحل بالنظر إلى آخر جدول. سنجد القيم بصف حن - رن بإشارة مناسبة للوصول للحل الأمثل، ولكن متغير وهمي أ١ سيكون في مزيج الحل.

ويوضح جدول (١١) الجدول الأخير لطريقة السمبلكس لمشكلة افتراضية للتدنية باستخدام البرمجة الخطية. ويعرض الجدول مثال لمشكلة مصاغة بطريقة غير مناسبة، ربما تحتوي على تعارض بين القيود. ولا يوجد حل ممكن نظرا لأن المتغير الوهمي أ٢ يبقى في تشكيلة الحل بالرغم من أن قيم حن - رن تظهر قيم موجبة أو صفر (معيار الوصول إلى الحل الأمثل).

جدول (١١) مثال لعدم وجود منطقة إمكانيات

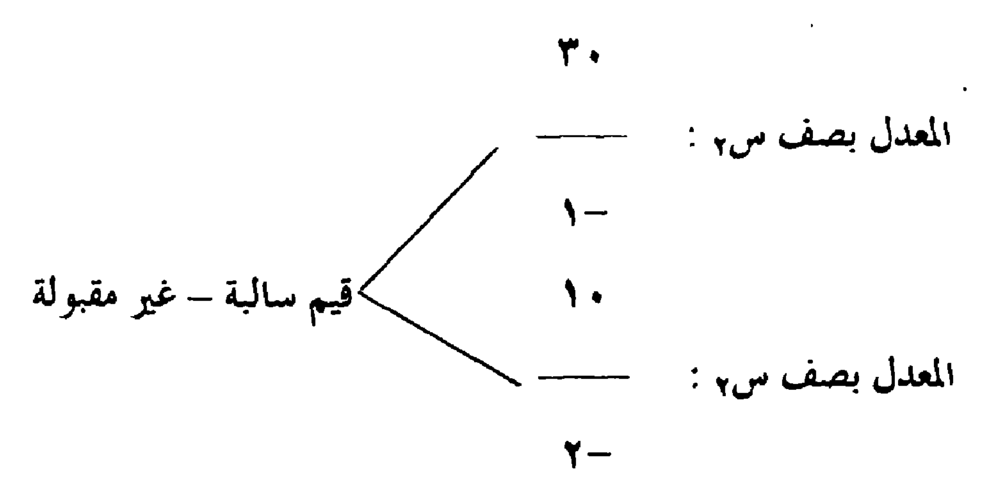
حن	مز	٥	٨	٠	٠	م	م	
	الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	أ١	أ٢	الكمية
٥	س١	١	٠	-٢	٣	-١	٠	٢٠٠
٨	س٢	٠	١	١	٢	-٢	٠	١٠٠
م	أ٢	٠	٠	٠	-١	-١	١	٢٠
	رن	٥	٨	-٢	٣١-م	-٢١-م	م	١٨٠٠+٢٠م
	حن-رن	٠	٠	٢	م-٣١	٢م+٢١	٠	

الحلول اللانهائية Unbounded Solutions

الحلول اللانهائية هي التي لها حل لا نهائي. وتحدث في مشاكل التقصية فمثلا، حين إمكان جعل أحد المتغيرات الأساسية كبير جدا بدون التعدي على أحد القيود (راجع شكل (١٣)). ويمكن اكتشاف في طريقة السمبلكس شروط اللانهائية قبل الوصول إلى جدول الحل النهائي. سنلاحظ وجود مشكلة في تحديد أي المتغيرات يجب استبعاده من تشكيلة الإنتاج. والإجراء الذي نتبعه، كما شرحنا في هذا الفصل، هو قسمة كل كمية على المناظر لها بعمود البؤرة. والصف ذو أصغر معدل موجب يتم استبداله ولكن إذا ما وجدنا كل نواتج القسمة سالبة أو لا نهائية، فيدل ذلك على وجود مشكلة حلول لا نهائية.

ويوضح جدول (١٢) الجدول الثاني في حل إحدى مشاكل التقصية بالبرمجة الخطية بطريقة السمبلكس. ويوضح مشكلة اللانهائية. فالحل ليس أمثل نظرا لأن كل القيم في صف حن - رن إما صفر أو سالبة، كما هو مطلوب في

مشاكل التقصية. والمتغير الثاني الذي يدخل إلى الحل هــو س١. ولتحديــد أي المتغيرات سيترك الحل، تفحص نتيجة قسمة عناصر عمود الكمية على عنــاصر عمود البؤرة وهو س١.



جدول (١٢) توضيح مشكلة الحلول اللانهائية

حن	مز	٥	٨	٠	٠	م	م	
	الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	أ١	أ٢	الكمية
٥	س١	١	٠	-٢	٣	-١	٠	٢٠٠
٨	س٢	٠	١	١	٢	-٢	٠	١٠٠
م	أ٢	٠	٠	٠	-١	-١	١	٢٠
	رن	٥	٨	-٢	٣١-م	-٢١-م	م	١٨٠٠+٢٠م
	حن-رن	٠	٠	٢	م-٣١	٢م+٢١	٠	

ونظرا لأن كل من رقمي عمود البؤرة سالبان، سيؤدي ذلك إلى حــل لا نهائي.

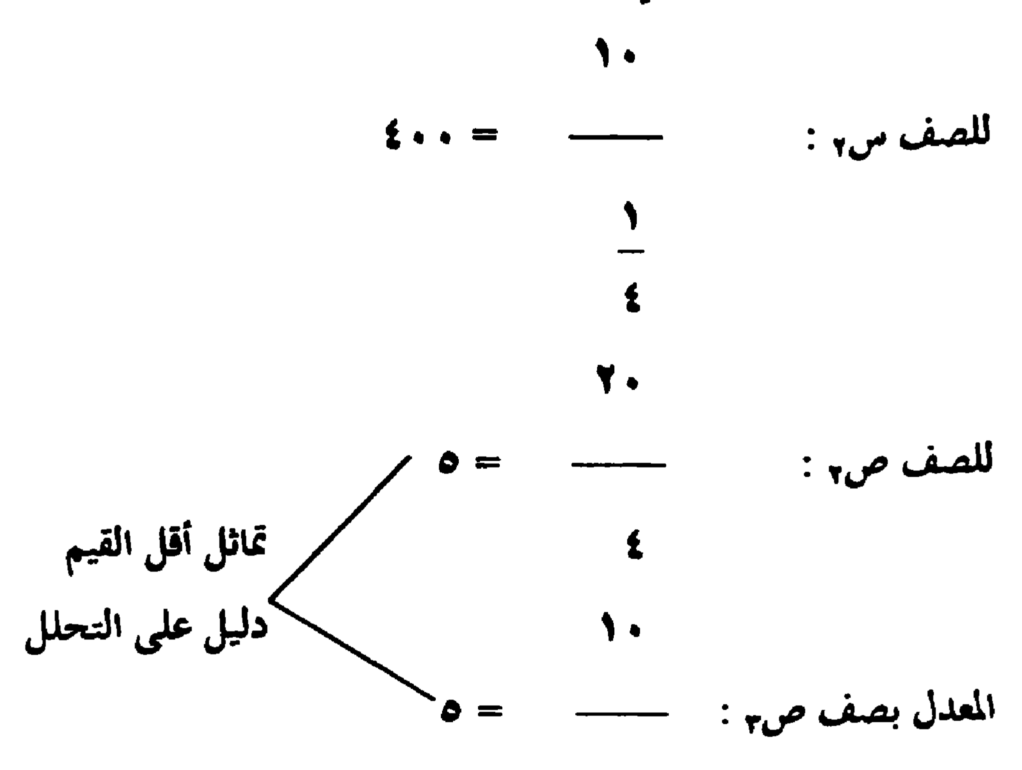
التحلل Degeneracy

يحدث التحلل حين استخدام طريقة السمبلكس لحل البرمجـــة الخطيـــة. وعندما تحتوي مشكلة على قيود فائضة، أي، قيد أو أكثر بالبرنامج يجعل قيـــد آخر غير ضروري. فمثلا، إذا كان لإحدى المشاكل القيود الثلاثة التالية

س$_1$ ≤ ١٠ ، س$_2$ ≤ ١٠ ، س$_1$ + س$_2$ ≤ ٢٠ فإن القيد الأخير غـــير ضروري لأن أول قيدان يجعلان فائض ويظهر التحلل عند قسمة الكميات علـى عناصر عمود البؤرة فإذا كان هناك تماثل في أصغر قيمة فإن ذلك دليـــل علـــى تحلل المشكلة.

يوضح شكل (١٣) مثال لتحلل مشكلة. في هذه المرحلة من التحســـين لبرنامج خطي باستخدام السمبلكس، فإن المتغير التالي الذي يدخـــل لتشـــكيلة الحل سيكون س$_1$، ونظرا لأنه ذو القيمة الموجبة الوحيدة في صف ح$_ن$ – ر$_ن$.

تحسب المعادلات كما يلي :



جدول (١٣) مشكلة توضح حالة التحلل

حن	مز	٥	٨	٢	٠	م	م	
	الحل	س١	س٢	ص١	ص٢	أ١	أ٢	الكمية
٨	س٢	١/٤	١	١	−٢	٠	٠	١٠
٠	ص٢	٤	٠	١/٣	−١	١	٠	٢٠
٠	ص٣	٢	٠	٢	٢/٥	٠	١	١٠
	زن	٢	٨	٨	١٦	٠	٠	٨٠
	حن−زن	٣	٠	−٦	−١٦	٠	٠	
		عمود البؤرة						

ويؤدي التحلل نظريا إلى موقف يعرف بالدائري وفيه تنتقل حسابات السمبلكس للخلف وللأمام بين نفس الحلول غير المثالية، أي، تدخل متغير جديد، ثم تستبعده في جدول تالي، ثم تعيد إدخاله ثم تستبعده. وأحد الطرق البسيطة لمواجهة هذه المشكلة تتم بأخذ أي صف (س٢ أو س٣ في هذه الحالة) عشوائيا. وإذا كنا غير محظوظين وحدث الدوران، نرجع ونختار الصف الآخر.

وجود أكثر من حل أمثل

يحدث أكثر من حل أمثل إذا ما نظرنا إلى جدول الحل النهائي لطريقة السمبكلس. إذا وجدنا قيم $ح_{ن} - ر_{ن}$ مساوية للصفر لأحد المتغيرات التي ليست بمزيج الحل، نجد اكثر من حل أمثل.

لندرس جدول (١٤) كمثال. نجد جدول حل نهائي لمشكلة تقصية، وكل قيمة في $ح_{ن} - ر_{ن}$ صفر أو سالب، يدل على الوصول إلى الحل الأمثل. والحل هو $س_{٢}$ = ٦، $ص_{٢}$ = ٣ والربح = ١٢ جنيه. لاحظ أن المتغير $س_{١}$ يمكن أن يدخل في تشكيلة الحل بدون زيادة أو تخفيض الربح. والحل الجديد يمكن أن يكون $س_{١}$ في الحلول يصبح = ٣، $س_{٢}$ = ٣/٢ والربح مازال = ١٢ جنيه. لاحظ أن المتغير $س_{١}$ في الحل الأساسي، سيصبح $س_{١}$ = ٣، $س_{٢}$ = ٣/٢ والربح مازال = ١٢ جنيه. هل يمكنك تبديل جدول (١٤) لإثبات ذلك؟. يمكنك ملاحظة، أن هذا المثال عن الحلول المثلى البديلة يناظر الحل البياني الظاهر بشكل (١٥).

جدول (١٤) عرض لمشكلة لها أكثر من حل أمثل

$ح_{ن}$	مزيج	٣	٢	٠	٠	
	الحل	$س_{١}$	$س_{٢}$	$ص_{١}$	$ص_{٢}$	الكمية
٢	$س_{٢}$	$\frac{٣}{٢}$	١	١	٠	٦
٠	$ص_{٢}$	١	٠	$\frac{١}{٢}$	١	٣
	$ر_{ن}$	٣	٢	٢	٠	١٢
	$ح_{ن} - ر_{ن}$	٠	٠	٢-	٠	

ملخص

درسنا في الفصل السابق استخدام طريقة الحل البياني لحل مشاكل البرمجة الخطية التي تحتوي على متغيران قرار فقط ودرسنا في هذا الفصل طريقة السمبلكس والتي تتضمن إجراءات مرحلية للوصول إلى حل أمثل لمشاكل البرمجة الخطية من أي حجم. وهي تتكون من سلسلة من القواعد التي تفحص نقاط الأركان بطريقة منظمة. وكل خطوة تحركنا نحو الحل الأمثل بزيادة الربح أو تخفيض التكلفة وتلتزم في كل الوقت بمنطقة الإمكانيات.

ودرسنا كيفية تحويل القيود الأقل من أو يساوي والأكبر من أو يساوي إلى متساويات تصلح لطريقة السمبلكس. ويتضمن هذا التحويل إضافة متغيرات عاطلة، متغيرات فائضة، ومتغيرات وهمية. ونصمم جدول الحل المبدئي والذي يوضح البيانات الأصلية للمشكلة. كما يحتوي على صف يوضح معلومات عن الربح أو التكلفة وصف لصافي التقييم. ويوصف الصف الأخير بأنه صف حن – رن ويفحص لتحديد مدى الوصول إلى الحل النهائي. ويوضح أي المتغيرات ستدخل بعد ذلك في تشكيلة الحل، أو الحل الأساسي، إذا كان الحل الحالي غير أمثل.

وتتكون طريقة السمبلكس من خمس خطوات : (١) تحديد عمود البؤرة، (٢) تحديد صف البؤرة وقيمتها، (٣) استبدال صف البؤرة، (٤) حساب القيم الجديدة لكل صف آخر بالجدول، و(٥) حساب قيم صفوف رن و حن – رن وفحصهما للمثالية. وكل جدول في هذه الإجراءات المرحلية تم شرحه لمشاكل التقصية ولمشاكل التدنية.

أخيرا، درسنا مجموعة من الحالات التي تمثل صعوبات في الحل باستخدام طريقة السمبلكس لمشاكل البرمجة الخطية. وقد عرضنا أمثلة لمشاكل عدم وجود منطقة إمكانيات، حلول لا نهائية، التحلل، وتعدد الحلول المثلى لنفس المشكلة.

وبالرغم من أن المشاكل الكبيرة للبرمجة الخطية تساعد في تفهم كيفية حلها يدويا، فإن الهدف من هذا الفصل هو المساعدة في تفهم كيفية عمل طريقة السمبلكس. فتفهم القواعد الأساسية سيساعدك في تفسير وتحليل الأسس لقضايا أخرى، والإجابة على الأسئلة عن المشاكل التي تواجهها بعد الوصول إلى الحل الأمثل والتي يطلق عليها تحليل الحساسية أو تحليل ما بعد المثالية.

تطبيقات محلولة

تطبيق محلول رقم (١)

حول القيود التالية ودالة الهدف إلى الشكل المناسب للاستخدام في طريقة السمبلكس :

تدنية التكلفة = $٤س_{١} + ١س_{٢}$

بحيث $٣س_{١} + س_{٢} = ٣$

$٤س_{١} + ٣س_{٢} \leq ٦$

$س_{١} + ٢س_{٢} \geq ٣$

الحل

تدنية التكلفة $٤س_{١} + ١س_{٢} + صفر\ ص_{١} + صفر\ ص_{٢} + م\ أ_{١} + م\ أ_{٢}$

بحيث $٣س_{١} + س_{٢} + ١أ_{١} = ٣$

$٤س_{١} + ٣س_{٢} - ١ص_{١} + ١أ_{٢} = ٦$

$١س_{١} + ٢س_{٢} + ١ص_{٢} = ٣$

تطبيق محلول رقم (٢)

حول مشكلة البرمجة الخطية التالية :

تقصية الربح $٩س_{١} + ٧س_{٢}$

بحيث $٢\text{س}_{١} + ١\text{س}_{٢} \le ٤٠$

$\text{س}_{١} + ٣\text{س}_{٢} \le ٣٠$

الحل

نبدأ بإضافة متغيرات عاطلة وتحويل المتباينات إلى متساويات.

تقصية الربح $٩\text{س}_{١} + ٧\text{س}_{٢} + ٠\ \text{ص}_{١} + ٠\ \text{ص}_{٢}$

بحيث $٢\text{س}_{١} + ١\text{س}_{٢} + ١\text{ص}_{١} + ٠\text{ص}_{٢} = ٤٠$

$١\text{س}_{١} + ٣\text{س}_{٢} + ٠\ \text{ص}_{١} + ١\text{ص}_{٢} = ٣٠$

ويظهر جدول الحل الأساسي كما يلي :

$\text{ح}_{ن}$	شكي	٩	٧	٠	٠	
	الحل	$\text{س}_{١}$	$\text{س}_{٢}$	$\text{ص}_{١}$	$\text{ص}_{٢}$	الكمية
٠	$\text{س}_{١}$	(٢)	١	١	٠	٤٠
٠	$\text{س}_{٢}$	١	٣	٠	١	٣٠
	$\text{ز}_{ن}$	٠	٠	٠	٠	
	$\text{ح}_{ن} - \text{ز}_{ن}$	٩	٧	٠	٠	

ويظهر فيما يلي جدول الحل الثاني والثالث وبعض من الحسابات المرتبطة. ويظهر الحل الأمثل في الجدول الثالث وهو :

$\text{س}_{١} = ١٨$، $\text{س}_{٢} = ٤$، $\text{ص}_{١} =$ صفر، $\text{ص}_{٢} =$ صفر،

والربح = ١٩٠ جنيه

الخطوتان ١، ٢ : للانتقال من أول جدول إلى الجدول الثاني، نلاحظ أن عمود البؤرة (في الجدول الأول) هو $س_١$، ذو أعلى قيمة $ح_ن - ر_ن$ ٩ جنيه. وصف البؤرة $ص_١$ نظرا لأن ٢/٤٠ أقل من ١/٣٠ وقيمة البؤرة ٢.

الخطوة ٣ : نوجد الصف الجديد $س_١$ بقسمة كل رقم في صف $ص_١$ القديم على رقم البؤرة أي :

$$\frac{٢}{٢} = ١ ،\quad \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} ،\quad \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} ،\quad \frac{٠}{٢} = ٠ ،\quad \frac{٤٠}{٢} = ٢٠$$

الخطوة ٤ : تحسب القيم الجديدة في صف $ص_٢$ كما يلي :

الرقم في صف $ص_٢$ الجديد	=	الرقم في صف $ص_٢$ القديم	−	(الرقم أسفل رقم البؤرة)	×	(الرقم المناظر في صف $س_١$ الجديد)
٠	=	١	−	١	×	١
$\frac{٥}{٢}$	=	٣	−	١	×	$\frac{١}{٢}$
$\frac{-١}{٢}$	=	٠	−	١	×	$\frac{١}{٢}$
١	=	١	−	١	×	٠
١٠	=	٣٠	−	١	×	٢٠

الخطوة ٥ : تحسب القيم الجديدة لكل من $ر_ن$ ، $ح_ن - ر_ن$ كما يلي :

حن − رن	رن
حن − رن = ٩ − ٩ = ٠	رن (للمتغير س١) = ٩ × ١ + ٠ × ٠ = ٩ جنيه
حن − رن = ٩ − $\frac{٩}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$	رن (للمتغير س٢) = ٩ × $\frac{١}{٢}$ + ٠ × $\frac{٥}{٢}$ = $\frac{٩}{٢}$ جنيه
حن − رن = ٠ − $\frac{٩}{٢}$ = $\frac{-٩}{٢}$	رن (للمتغير ص١) = ٩ × $\frac{١}{٢}$ + ٠ × $\frac{-١}{٢}$ = $\frac{٩}{٢}$ ج
حن − رن = ٠ − ٠ = ٠	رن (للمتغير ص٢) = ٩ × ٠ + ٠ × ١ = ٠ جنيه
	رن (للربح) = ٩ × ٢٠ + ٠ × ١٠ = ١٨٠ جنيه

حن	مزيج الحل	٩ س١	٧ س٢	٠ ص١	٠ ص٢	الكمية
٩	س١	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	٠	٢٠
٠	ص٢	٠	($\frac{٥}{٢}$)	$\frac{-١}{٢}$	١	١٠
	رن	٩	$\frac{٩}{٢}$	$\frac{٩}{٢}$	٠	١٨٠
	حن − رن	٠	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{-٩}{٢}$	٠	

الحل السابق ليس أمثل حل ويجب أن نكرر الخطوات من ١ الى ٥ مرة أخرى وسيكون عمود البؤرة الجديد س٢، وصف البؤرة الجديد ص٢، $\frac{٥}{٢}$ هي البؤرة.

$ح_ن$	مزيج	٩	٧	٠	٠	
	الحل	$س_١$	$س_٢$	$ص_١$	$ص_٢$	الكمية
٩	$س_١$	١	٠	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{١-}{٥}$	١٨
٧	$س_٢$	٠	١	$\frac{١-}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	٤
	$ز_ن$	٩	٧	٤	١	١٩٠
	$ح_ن - ز_ن$	٠	٠	٤-	١-	

الحل الأمثل $س_١$ = ١٨ ، $س_٢$ = ٤ ، والربح = ١٩٠

أسئلة للمناقشة

١- اشرح اهداف وإجراءات طريقة السمبلكس.

٢- ما هي أوجه الاختلاف بين طريقة الحل البياني وطريقة السمبلكس لحل مشاكل البرمجة الخطية؟ وما هي أوجه التشابه بينهما؟ فى أي الحالات تفضل استخدام المدخل البياني؟

٣- ما المقصود بالمتغيرات العاطلة، والفائضة، والوهمية؟ ومتى تستخدم كل منها، ولماذا؟ وما قيمة كل منها في دالة الهدف؟.

٤- شكلت مشكلة برمجة خطية تحتوي على ١٢ متغير قرار و٨ قيود. ما هو عدد متغيرات الحل التى ستظهر؟ وما هو الفرق بين متغير أساسي ومتغير غير أساسي؟

٥- ما هي قواعد السمبلكس لتحديد عمود البؤرة؟ وصف البؤرة؟ والبؤرة؟

٦- ما هي أوجه الاختلاف بين مشاكل التقصية والتدنية عند استخدام طريقة السمبلكس؟

٧- ما هو سبب استخدام أدنى معدل في تحديد صف البؤرة؟ وماذا سيحدث اذا لم تتبع ذلك؟

٨- مشكلة برمجة خطية لها دالة الهدف التالية :

تقصية الربح $\quad$ ٨س$_{١}$ + ٦س$_{٢}$ + ١٢س$_{٣}$ −٢س$_{٤}$

ما هو المتغير الذي يجب أن يدخل في الجدول الثاني للحل؟

وإذا كانت دالة الهدف

تدنية تكلفة $\quad$ ٢,٥س$_{١}$ + ٢,٩س$_{٢}$ + ٤س$_{٣}$ + ٧,٩س$_{٤}$

أي المتغيرات سيكون أفضلها للدخول في جدول الحل التالي.

٩- ماذا سيحدث إذا ظهر متغير وهمي في الحل الأساسي النـــهائى. وما يجب عمله في هذه الحالة؟

١٠- اقترح أحد الباحثين أنه بدلا من اختيار المتغير ذو اكـــبر قيمـــة موجبة حن - رن (في مشكلة التقصية بالبرمجة الخطية) للدخـــول لجدول الحل التالي، يوجد مدخل آخر. واقـــترح أن المتغـــير ذو القيمة الموجبة حن - رن يمكن اختياره إذا لم يكن أكبرها. مـــاذا سيحدث إذا طبقنـــا هـــذه القـــاعدة الجديـــدة في إجـــراءات السمبلكس؟ هل سيمكن الوصول إلى حل أمثل؟

تطبيقات

١- تقوم شركة طه مصطفى ببناء عمارتان سكنيتان وترغب في تحديد عدد الشقق في كل عمارة وفقا لقيود العمالة والمواد. ويقدر ربح كل شقة في العمارة الأولى بمبلغ ٩٠٠ جنيه ولكل شقة بالعمارة الثانية ١٥٠٠ جنيه(الأرقام بالمائة جنيه). وما يلي جزء من جدول الحل المبدئي بطريقة السمبلكس لهذه المشكلة.

ح	شكي	٩٠٠	١٥٠٠	٠	٠	
	الحل	$س_١$	$س_٢$	$ص_١$	$ص_٢$	الكمية
		١٤	٤	١	٠	٣٣٦٠
		١٠	١٢	٠	١	٩٦٠٠
	$ر_ن$					
	$ح_ن - ر_ن$					

أ- أكمل جدول الحل المبدئي.

ب- أعد تشكيل البرنامج كما بدأ (استبعد المتغيرات العاطلة).

جـ- اكتب دالة الهدف الأصلية للمشكلة.

د- ما هو أساس الحل المبدئي؟

هـ- أي المتغيرات يجب أن يدخل للحل في الجدول التالي؟

و- أي المتغيرات يجب أن يترك الحل في الجدول التالي؟

ز- ما هو عدد الوحدات للمتغير الذي سيدخل للحل التالي ويكون أساس للجدول التالي.

٢- أعطيت لك مشكلة البرمجة الخطية التالية :

أوجد أقصى ربح ٠,٨ $س_{١}$ + ٠,٤ $س_{٢}$ + ١,٢ $س_{٣}$ + ٠,١ $س_{٤}$

بحيث : $س_{١}$ + ٢$س_{٢}$ + $س_{٣}$ + ٥$س_{٤}$ ≥ ١٥٠

$س_{٢}$ − ٤$س_{٣}$ + ٨$س_{٤}$ = ٧٠

٦$س_{١}$ + ٧$س_{٢}$ + ٢$س_{٣}$ − $س_{٤}$ ≤ ١٢٠

$س_{١}$ ، $س_{٢}$ ، $س_{٣}$ ، $س_{٤}$ ≤ صفر

أ- حول القيود إلى متساويات بإضافة متغيرات عاطلة، ومتغيرات فائضة، أو متغيرا وهمية. وأضف هذه المتغيرات لدالة الهدف.

ب- صمم جدول الحل المبدئي بطريقة السمبلكس.

٣- حل بيانيا مشكلة البرمجة الخطية التالية ثم صمم الجدول الأول للحل بطريقة السمبلكس وحل المشكلة. حدد نقاط الأركان التي وصلت إليها بطريقة السمبلكس في كل جدول على الرسم البياني.

تقصية الربح ٣$س_{١}$ + ٥$س_{٢}$

بحيث $س_{٢}$ ≥ ٦

٣$س_{١}$ + ٢$س_{٢}$ ≥ ١٨

$س_{١}$ ، $س_{٢}$ ≤ ٠

٤- حول مشكلة البرمجة الخطية التالية إلى الشكل المناسب للحل بطريقة السمبلكس

أوجد أقصى قيمة ٢٠$س_{١}$ + ١٠$س_{٢}$

بحيث $\quad ٥س_{١} + ٤س_{٢} \le ٢٥٠$

$٢س_{١} + ٥س_{٢} \le ١٥٠$

$س_{١} ، س_{٢} \ge ٠$

وحل المشكلة بيانيا قارن نتائج الطريقتين.

٥- حل مشكلة البرمجة الخطية التالية بيانيا ثم بطريقة السمبلكس

أوجد أدنى تكلفة $\quad ٤س_{١} + ٥س_{٢}$

بحيث $\quad س_{١} + ٢س_{٢} \ge ٨٠$

$٣س_{١} + س_{٢} \ge ٧٥$

$س_{١} ، س_{٢} \ge ٠$

ما هي قيمة الحلول الأساسية لكل مرحلة تحسين. وأيهم متغيرات غير أساسية في كل مرحلة تحسين؟

٦- ظهر جدول الحل النهائي لطريقة السمبلكس لمشكلة تقصية بالبرمجة الخطية كما يلي :

$ح_{ن}$	مزيج	٣	٥	٠	٠	-م	
	الحل	$س_{١}$	$س_{٢}$	$ص_{١}$	$ص_{٢}$	$أ_{١}$	الكمية
٥	$س_{١}$	١	١	٢	٠	٠	٦
-م	$أ_{١}$	-١	٠	-٢	-١	١	٢
	$ر_{ن}$	٥+م	٥	١٠+٢م	م	-م	٣٠-٢م
	$ح_{ن}-ر_{ن}$	-٢-م	٠	-١٠-٢م	-م	٠	

اشرح دلالات هذا الجدول.

٧- أعطيت لك المشكلة المالية التالية :

أوجد أقصى عائد على الاستثمار $٢س_١ + ٣س_٢$

بحيث $٦س_١ + ٩س_٢ \leq ١٨$

$٩س_١ + ٣س_٢ \leq ٩$

$س_١ ، س_٢ \geq ٠$

أ- أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس.

ب- ما هي دلائل وجود حل بديل أمثل؟

جـ- أوجد الحل المثل البديل.

د- حل المشكلة بيانيا، واعرض الأركان البديلة للحل الأمثل.

٨- في الجدول الثالث للحل بطريقة السمبلكس لمشـاكل التقصيـة، تم عرض الجدول التالي :

$ح_ن$	مزيج	٥	٦	٠	٠	٠	٠	
	الحل	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	$ص_١$	$ص_٢$	$ص_٣$	الكمية
٥	$س_٣$	٠	١	١	١	٠	٣	٥
٦	$س_١$	١	٣-	٠	٠	٠	١	١٢
٠	$س_٢$	٠	٢	٠	١	١	١-	١٠
	$ز_ن$	٦	١٣-	٥	٥	٠	٢١	٩٧
	$ح_ن - ز_ن$	٠	١٦	٠	٥-	٠	٢١-	

ما هي الشروط الخاصة الواجب توافرها حين محاولة تحسـين الأربـاح والانتقال إلى الجدول التالي؟ استكمل حل المشكلة للوصول للحل الأمثل.

٩- تفكر إحدى شركات الأدوية في إنتاج ثلاثة أدوية جديدة. وصممت دالة الهدف لتدنية تكلفة المكونات وحددت ثلاث قيود على الإنتاج كما يلي :

تدنية التكلفة $٥٠\text{س}_{١} + ١٠\text{س}_{٢} + ٧٥\text{س}_{٣}$

بحيث $\text{س}_{١} - \text{س}_{٢} = ١٠٠٠$

$٢\text{س}_{٢} + ٢\text{س}_{٣} = ٢٠٠٠$

$\text{س}_{١} \le ١٥٠٠$

$\text{س}_{١} ، \text{س}_{٢} \ge ٠$

أ- حول القيود ودالة الهدف إلى الشكل الملائم لاستخدام جداول السمبلكس.

ب- حل المشكلة بطريقة السمبلكس. ما هو الحل الأمثل وما هي تكلفته؟

١٠- تنتج شركة حسن ماهر منتجان وفقا للعقود السابقة تبين ضرورة إنتاج ٣٠ وحدة من المنتج الأول أو الثاني بأي مزيج. ووفقا للاتفاق مع نقابة العمال تحدد أن تعمل الآلات على الأقل ٤٠ ساعة في الأسبوع. يحتاج المنتج الأول إلى ٢ ساعة عمل آلة والمنتج الثاني إلى ساعة عمل آلة. وتكلفة كل وحدة من المنتج الأول ٢٠ جنيه ومن المنتج الثاني ٢٤ جنيه.

أ- صمم البرنامج الخطي لمشكلة تدنية التكلفة لهذه الشركة.

ب- حل البرنامج الخطي باستخدام طريقة السمبلكس.

١١- تحقق كل من مائدة قهوة تنتجها شركة زحلة صافي ربح قـــدره ٩ جنيه، وكل مكتبة كتب تحقق ١٢ جنيه أرباح. وشركة زحلة شـــركة صغـــيرة محدودة الموارد وفي ظل أي دورة إنتاج لمدة أسبوع، يتاح لها ١٠ كيلو ورنيـــش و ٢٠ لوح من الخشب الأحمر. وتحتاج كل مائدة قهوة إلى ١ كيلو ورنيـــــش و لوح من الخشب بينما تحتاج كل مكتبة إلى ١ كيلو ورنيـــــش و٢ لـــوح مـــن الخشب. شكل البرنامج الخطي لمشكلة تشكيلة الحل لشركة زهلـــــة. وحلـــها بطريقة السمبلكس. ما هو عدد الموائد والمكتبات التي يجب إنتاجها اســـبوعيا؟ وما هو أقصى ربح ممكن؟

١٢- تقوم شركة التوريدات الحديثة بتعبئة وتوزيع مستلزمات صناعيـــة. والشحنة النمطية يمكن إرسالها في عبوات من النوع أ. أو النوع ب، او النـــوع جـــ. وتحقق العبوة من النوع أ ٨ جنيه ربح، ومن النوع ب ٦ جنيه ربح، مـــن النوع جـــ ١ جنيه ربح. ويحتاج إعداد كل شحنة إلى مواد تعبئة وتغليـــف وإلى وقت معين في الأعداد. كما يلي :

المواد اللازمة للشحنة النمطية		
نوع العبوة	مواد تعبئة وتغليف	ساعات تعبئة وتغليف
أ	٢	٢
ب	١	٦
جـــ	٣	٤
إجمالي الموارد المتاحة أسبوعيا	١٢٠	٢٤٠ ساعة

وعليك اتخاذ قرار تحديد العدد الأمثل لكل نوع من أنـــواع العبـــوات الواجب إعداده أسبوعيا. وذلك في ظل القيد المذكورة بالمشكلة. على أن تلـتزم بالعمالة الكاملة لعدد ٦ عاملين لمدة ٢٤٠ ساعة أسبوعيا (٦×٤٠ = ٢٤٠)

شكل البرنامج الخطي وحله باستخدام طريقة السمبلكس.

١٣- اشترت شركة فنادق السعادة فندق صغير بمرسى مطروح وترغب في إعادة تصميمه ويتوقع له سوق ممتازة وتحتوي عملية إعادة التصميم علـــى عديد من البدائل. أساسا، يمكن تصميم أربع نماذج من الغرف من غرف الفندق القديم، وهي : غرفة سرير واحد ممتازة، غرفة سرير واحد عادية، جناح ممتـــاز، وشقة مفروشة. وسيحقق كل نوع ربح مختلفة، ويحتاج كل نوع إلى استثمارات مختلفة في السجاد والطلاء والأجهزة وأعمال النجارة. ويفرض قـــرض البنـــك موازنة محددة لهذه العملية. وتظهر بيانات الأرباح وتكاليف إعادة التصميم لكل نوع كما يلي :

	نوع الغرفة				إجمالي
	غرفة ممتا	غر	جناح ممتا	شقتمف	الموازنة
إضافات جلقد					
سجاد	١١٠٠	١٠٠٠	٦٠٠	٥٠٠	٣٥٠٠٠
طلاء	٧٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٣٠٠	٢٨٠٠٠
أجهزة جديدة	٢٠٠٠	١٦٠٠	١٢٠٠	٩٠٠	٤٥٠٠٠
أعمال نجارة	١٠٠٠	٤٠٠	٦٠٠	٢٠٠	١٩٠٠٠
ربح الوحدة	٨٠٠٠	٦٠٠٠	٥٠٠٠	٣٥٠٠	

وتكلفة السجاد للغرفة الممتازة ١١٠٠ جنيه، وللغرفة العادية ١٠٠٠ جنيه، وهكذا. وهناك مبلغ ٣٥٠٠٠ جنيه مخصصة للسجاد في موازنة الفندق.

وتشترط وزارة السياحة ألا يزيد عدد الغرف من الأنواع المختلفة في مجموعها عن ٥٠ غرفة عند إتمام التعديل. وليس أقل من ٢٥ غرفة. وقررت شركة الإنشاءات والديكور أنه على الأقل ٤٠% ولكن لا يزيد عن ٧٠% من الوحدات يجب أن يكون غرف ممتازة وعادية. وليس من الضروري إنفاق كل موازنة بند بالرغم من عدم تأثر الربح بوفورات التكاليف إلا أن قرض البنك يحمل فوائد ولا يمكن نقل المخصص لأحد البنوك إلى بند آخر. أي مثلا سحب مبلغ من موازنة الطلاء لحساب موازنة الأجهزة الجديدة.

أ- شكل البرنامج الخطي لهذه المشكلة لتقصية الربح.

ب- حول دالة الهدف والقيود بإضافة المتغيرات المناسبة العاطلة، الفائضة، والوهمية.

الفصل السادس

نماذج الرقابة على المخزون

INVENTORY CONTROL MODELS

مقدمة

يعتبر المخزون أحد الأصول الهامة والمكلفة لعديد من الشركات وقد يمثل في بعضها أكثر من ٤٠% من إجمالي الاستثمارات. وقد توصل المديرين منذ فترة طويلة إلى أهمية الرقابة الجيدة على المخزون. فمن ناحية يمكن للشركة تخفيض التكاليف بتخفيض مستويات المخزون. ومن ناحية أخرى، لا يرضى العملاء عن تكرار نفاذ المخزون. وبالتالي على الشركات الموازنة بين مستويات المخزون المنخفضة والمرتفعة. وكما هو متوقع، فإن تخفيض التكاليف لأدنى حد هو أهم عامل في الحصول على الرصيد المناسب.

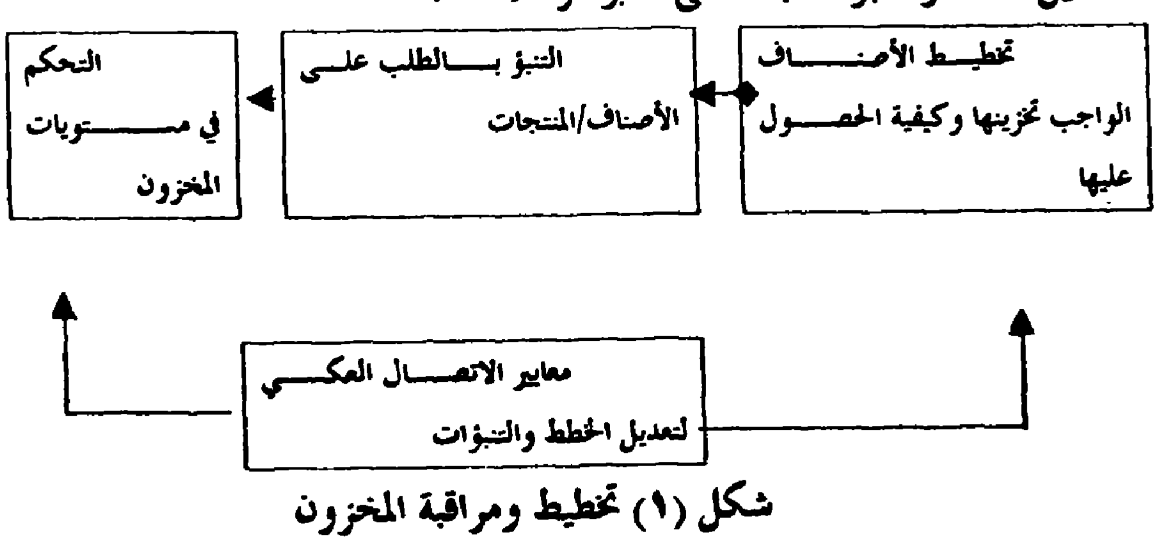
والمخزون هو أي موارد مخزنة تستخدم لتلبية احتياجات جارية او مستقبلية. والمواد الأولية، والإنتاج تحت التشغيل، والإنتاج التام أمثلة لأنواع المخزون. ويشتق مستوى مخزون الإنتاج التام من الطلب مباشرة. فإذا ما حددنا الطلب على السيارات، مثلا، فمن الممكن استخدام هذه المعلومات لتحديد

احتياجاتنا من ألواح الصاج، والطلاء، والإطارات وغيرها من الاحتياجات اللازمة لإنتاج المنتج النهائي.

وبكل المنشآت نوع ما من أنواع رقابة وتخطيط المخزون. فالبنوك لها طرقها في الرقابة على مخزونها من النقود. والمستشفيات لها طرقها لرقابة أكياس الدم وغيرها من المستلزمات الهامة. والمحافظات والمحليات والمدارس وبالطبع الشركات الصناعية والتجارية تهتم جميعها بتخطيط ورقابة المخزون.

ودراسة كيفية مراقبة الشركة للمخزون تعادل دراسة كيفية تحقيقها لأهدافها بتقديم السلع والخدمات لعملائها. فالمخزون هو الخيط الذي يربط كل وظائف وأدوات الشركة ببعضها البعض. ويوضح شكل (١) المكونات الرئيسية لنظام تخطيط ومراقبة المخزون.

وتهتم مرحلة التخزين أساسا بالأصناف التي يجب تخزينها وكيفية طلبها وسواء كانت ستنتج أو ستشترى. والدورة العكسية في شكل (١) تقدم طريقة لتعديل الخطة والتنبؤات بناء على الخبرة والملاحظة.



شكل (١) تخطيط ومراقبة المخزون

وعن طريق تخطيط المخزون، تحدد المنظمة السلع أو الخدمات الواجب إنتاجها. وعند تحديد الإنتاج أو الشراء من شركة أخرى، فإن الخطوة التالية هي التنبؤ بالطلب. ويوجد عديد من الأساليب الرياضية التي يمكن استخدامها للتنبؤ بالطلب على منتج معين. يهتم هذا الفصل بالرقابة على المخزون، أي كيفية المحافظة على مستويات كافية من المخزون بالمنشأة.

أهمية الرقابة على المخزون

تخدم الرقابة على المخزون عديد من الوظائف وتضيف المرونة الكافية لتشغيل المنشاة. وهنالك ستة استخدامات للمخزون :

١. وظيفة ضمان استمرار العمليات decoupling.
٢. تخزين الموارد.
٣. الحماية من التضخم.
٤. عدم انتظام العرض مع الطلب.
٥. خصم الكمية.
٦. تجنب نفاد المخزون أو نقصه.

وظيفة ضمان استمرار العمليات Decoupling

أحد الوظائف الهامة للمخزون هي توفير احتياجات العمليات الإنتاجية داخل المنشاة فإذا لم تحفظ المخزون، فقد يحدث تأخير وعدم كفاءة في العمليات.

فمثلا، إذا كانت إحدى العمليات الصناعية يجب إتمامها قبل أن يبدأ نشاط ثاني، فإنه قد يوقف كل المراحل التالية. وإذا تم التخزين بين المراحل، فإنـــه يعمـــل كاحتياطي **buffer**.

تخزين الموارد

المنتجات الزراعية والأسماك لها مواسم معينة يمكن فيها ضم المحصـول أو صيد السمك، ولكن الطلب على هذه المنتجات ثابت إلى حد ما طوال الســنة. في هذه الحالة وفي الحالات المماثلة، يمكن استخدام المخـــزون لتخزيـــن هـــذه الموارد.

وفي العمليات الصناعية، يمكن تخزين المواد الأولية على حالتـــها أو في شكل إنتاج تحت التشغيل أو إنتاج تام. ولـــذا، إذا كـــانت شـــركتك تنتـــج دراجات، فقد تشتري الإطارات من مصنع آخر. وإذا كان لديك ٤٠٠ دراجة تامة، و ٣٠٠ إطار يكون لديك ١١٠٠ إطار بالمخازن، وهي ٣٠٠ إطار مخزنين كما هم، و ٨٠٠ إطار (٤٠٠×٢) مخزنين في الإنتاج التام. وبنفس المنطـــق فإن الأجور تخزن في المخزون. إذا كان هناك ٥٠٠ عملية تجميع جزئي وتحتـــاج كل عملية إلى ٥٠ ساعة، تكون قد خزنت ٢٥٠٠٠ ساعة عمـــل في مخـــزون الإنتاج تحت التشغيل. وبصفة عامة، فإن أي موارد سواء كـــانت طبيعيـــة أو غيرها، يمكن تخزينها في المخزون.

الحماية من التضخم

ويمكن أن يعمل تخزين موارد المنشأة في المخزون كحماية ضد التضخم. وإذا وضعت مدخراتك النقدية في البنك، فيمكنك الحصول على ١٠% عـائد. ومن ناحية أخرى، بعض المواد يرتفع سعرها بما يزيد عن ١٥% لذلـــك قـــد يكون من المفضل الاستثمار في المخزون لحفظ المدخرات في المخزون. وبـــالطبع، عليك الأخذ في الحسبان تكلفة حيازة المخزون (تأمين، حراســة، تلــف ...) والذي سيتم دراسته لاحقا.

عدم انتظام العرض مع الطلب

عندما يتصف المعروض من المخزن بعدم الانتظام مع الطلب عليه، فـــإن تخزين كمية معينة منه. وإذا كان الطلب على المرطبات يزيد في فصل الصيـــف فيجب على الشركة التأكد من تخزين كمية كافية من العصائر الطازجة في فصـل الشتاء. فسيتم زيادة المخزون من العصائر أثناء الشتاء ولكن ستحتاج إلى هـــذا المخزون في الصيف. ونفس الشيء صحيح لعدم انتظام العرض كما في تخزيـــن الأرز أو القطن في موسم الحصاد لاستخدامه طوال العام.

خصم الكمية

استخدام آخر للمخزون يتمثل في مزايا الحصول على خصم الكميـــة. حيث يقدم عديد من الموردين خصم على الكميات الكبـــيرة. فمثـــلا، شـــنطة

الكتب تباع بسعر ٤٠ جنيه للوحدة ولكن إذا طلبت ٣٠٠ شنطة لأحد المؤتمرات فقد يمكنك الحصول على الشنطة بسعر ٣٣ جنيه. فالشراء بكميات كبيرة يمكن أن يخفض من تكلفة المنتجات. وهنالك بعض النقائص للشراء بكميات كبيرة. فسيكون عليك التحمل بتكلفة أعلى في التخزين، وتكلفة أعلى نتيجة للتالف والفاقد والسرقة، والتأمين وغيرها. علاوة على ذلك، فإن الاستثمار في مخزون إضافي سيحجب عنك من النقود السائلة كان يمكن استثمارها في أي بديل آخر.

تجنب نفاد ونقص المخزون

وظيفة أخرى هامة للمخزون تتمثل في تجنب العجز أو نفاد المخزون. فإذا تكرر نفاد المخزون، فقد يتوجه العملاء لمورد آخر للحصول على احتياجاتهم. وتدهور الشهرة يمكن أن يكون جزاء كبير تتحمله الشركة نتيجة لعدم توفر الأصناف المطلوبة في الوقت المناسب.

قرارات المخزون

بالرغم من وجود ملايين من الأصناف التي تنتج في شركاتنا، هنالك قراران أساسيان يجب اتخاذهما لرقابة المخزون في أي شركة.

١. ما هي الكمية التي ستطلبها؟

٢. متى سيتم طلبها؟

وتهدف كل نماذج المخزون وأساليبه إلى الرشد في تحديد الكمية التي ستطلب وفي توقيت الطلب. فالمخزون يلبي عديد من الوظائف الرئيسية داخل المنشأة. وكلما زاد المخزون كلما تم تلبية هذه الوظائف، ولكن تزداد تكلفة التخزين وتكلفة المحافظة على المخزون. وبالتالي، يجب الوصول إلى توازن في تحديد مستويات المخزون. وتدنية إجمالي تكاليف المخزون هدف رئيسي لرقابة المخزون ومن أهم تكاليف المخزون :

١. تكلفة الأصناف.

٢. تكلفة إصدار أمر توريد.

٣. تكلفة حيازة المخزون.

٤. تكلفة مخزون الأمان.

٥. تكلفة نفاد المخزون.

وتفترض نماذج المخزون التي ستشرح في هذا الفصل أن الطلب والوقت اللازم لاستلام الطلب معروفين وثابتين وأنه لا يوجد خصم كمية. وفي هذه الحالة فإن أهم تكلفة ستكون تكلفة إصدار أوامر الشراء وتكلفة حيازة اصناف المخزون خلال فترة من الزمن أنظر جدول (١)الذي يحتوي على قائمة بأهم العناصر المكونة لهذه التكاليف. ولذلك فالهدف من اتخاذ قرارات المخزون، هو تدنية مجموع تكاليف الحيازة وتكاليف إصدار أمر الشراء. وسندرس في فصل تالي نماذج أكثر صعوبة لقرارات المخزون.

الحجم الاقتصادي للطلبية لتحديد الكمية التي يتم طلبها
Economic Order Quantity (EOQ)

الحجم الاقتصادي للطلبية أحد أقدم النماذج وأكثرها انتشارا كأسلوب لمراقبة المخزون. ويرجع استخدامها إلى عام ١٩١٥ حيث عرضها فورد هاريس. ومازال نموذج الحجم الاقتصادي للطلبية يستخدم في عدد كبير من المنشآت حاليا. وهذا الأسلوب سهل نسبيا في الاستخدام. ولكن يتضمن عديد من الافتراضات وأهمها ما يلي :

١. زمن الانتظار lead time، أي الزمن بين إصدار أمر الشراء وبين استلام الطلب معروف وثابت.

٢. استلام لمخزون يتم فوريا. بمعنى أن المخزون المطلوب يصل جميعه إلى الشركة دفعة واحدة في نقطة معينة من الزمن.

٣. خصم الكمية غير موجود.

٤. التكلفة المتغيرة الوحيدة هي تكلفة إصدار أمر الشراء، وتكلفة حيازة أو تخزين المخزون عن فترة معينة.

٥. إذا صدر الأمر في وقت مناسب، فيتم تجنب نفاد أو نقص المخزون بأكمله.

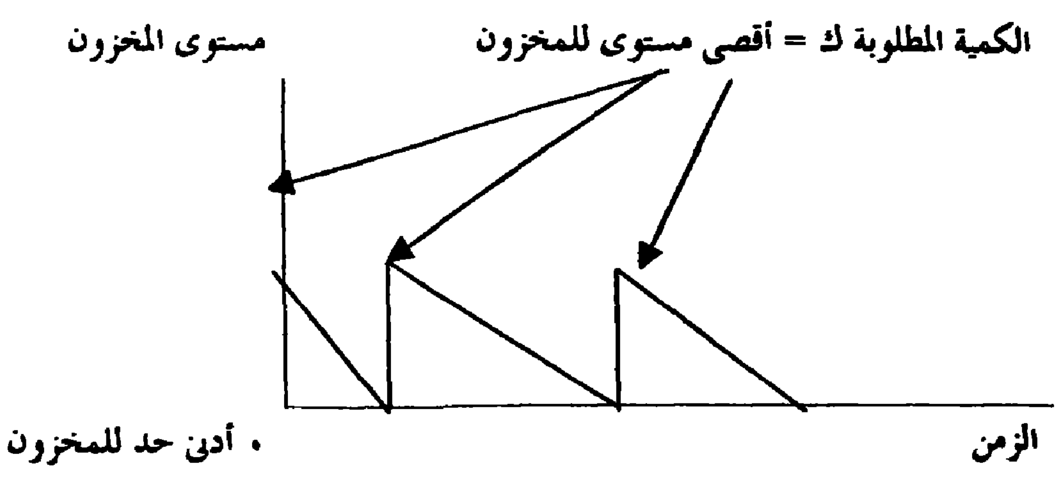
جدول (١) عناصر تكاليف المخزون

عناصر تكاليف إصدار أمر الشراء	عناصر تكاليف حيازة المخزون
١. إعداد وإرسال أمر الشراء.	١. تكلفة رأس المال.
٢. تجهيز واستلام الأصناف الواردة.	٢. الضرائب.
٣. سداد الفواتير.	٣. التأمين.
٤. الاستعلام عن المخزون.	٤. التالف.
٥. فواتير التليفونات، وغيرها المرتبطة بإدارة الشراء.	٥. السرقات.
٦. أجور ومرتبات العاملين بإدارة المشتريات.	٦. التقادم.
٧. المستلزمات مثل النماذج، الورق، وغيرها اللازمة لإدارة المشتريات.	٧. أجور ومرتبات العاملين بالمخازن.
	٨. الكهرباء وغيرها من تكاليف.
	٩. المستلزمات للمخازن مثل النماذج والورق.

وبهذه الافتراضات، يكون استخدام المخزون مشابه لشكل المنشار كما في شكل (٢). حيث ك تمثل الكمية التي تطلب. إذا كانت هذه الكمية ٥٠٠ بدلة، فإن جميعها يصل في نفس الوقت عند إصدار أمر الشراء. وبالتالي يرتفع مستوى المخزن من صفر إلى ك وحدة حين وصول الطلب.

ونظرا لأن الطلب ثابت عبر الزمن، ينخفض المخزون بمعدل ثابت عبر الزمن (أنظر الخط المائل في شكل (٢) ثم يصدر أمر آخر بحيث أنه حينما يصل إلى المستوى صفر، يتم استلام الأمر الجديد ويرتفع رصيد المخزون مرة أخرى

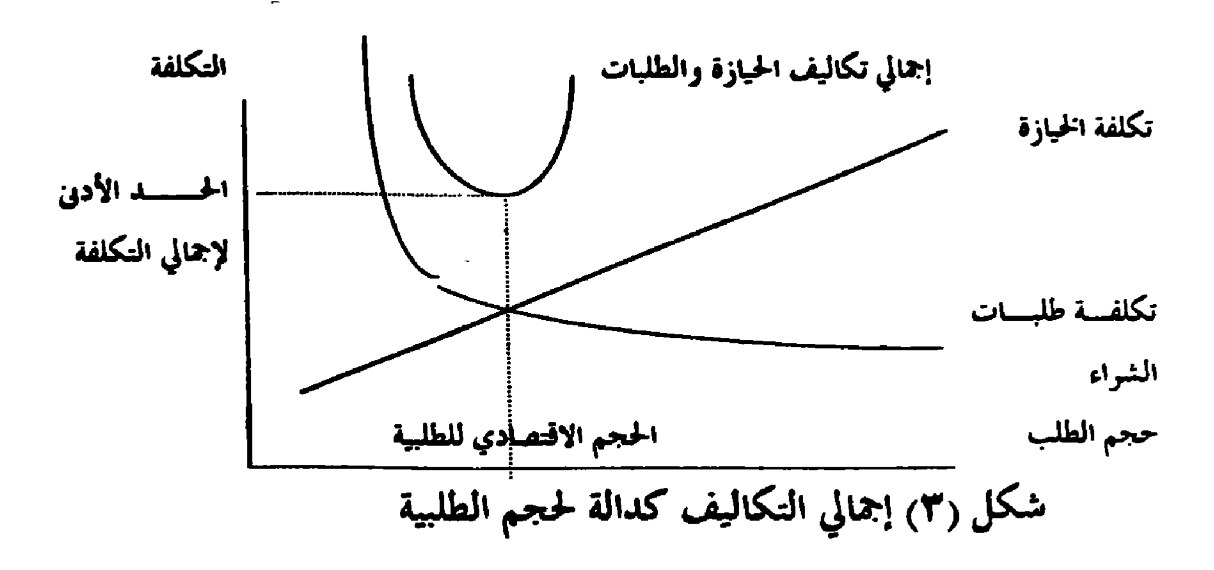
إلى ك وحدة، فمثلا بالخطوط الرأسية. وتستمر هذه العمليات إلى ما لا نهاية عبر الزمن.



شكل (٢) استخدام المخزون عبر الوقت

تكاليف المخزون

تهدف معظم نماذج المخزون إلى تدنية إجمالي التكاليف. وبالافتراضات التي ذكرناها، فإن التكاليف المعنية هي تكاليف الطلب، وتكاليف الحيازة. وكافة التكاليف الأخرى، مثل تكاليف المخزون نفسه تعتبر ثابتة. وبالتالي إذا تم تدنية إجمالي تكاليف إصدار الطلبيات وتكاليف الحيازة، فإننا نصل إلى تدنية إجمالي التكاليف. ولتوضيح ذلك يظهر شكل (٣) منحنى إجمالي التكاليف كدالة لحجم الطلب ك. والحجم الأمثل للطلبية هي الكمية التي تؤدي إلى تدنية إجمالي التكاليف. وبزيادة حجم الطلبية، يقل إجمالي عدد الأوامر الصادرة خلال السنة. ولكن بزيادة حجم الطلبية، تزيد تكاليف حيازة المخزون نظرا لارتفاع متوسط المخزون الذي تحتفظ به المنشأة.



شكل (٣) إجمالي التكاليف كدالة لحجم الطلبية

لاحظ في شكل (٣) أن الحجم الأمثل للطلبية يحدث حيث يتقاطع منحنى تكلفة إصدار أوامر الشراء وتكلفة حيازة المخزون. ولا يحدث هذا بالصدفة، فبدراسة نوع دوال التكاليف التي سندرسها في هذا الفصل، فإن الحجم الأمثل يحدث حيث تتعادل تكاليف إصدار أوامر الشراء مع تكاليف الحيازة. وهي حقيقة هامة يجب تذكرها.

لندرس الآن كيف يمكن تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية وتدنية إجمالي تكاليف الحيازة وتكاليف إصدار أوامر الشراء. من المناسب في تحديد التكلفة السنوية لحيازة المخزون، استخدام متوسط مستوى المخزون المتاح. ثم بضرب متوسط المخزون المتاح في معامل يطلق عليه تكلفة الحيازة Carrying Cost للوحدة في السنة لتحديد التكلفة السنوية للمخزون.

يوضح جدول (٢) كيفية حساب متوسط المخزون.

اليوم	مستوى المخزون		
	في بداية اليوم	في نهاية اليوم	المتوسط
١ إبريل (استلام الطلب)	١٠	٨	٩
٢ إبريل	٨	٦	٧
٣ إبريل	٦	٤	٥
٤ إبريل	٤	٢	٣
٥ إبريل	٢	٠	١

أقصى مستوى ١ إبريل = ١٠ وحدات

إجمالي المتوسط اليومي = ٩+٧+٥+٣+١ = ٢٥

عدد الأيام = ٥

$$\text{متوسط مستوى المخزون} = \frac{٢٥}{٥} = ٥ \text{ وحدات}$$

ومن المهم ملاحظة أن متوسط مستوى المخزون لهذه المشكلة يعادل نصف أقصى مستوى له (ويرجع ذلك إلى ثبات الطلب، فضلا عن حقيقة أن مخزون آخر الفترة كان صفر). وهذا الحد الأقصى يعادل كمية الطلب.

وبالتالي، فإن متوسط المخزون بالوحدات يحسب ببساطة على أنه ½ حجم الطلب.

$$\text{متوسط مستوى المخزون} = \frac{\text{ك}}{٢} \qquad (١)$$

تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية

أوضحنا أن الحجم الاقتصادي للطلبية يقع في النقطة التي نصل فيها إلى الحد الأدنى لإجمالي التكلفة، حيث إن إجمالي التكلفة هو مجموع تكلفة الطلب وتكلفة حيازة المخزون. وأوضحنا بيانيا أن الحجم الأمثل للطلبية هو نقطة تساوي تكلفة إصدار أوامر الشراء مع تكلفة حيازة المخزون. ولإعداد الدوال الخاصة بالوصول للحجم الأمثل للطلبية سنتبع ما يلي :

١. تطوير دالة لتكلفة إصدار أمر الشراء.
٢. تطوير دالة لتكلفة حيازة المخزون.
٣. جعل تكلفة إصدار أوامر الشراء تعادل تكلفة حيازة المخزون.
٤. حل هذه المعادلة للوصول للحجم الأمثل.

باستخدام المتغيرات التالية يمكننا تحديد تكلفة إصدار أمر الشراء وتكلفة حيازة المخزون و ك* الحجم الاقتصادي للطلبية.

ك = عدد الوحدات في الطلبية.

ك* = العدد الأمثل للوحدات في الطلبية .

ط = الطلب السنوي بالوحدات على أصناف المخزون.

$ت_{أ}$ = تكلفة إصدار أمر شراء واحد.

$ت_{ح}$ = تكلفة حيازة المخزن للوحدة في السنة.

وما يلي الإجراءات خطوة بخطوة :

١. تكلفة إصدار أوامر التوريد سنويا

= (عدد الأوامر الصادرة في السنة) × (تكلفة إصدار الأمر)

$$= \frac{\text{الطلب السنوي}}{\text{عدد وحدات كل أمر}} \times \text{(تكلفة إصدار الأمر)}$$

$$= \left(\frac{ط}{ك}\right) \times (ت_{أ}) = \frac{ط}{ك} \times ت_{أ}$$

٢. تكلفة حيازة المخزون سنويا

= (متوسط مستوى المخزون) × (تكلفة حيازة وحـــدة المخـــزون في السنة)

$$= \frac{\text{حجم الطلبية}}{٢} \times \text{(تكلفة حيازة وحدة المخزون في السنة)}$$

$$= \left(\frac{\text{ك}}{\text{٢}}\right) \times \left(\text{ت}_{\text{ح}}\right) = \frac{\text{ك}}{\text{٢}} \times \text{ت}_{\text{ح}}$$

٣. الحجم الأمثل للطلبية هو نقطة تساوي تكلفة إصدار أوامر التوريد مع تكلفة حيازة المخزون حيث :

$$= \frac{\text{ط}}{\text{ك}} \times \text{ت}_{\text{أ}} = \frac{\text{ك}}{\text{٢}} \times \text{ت}_{\text{ح}}$$

٤. حل المعادلة لإيجاد ك

$$\text{ك} = \text{ك}^{*} = \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{أ}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}} \qquad (٢)$$

وبحل معادلة الحجم الاقتصادي للطلبية نصل إلى ك*.

مثال :

تقوم شركة بور توفيق ببيع مضخات الحريق للمصانع المختلفة، وترغب في تخفيض تكلفة المخزون لأدنى حد بتحديد الحجم الأمثل من المضخات لكل امر شراء. ويبلغ الطلب السنوي ١٠٠٠ وحدة، وتكلفة امر الشراء ١٠ جم

للأمر، ومتوسط تكلفة الحيازة للوحدة في السنة ٠,٥ جم. باستخدام هذه الأرقام يمكننا حساب الحجم الأمثل من الوحدات في الأمر.

$$ك^{*} = \sqrt{\frac{٢\ ط\ ت_{أ}}{ت_{ح}}} = \sqrt{\frac{٢\ (١٠٠٠)\ (١٠)}{٠,٥}}$$

$$= \sqrt{٤٠٠٠٠} = ٢٠٠ \text{ وحدة}$$

وقيمة إجمالي التكلفة السنوية للمخزون تعادل مجموع تكاليف إصدار أوامر الشراء وتكاليف حيازة المخزون.

إجمالي التكلفة السنوية = تكلفة إصدار أوامر الشراء + تكلفة حيازة المخزون.

وباستخدام المتغيرات في النموذج فإن معادلة إجمالي تكلفة المخزون ($ت_{م}$)

يمكن صياغتها كما يلي :

$$ت_{م} = \frac{ح}{ك} \times ت_{أ} + \frac{ك}{٢} \times ت_{ح}$$

وتبلغ التكلفة السنوية للمخزون لشركة بورتوفيق :

$$\text{ت}_{\text{م}} = \frac{\text{ح}}{\text{ك}}\ \text{ت}_{\text{أ}} + \frac{\text{ك}}{٢} \times \text{ت}_{\text{ح}}$$

$$= \frac{١٠٠٠}{٢٠٠٠} \times ١٠ + \frac{٢٠٠}{٢} \times ٠,٥$$

= ٥٠ + ٥٠ = ١٠٠ جنيه.

وكما نتوقع فإن تكلفة إصدار أوامر الشراء تعادل تكلفة الحيازة. وقد ترغب في إجراء تفاضل لقيمة ك مثل ١٠٠ أو ٣٠٠ وحدة ستجد أن الحد الأدنى للتكاليف يحدث عند ٢٠٠ وحدة. والحجم الاقتصادي للطلبية ك* هو ٢٠٠ وحدة.

ثمن شراء أصناف المخزون

قد تصاغ إجمالي تكلفة المخزون بحيث تتضمن التكلفة الفعلية للمواد المشتراة. ولكن لاحظ أن تكلفة المشتريات لا تعتمد على سياسة أوامر الشراء المثالية، نظرا لأنه بغض النظر عن عدد مرات إصدار أوامر الشراء في السنة، ستتحمل الشركة بنفس تكلفة الشراء سنويا ط × س حيث س سعر الوحدة، ط الطلب السنوي بالوحدات.

ومن المفيد حساب متوسط مستوى المخزون بالجنيه عند حساب سعر الوحدة. ويتم ذلك كما يلي :

$$\text{متوسط سعر المخزون} = \frac{\text{س ك}}{٢} \qquad (٤)$$

وهذه المعادلة تناظر المعادلة رقم (١).

وغالبا ما تصاغ تكلفة حيازة المخزون في عديد من المنشآت كنسبة مئوية من تكلفة الوحدة أو سعرها. وفي هذه الحالة، يتم إدخال متغير جديد.

بفرض أن ل تمثل الأعباء السنوية لحيازة المخزون كنسبة مئوية من سعر الوحدة أو تكلفتها. فإن تكلفة حفظ وحدة من المخزون في السنة $\text{ت}_{\text{ح}}$ تصاغ كما يلي

$$\text{ت}_{\text{ح}} = \text{س ل}$$

حيث س سعر الوحدة أو تكلفتها.

يمكن صياغة ك^* كما يلي :

$$\text{ك}^* = \sqrt{\frac{\text{٢ح ت}_{\text{ء}}}{\text{س ل}}}$$

نقطة إعادة الطلب لتحديد متى يتم الشراء

Reorder Point ROP

حددنا كمية ما يجب شراؤه، ونبحث عن إجابة للسؤال الثاني وهو متى يتم طلبها؛ يفترض في معظم النماذج البسيطة للمخزون أن وصول الطلبية يتم فورا. أي يفترض انتظار المنشأة إلى أن يصل مستوى مخزونها لصنف معين إلى الصفر، فتصدر أمر شراء، وتستلم الأصناف بالمخزن مباشرة.

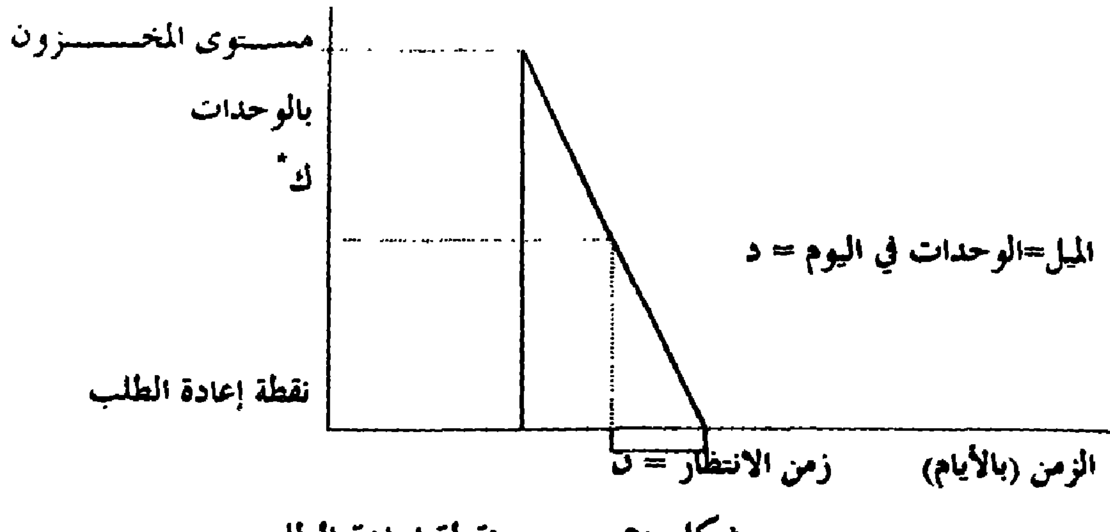
وكما نعلم، فإن الزمن بين إصدار أمر الشراء واستلام الأصناف يطلق عليه زمن الانتظار أو زمن التسليم، وعادة ما يكون عدة أيام أو حتى عدة أسابيع. وبالتالي قرار متى يتم الشراء عادة ما يتم صياغته على أنه نقطة إعادة الطلب أي مستوى المخزون الذي يتم إصدار أمر شراء عنده.

ونصل إلى نقطة إعادة الطلب كما يلي :

نقطة إعادة الطلب = (الطلب في اليوم) × (زمن الانتظار بالأيام)

= د × ن (٦)

ويعرض شكل (٤) نقطة إعادة الطلب بيانيا. ويمثل ميل المنحنى الاستخدام اليومي للمخزون. ويحدد الوحدات المطلوبة في اليوم د، وزمن الانتظار ن هو الزمن المنقضي حتى استلام الأصناف المطلوبة. لذلك إذ أصدر طلب عند وصول المخزون إلى مستوى إعادة الطلب فإن المخزون الجديد سيصل في نفس الوقت الذي يصل فيه مستوى المخزون إلى الصفر. للنظر إلى المثال التالي :



شكل (٥) منحنى نقطة إعادة الطلب

يبلغ طلب المركز الدولي على شرائح الحاسب ٨٠٠٠ شريحة سنويا. والطلب اليومي عليها ٤ وحدة. وفي المتوسط، فإن تسليم طلب يستغرق ثلاثة أيام عمل. فإن نقطة إعادة الطلب على الشرائح تحسب كما يلي :

نقطة إعادة الطلب = د × ن = ٤ وحدة يوميا × ٣ أيام
= ١٢٠ وحدة.

ونظرا لأنه عند انخفاض مخزون الشرائح إلى ١٢٠ وحدة، يتم إصدار أمر توريد ويصل الطلب بعد ثلاثة أيام، حيث يصل في نهايتها مستوى المخزون إلى الصفر. ويجب ملاحظة أن هذه الحسابات تفترض أن كل الافتراضات السابق ذكرها صحيحة. وعند عدم معرفة الطلب بتأكد تام، فإن هذه الحسابات يجب تعديلها.

نظام الرقابة على المخزون للفترة الثابتة

Fixed Period Inventory Control System

شرحنا اشتقاق واستخدام نموذج الحجم الاقتصادي للطلبية. وتحدد هذه الكمية كمية ما يجب طلبه. ونظرا لأن هذا المدخل يؤدي إلى رقم ثابت لكمية الطلب، يطلق عليه نظام أوامر الشراء الثابت.

ويوجد مدخل آخر بتحديد رقم ثابت يجيب على سؤال متى يتم الطلب. وهو ما يطلق عليه نظام الرقابة على المخزون للفترة لثابتة. وبالرغم من وجود عديد من الكميات التي يمكن حسابها بهذا النوع من النظام إلا أن أكثرها استخداما وحسابا هو العدد الأمثل للطلبات في السنة ى* ، والعدد الأمثل للأيام بين الطلبات ن* . ويطلق على العدد الأمثل للأيام بين الطلبات العدد الأمثل لأيام التوريد للطلب. وكما سنرى فإن هذه الكميات ستؤدي إلى حل مطابق لمشاكل الرقابة على المخزون. فهي تنظر إلى نفس المشكلة من وجهة نظر مختلفة. سنبدأ بدراسة العدد الأمثل من الطلبات في السنة ى*.

تحديد العدد الأمثل للطلبات في السنة ى*

ى* توضح لنا عدد المرات التي يجب إصدار طلبات شراء فيها. إذا كان الطلب السنوي ١٠٠ وحدة والحجم الاقتصادي للطلبية ٥٠ وحدة في الطلب، فيجب إصدار أمران للتوريد كل منهما ٥٠ وحدة لتلبية احتياجات الطلب على ١٠٠ وحدة. وتظهر هذه العلاقة في الدالة التالية :

$$ى^* = \frac{ط}{ك^*}$$

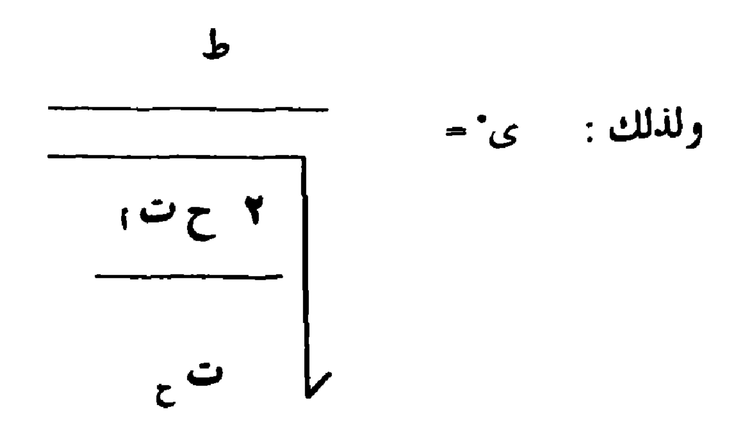
في المثال السابق حددنا الحجم الاقتصادي للطلبية وقدره ٢٠٠ وحـدة حيث الطلب السنوي ١٠٠٠ وحدة. فيكون العدد الأمثل من طلبات الشـراء في السنة ى* كما يلي :

$$ى^* = \frac{١٠٠٠}{٢٠٠} = ٥ \text{ وحدات في السنة}$$

ولاستخدام هذه المعادلة من الضروري تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية ك* أولا. وإذا لم ترغب في حساب الحجم الاقتصادي للطلبية فـهناك طريقـة للوصول للرقم الأمثل لعدد للطلبات في السنة. كما يلي :

$$ى^* = \frac{ط}{ك^*}$$

ونعلم أن : $ك^* = \sqrt{\frac{٢ \ ح \ ت_{أ}}{ت_{ح}}}$



وبإعادة ترتيب صياغة المعادلة : $ى^* = \sqrt{\frac{ط\, ت_ح}{٢ت_م}}$ (٨)

وباستخدام المعادلة رقم (٨) يمكننا حل المشكلة لتحديد ى* مباشـــرة لندرس مدى صحة المعادلة (٨) في المثال السابق كان الطلب الســـنوي ١٠٠٠ وحدة وتكلفة الطلبية $ت_م$ ١٠ جنيه وتكلفة الحيازة $ت_ح$ ٠,٥ جنيه. وبتعويض هذه الأرقام في دالة (٨).

$$ى^* = \sqrt{\frac{ط\, ت_ح}{٢ت_م}} = \sqrt{\frac{١٠٠٠ \times ٠,٥}{٢\times ١٠}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٠٠}{٢٠}} = \frac{٢٠}{\sqrt{٢٥}} =$$ ٥ أوامر شراء في السنة

تحديد العدد الأمثل للأيام بين الطلبات ن *

مدخل آخر هو تحديد عدد الأيام بين الطلبات ن * وهو يحدد لنا عدد الأيام التي يمكن أن تعملها دون خوف من نقص المخزون. في المثال السابق، العدد الأمثل للطلبات في السنة كان ٥ طلبات. ما هو عدد الأيام بين أي أمرين؟ بمعنى آخر، ما هو عدد أيام لتوريد كل طلب؟ بفرض أن عدد الأيام ٣٦٥ في السنة، ويتم إصدار ٥ طلبات في السنة، فكل طلب سيستمر ٧٣ يوم.

٧٣ يوم = ٣٦٥ في السنة ÷ ٥ طلبات في السنة.

وإذا استخدمت عدد أيام العمل الفعلية في السنة ولتكن ٢٠٠ يوم فيجب إحلال ٢٠٠ يوم محل ٣٦٥ يوم.

وتظهر العلاقة في المعادلة (٩) :

$$ن^{*} = \frac{٣٦٥}{ى^{*}}$$

ونعلم أن : $ي^* = \sqrt{\dfrac{ط\ ت_ح}{٢\ ت_إ}}$

ومن الممكن الحل للوصول مباشرة إلى ن * حينما لا نرغب في تحديد ن * مباشرة حينما لا نرغب في تحديد ى * أولا. ويتم ذلك كما يلي :

$$ن^* = \frac{٣٦٥}{ى^*}$$

فإن : $ن^* = \dfrac{٣٦٥}{\sqrt{\dfrac{ط\ ت_ح}{٢\ ت_إ}}}$

وبإعادة صياغة المعادلة فإن :ن $^* = \sqrt{\dfrac{٢٦٦,٤٥٠\ ت_إ}{ط\ ت_ح}}$

وباستخدام البيانات الخاصة بالمثال السابق يمكننا الحل لإيجاد ن * مباشرة بدون معرفة ى * أولا. فبطلب سنوي ١٠٠٠ وحدة، وتكلفة حيازة ٠,٥ جنيه، وتكلفة أمر الشراء ١٠ جنيه نجد أن :

$$\text{ن}^* = \sqrt{\frac{\text{٢٦٦,٤٥٠ ت}_{\text{ا}}}{\text{ط ت}_{\text{ح}}}} = \sqrt{\frac{\text{١٠} \times \text{٢٢٦,٤٥٠}}{\text{٥} \times \text{١٠٠٠}}}$$

$$\text{ن}^* = \sqrt{\frac{\text{٢٦٦٤٥}}{\text{٥٠٠}}} \qquad \text{ن}^* = \sqrt{\text{٥٣٢٩}} = \text{٧٣ يوم.}$$

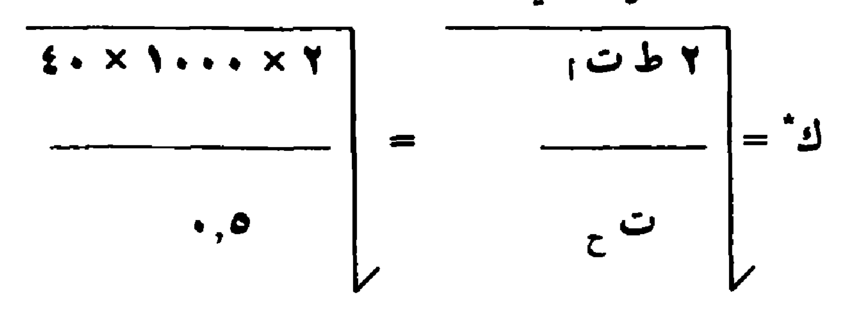
بحثنا في هذا الفصل نظام الفترة الثابتة للمخزون. وإذا ما حددت متى ستصدر أمر التوريد يمكنك طلب ما يكفي لتلبية الطلب اللازم حتى الأمر التالي. وهو عادة ك*. وللشركة محل المثال السابق ستكون ٢٠٠ وحدة. وبالإضافة لذلك، أوضحنا طريقة مبسطة لتحديد ى* بمعلومية ك*، وأوضحنا كيفية تحديد هذه الكميات مباشرة من الطلب السنوي، وتكاليف أوامر الشراء، وتكلفة حيازة المخزون. وتم اشتقاق هذه المعادلات باستخدام العمليات الجبرية. ويمكن تطويرها بجعل تكاليف أوامر الشراء تعادل تكاليف الحيازة أو بتحديد دالة إجمالي التكلفة واستخدام الجبر لحلها **Calcus**. وهذه المداخل يتم التوسع فيها في التطبيقات الواردة بنهاية الفصل.

تحليل الحساسية

طورنا في الأمثلة السابقة معادلات يمكن استخدامها للوصول مباشرة إلى ك*، ن*. ونفترض فيها أن كل قيم المدخلات معلومة بدرجة مؤكدة. ماذا سيحدث إذا تغير أحد قيم المدخلات. مثل، ارتفاع تكلفة إصدار أمر التوريد بمبلغ ٥ جنيه.

والإجابة هي أنه إذا ما تغيرت أي من القيم المستخدمة في أحد المعادلات، فإن القيمة المثلى ستتغير أيضا. وأحد مداخل تحليل الحساسية هو إعادة حساب الكمية المثلى عند تغير أحد المدخلات.

كيف يتأثر حجم الطلبية إذا ما أصبحت تكلفة أمر الشراء في المثال السابق ٤٠ جنيه بدلا من ١٠ جنيهات؟ وبفرض أن الطلب السنوي على المضخات مازال كما هو أي ط = ١٠٠٠ وحدة وأن تكلفة حيازة المخزون ٠,٥ جنيه للوحدة في السنة.



$$ك^* = \sqrt{\frac{٢\ ط\ ت_أ}{ت_ح}} = \sqrt{\frac{٢ \times ١٠٠٠ \times ٤٠}{٠,٥}}$$

$$= \sqrt{١٦٠٠٠٠} = ٤٠٠ \text{ وحدة}$$

وبالتالي، عند زيادة تكلفة إصدار الطلبات بمضاعفتها ٤ مرات، تضاعف الحجم الاقتصادي للطلبية من ٢٠٠ إلى ٤٠٠ وحدة.

ولتحديد مدى حساسية الحل الأمثل للتغـــير في أحـــد المتغـــيرات في المعادلة، من الضروري إعادة الحساب بالكامل للحجم الاقتصادي للطلبيـــة ك*.
ويمكن تحديد أثر التغير في الكمية المثلى بفحص المعادلـــة الأساســـية للحجـــم الاقتصادي للطلبية.

لنرجع إلى المعادلة الخاصة بالعدد الأمثل للوحدات التي تطلب والـــتي اشتقت مسبقا، ما هو أثر التغيرات التالية على قيمة ك* ؟

١. زيادة تكاليف أمر الشراء بمضاعفتها ٤ مرات.
٢. زيادة تكاليف حيازة المخزون بمضاعفتها ٤ مرات.
٣. انخفاض إجمالي عدد الوحدات المباعة سنويا (الطلب السنوي) بمعامل قدره ٩.

معادلة الحجم الاقتصادي للطلبية .

$$ك^* = \sqrt{\frac{2\ ط\ ت_أ}{ت_ح}}$$

ويمكن استخدام الاختصارات التالية بمعامل ٢ حينما تزيد تكلفة الطلبية بمعامل ٤ . ولمعرفة ذلك، استبدل $ت_أ$ في المعادلة التالية بتكلفة أوامر شراء ٤ مرات من هذا الرقم إلى ٣ $ت_أ$

$$ك^* = \sqrt{\frac{2\ ط\ 4ت_أ}{ت_ح}}$$

وبإخراج العدد ٤ من تحت الجذر بالعدد ٢ نجد $ك^* = 2 \sqrt{\frac{2\ ط\ ت_أ}{ت_ح}}$

٣. الحجم الأمثل سينخفض بمعامل قدره ١/ ٢ حينما تزيد تكلفة الحيازة بمعامل ٤ مرات.

$$\text{ك}^{*} = \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{ء}}}{\text{٤ ت}_{\text{ح}}}}$$

$$\text{ك}^{*} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{ء}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} \text{ الحجم الاقتصادي الأمثل السابق.}$$

٤. الحجم الاقتصادي سينخفض بمعامل قــــدره ١/٣ (يصبــح ١/٣ الحجم السابق) حينما ينخفض الطلب بمعامل قدره ٩ أي :

$$\text{ك}^{*} = \sqrt{\frac{\text{٢}\left(\frac{\text{١}}{\text{٩}}\right)\text{ط ت}_{\text{ء}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}}$$

$$\text{ك}^{*} = \frac{\text{١}}{\text{٣}} \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{ء}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}} = \frac{\text{١}}{\text{٣}} \text{ الحجم الاقتصادي الأمثل السابق تحديده.}$$

نلاحظ في كل ما سبق، أن الحجم الأمثل ك* يتغير بـــالجذر الـــتربيعي للتغير في المتغير المستخدم في المعادلة.

ملخص

قدمنا في هذا الفصل أسس نظرية رقابة المخزون. وأوضحنا أن السؤالان الهامان هما:

١. ما هي الكمية التي يتم طلبها؟
٢. متى يتم طلبها؟

ودرسنا نموذج الحجم الاقتصادي للطلبية، والذي يحدد الكمية التي يتم طلبها، ونقطة إعادة الطلب والتي تحدد متى يتم طلبها. وبالإضافة لذلك درسنا نظام رقابة المخزون في الفترة الثابتة. واستخدمنا هذا التحليل عند رغبتنا في تحديد ما سيحدث في العمليات الحسابية إذا ما تغير متغير أو أكثر في الدالة.

ولنموذج المخزون المستخدم في هذا الفصل افتراضات هي :

١. الطلب وزمن الانتظار معلومان وثابتان.
٢. الوصول الفوري لطلبات المخزون.
٣. لا يوجد خصم للكمية.
٤. لا يوجد نقص أو نفاد للمخزون.
٥. التكاليف المتغيرة الوحيدة هي تكاليف أمر الشراء، وتكاليف حيازة المخزون.

وإذا كانت هذه الفروض صحيحة، فإن نموذج المخـــزون والأســـاليب المشروحة في هذا الفصل تقدم الحل الأمثل. من ناحية أخرى، إذا كانت هـــذه الفروض غير سائدة، فإن التحليل المشروح في هذا الفصل قد يصـــل بـــك إلى نتائج وقرارات خطأ.

في الفصل التالي سنقوم بـــــتيسير **relax** واســـتبعاد بعـــض هـــذه الافتراضات. وبالرغم من أن نماذج المخزون في الفصل التالي أكثر تعقيدا بدرجة بسيطة، فإنها تفضل عند عدم سريان الافتراضات الواردة في هذا الفصل.

المعادلات الأساسية :

$$\text{متوسط حجم المخزون} = \frac{\text{ك}}{\text{٢}} \qquad (\text{١})$$

$$\text{الحجم الاقتصادي للطلبية} = \text{ك}^{*} = \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{أ}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}} \qquad (\text{٢})$$

إجمالي تكلفة المخزون :

$$\text{ت م} = \frac{\text{ط}}{\text{ك}}\,\text{ت}_{\text{أ}} + \frac{\text{ط}}{\text{٢}}\,\text{ت}_{\text{ح}} \qquad (\text{٣})$$

$$\text{متوسط قيمة المخزون} = \frac{\text{س ك}}{٢} \qquad (٤)$$

$$\text{ك}^* = \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{أ}}}{\text{ل س}}} \qquad (٥)$$

الحجم الاقتصادي باستخدام تكلفة الحيازة ل كنسبة مئوية من السعر س.

$$\text{نقطة إعادة الطلب} = \text{د} \times \text{و} \qquad (٦)$$

حيث د تمثل الطلب اليومي، و تمثل زمن الانتظار بالأيام.

$$\text{الحجم الأمثل لعدد الطلبات في السنة : ى}^* = \frac{\text{ط}}{\text{ك}^*} \qquad (٧)$$

$$\text{العدد الأمثل للأوامر في السنة : ى}^* = \sqrt{\frac{\text{ط ت}_{\text{ح}}}{\text{٢ ت}_{\text{أ}}}} \qquad (٨)$$

$$\text{العدد الأمثل للأيام بين الطلبات : } ن^{*} = \frac{٣٦٥}{ى^{*}} \qquad (٩)$$

$$\text{العدد الأمثل للأيام بين الطلبات : } ن^{*} = \sqrt{\frac{٢٦٦٤٥٠\ ت_{ز}}{ت_{ح}}} \qquad (١٠)$$

تطبيقات محلوله

١. تنتج شركة السويس للإليكترونيات شرائح حاسبات للشـركة التي تستخدمها في صناعة الثلاجات وغيرها من الأجهزة المترلية. وتطلـب شركة السويس مكونات التصنيع من عدد من الموردين. وأحـد هـذه المكونات تورد في مجموعات من ١٥٠ وحدة. وقـد قـدرت أن الطلب السنوي على هذا المكون ٢٥٠ وحدة. علاوة على ذلك، تكلفـة حيـازة المخزون ١ جم للوحدة في السنة. وسياسة التوريد كي تكون مثالية حدد ما يجب أن تكون عليه تكلفة إصدار أمر الشراء.

الحل :

يمكن تلخيص بيانات هذه المشكلة في :

الكمية المثلى ك* = ١٥٠ وحدة.

الطلبية ط = ٢٥٠ وحدة.

تكلفة الحيازة ت ؛ = ١ جنيه.

وبفرض أن الطلب السنوي ٢٥٠ وحدة، وتكلفة الحيـازة ١ جنيـه وكمية الطلب ١٥٠ وحدة، يجب أن تحدد الشركة تكلفة إصدار أوامر الشـراء حتى تصبح الكمية الاقتصادية للطلبية ١٥٠ وحدة. وللإجابة على ذلك يجـب حل المعادلة التقليدية للحجم الاقتصادي للطلبية لإيجاد تكلفـة إصـدار أمـر

التوريد. وكما في العمليات الحسابية التالية، فإن تكلفة إصدار أمر الشــراء ٤٥ جنيه تكون ضرورية ليصبح الحجم الاقتصادي ١٥٠ وحدة.

$$\text{ك}^{*} = \sqrt{\frac{\text{٢ ط ت}_{\text{أ}}}{\text{ت}_{\text{ح}}}} \qquad (\text{٢})$$

$$\text{ت}_{\text{أ}} = \text{ك}^{\text{٢}} \left(\frac{\text{ت}_{\text{ح}}}{\text{٢ ط}}\right)$$

$$= \frac{\text{١٥٠}^{\text{٢}} \times \text{١}}{\text{٢} \times \text{٢٥٠}} = \frac{\text{٢٢٥٠٠}}{\text{٥٠٠}} = \text{٤٥ جنيه.}$$

٢. الطلب السنوي على أحد مكبرات الصوت لنظــام الاســترو ٤٠٠٠٠ وحدة. وتقدر الشركة أن تكلفة إصدار أمر التوريد ١٥ جنيــه لكل طلبية. فضلا عن أن تكلفة الحيازة تقدر بمبلغ ٣ جنيـــه للوحــدة في السنة. وتحتاج الطلبية إلى ٣٠ يوم بين إصدار أمر التوريد وبـــين اســتلام البضائع. وخلال هذه الفترة، فإن الطلب اليومي ٢٥٠ وحدة. ما هو العدد الأمثل للأيام بين الطلبات؟

الحل :

البيانات الخاصة بالمشكلة السابقة :

الطلب السنوي ط = ٤٠٠٠٠ وحدة.

ت. إصدار أمر التوريد $ت_{ز}$ = ١٥ جنيه.

ت. الحيازة = ٣ جنيه.

زمن الانتظار = ٣٠ يوم.

الطلب اليومي = ٢٥٠ وحدة.

لتحديد العدد الأمثل للأيام بين الطلبات، سنحدد الحجم الاقتصادي للطلبية ك*، ونحدد عدد الطلبات في السنة ى* . وكما تلاحظ من العمليات الحسابية التالية أن العدد الأمثل من الأيام بين الطلبات ٦ أيام تقريبا.

$$ك^{*} = \sqrt{\frac{٢\ ط\ ت_{ز}}{ت_{ح}}} = \sqrt{\frac{٢ \times ٤٠٠٠٠ \times ١٥}{٣}} = ٦٣٣$$

$$ى^{*} = \frac{ط}{ك^{*}} = \frac{٤٠٠٠٠}{٦٣٢} = ٦٣,٣$$

$$\text{ى}^{*} = \frac{\text{٣٦٥}}{\text{ى}^{*}} = \frac{\text{٣٦٥}}{\text{٦٣,٣}} = \text{٥,٧٧}$$ يوم.

أسئلة

١. لماذا يعتبر المخزون هاما بالنسبة للمديرين؟

٢. ما هو هدف الرقابة على المخزون؟

٣. في ظل أي ظروف يمكن استخدام المخزون للحماية ضد التضخم؟

٤. لماذا لا تحتفظ الشركات بكميات كبيرة من المخزون لتجنب مخاطر النقص أو النفاد؟

٥. اشرح أهم القرارات التي يجب اتخاذها في الرقابة على المخزون.

٦. أذكر بعض الطرق التي تستخدم في تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية؟

٧. اشرح أهم تكاليف المخزون التي تستخدم في تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية.

٨. أذكر بعض الافتراضات المستخدمة في تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية؟

٩. ما هي نقطة إعادة الطلب؟ وكيف يتم تحديدها؟

١٠. اشرح مفاهيم الكميات المثالية في نظام الرقابة على المخزون في فترة ثابتة.

١١. ما هو الهدف من تحليل الحساسية؟

تطبيقات

١. أكتب دالة تحديد العدد الأمثل للأوامر في السنة. استخدم الرموز السابق استخدامها في هذا الفصل مع ضرورة اتباع الخطوات التالية:

١. حدد تكلفة الحيازة السنوية.

٢. حدد تكلفة أوامر الشراء سنويا.

جـ. اجعل التكلفة السنوية لإصدار أوامر الشراء تساوي التكلفة السنوية لحيازة المخزون.

د. حل المعادلة للوصول إلى العدد الأمثل من أوامر الشراء سنويا.

٢. حدد صالح عبد العزيز الطلب السنوي من المسامير رقم ٦ بعدد، ١٠٠٠٠٠ مسمار حيث يعمل مدير للمشتريات في محل للمعدات والتركيبات وقد قدر أن تكلفة أمر الشراء ١٠ جم في كل مرة. وتتضمن هذه التكاليف. مرتبة، تكلفة النماذج، وما شابه. وقدر كذلك أن تكلفة حيازة المسمار في السنة تعادل ٠,٠٠٥ جنيه. ما هو عدد المسامير الواجب شراؤها في كل مرة؟

٣. يستغرق وصول واستلام المسامير بعد إصدار أمر التوريد ٨ أيام عمل (مرتبطة بالمشكلة رقم ٢) والطلب على المسامير رقم ٦ في المتوسط ثابت إلى حد كبير. وقد تبين لصالح أن المبيعات اليومية لهذا النوع

من المسامير تبلغ ٥٠٠ مسمار ونظرا لأن الطلب ثابت إلى حد كبير. يـرى صالح أنه يمكن تجنب نفاد المخزون بالكامل إذا ما تم طلـب المسـامير في الوقت المناسب. ما هي نقطة إعادة الطلب؟

٤. يرى صاحب المشروع صالح يصدر عديد من أوامر التوريـد وأنه من المفضل إصدار أمران فقط طوال العام. وإذا ما اتبع صـالح هـذا الأسلوب ما هي التكلفة المضافة التي ستتحملها الشركة سنويا عن سياسـة أوامر التوريد التي ظهرت في التطبيق رقم (٢)؟ وإذا أصدر أمران فقط كـل سنة، ما تأثير ذلك على نقطة إعادة الطلب؟

٥. يعمل عادل مدير مشتريات لشركة النصر التي تنتج مصـابيح كهربية وأنظمة تحكم في التيار. وأحد المصابيح الواسعة الانتشار هي موديـل المشكاة ويبلغ الطلب عليها ٤٠٠٠ وحدة سنويا. وتكلفة كل مصباح ٩٠ جنيه، وتكلفة المحافظة على المخزون ١٠% من تكلفة كل مصباح. وقـد قام عادل بدراسة التكاليف المرتبطة بإصدار أمر التوريـد، ووصـل إلى أن متوسط تكلفة أمر الشراء ٢٥ جنيه للأمر. ويستغرق الأمر أسبوعين حـتى يصل إلى المخازن، وخلال هذه الفترة يبلغ الطلب على المكشاة ٨٠ وحـدة أسبوعيا.

أ. ما هو الحجم الاقتصادي للطلبية؟

ب. ما هي نقطة إعادة الطلب؟

جـ. ما هو إجمالي تكلفة المخزون سنويا؟ (تكلفة الحيازة + تكلفـة أوامر الشراء).

د. ما هو العدد الأمثل للطلبات في السنة؟

هـ. ما هو العدد الأمثل للأيام بين أي طلبات؟

٦. يعمل حسن الصغير في تجارة الأخشاب. وخلال سنوات خبرته، فإنه يعلم أن تكاليف إصدار أمر الشراء لخشب الأبلاكاج ٢٥ جنيه وأن تكلفة الحيازة ٢٥% من تكلفة الوحدة. ويشتري الخشب في ربطات تكلفة كل ربطة ١٠٠ جنيه. ويطلب ٤٠٠٠ ربطة. ما هو الحجم الاقتصادي لشراء ربطات خشب الأبلاكاج؟

٧. يمتلك سمير عبد العزيز محل للأحذية ويبلغ الطلب السنوي لأحد الصنادل الرياضية ٥٠٠ صندل. اعتاد على شراء ١٠٠ حذاء في المرة. وقد قدر تكاليف أمر الشراء ١٠ جنيه للأمر. وأن تكلفة الصندل ٥ جنيه. وحتى تكون سياسة سمير في الشراء صحيحة، ما هي تكلفة الحيازة كنسبة مئوية من تكلفة الوحدة؟ وإذا كانت تكلفة الحيازة ١٠% من التكلفة، ما هو الحجم الاقتصادي للطلبية.

٨. في التطبيق رقم (٢) ساعدت في تحديد الحجم الاقتصادي لطلبية المسامير مقاس ٦. وقد قدرت أن تكلفة إصدار أمر الشراء ١٠ جنيه للأمر. فإذا، اعتقدت أن هذه التقديرات كانت منخفضة للغاية. بالرغم من عدم معرفتها بدقة ما هي تكلفة أمر الشراء؟ إذا اعتقدت أنها سترتفع إلى ٤٠ جنيه للأمر؟ ما هو التغير الذي سيحدث على الحجم الاقتصادي للطلبية إذا كان تكلفة أمر الشراء ٢٠ جنيه، ٣٠ جنيه، ٤٠ جنيه؟

٩. كان الطلب السنوي على أدراج الحفظ ٥٠٠٠٠ وحدة، وقد قدر أن تكلفة إصدار أمر التوريد ١٠ جم للطلب. وتكلفة حيازة المخزون ٤ جـم للوحدة في السنة. ويستغرق الطلب ٢٥ يوم بين إصداره وبين استلام الأدراج. وخلال هذه المدة، يقدر الطلب اليومي بعدد ٢٥٠ وحدة.

(أ) ما هو الحجم الاقتصادي للطلبية؟

(ب) ما هي نقطة إعادة الطلب؟

(جـ) ما هو العدد الأمثل للطلبات في السنة؟

(د) ما هو العدد الأمثل للأيام بين الطلبات؟

(هـ) ما هو العدد المثل للطلبات في الشهر؟

(و) ما هو العدد الأمثل للأسابيع بين الطلبات؟

١٠. طلب من نبيل علام المساعدة في تحديد أفضل سياسة لتحديد الحجم الاقتصادي للطلبية لمنتج جديد. ويتوقع أن يكون الطلب على المنتج الجديد ١٠٠٠ وحدة سنويا ولتحديد تكاليف إصدار أمر الشراء وتكاليف حيازة المخزون تم جمع البيانات التالية الخاصة بالتكاليف وذلك لعدد ١٠٠٠٠ وحدة وكان يتم طلبها في ١٠٠ مرة خلال السنة السابقة. والمطلوب تحديد الحجم الاقتصادي للطلبية.

عنصر التكلفة	القيمة	عنصر التكلفة	القيمة
الضرائب	٢٠٠٠	الاستعلام عن المخزون	٤٥٠
التجهيز والفحص	١٥٠٠	توريدات المخزن	٢٨٠
تطوير المنتج الجديد	٢٥٠٠	بحوث وتطوير	٢٧٥٠
سداد الفواتير	٥٠٠	أجور إدارة المشتريات	٣٠٠٠
مهمات أوامر التلبو	٥٠	أجور المخزن	٢٨٠٠
تأمين على المخزون	٦٠٠	سرقات من المخزن	٨٠٠
الإعلان عن المنتجات	٨٠٠	توريدات أمر الشراء	٥٠٠
التالف	٧٥٠	تقادم المخزون	٣٠٠
إرسال أوامر الشراء	١٠٠		

١١. حسن السماك مورد لاحتياجات مراكب الصيد. ويبيع سنويا ٥٠٠٠ موتور بحري. وتشحن هذه المواتير في حاويات سعتها ١٠٠ قدم مربع ويملؤها حسن بالمواتير بالكامل. ويمكن للمخزن احتواء ٥٠٠٠ قدم مربع من التوريدات البحرية. ويقدر حسن أن تكاليف إصدار الطلبية تبلغ ١٠ جنيه للطلبية، وأن تكلفة الحيازة تقدر بمبلغ ١٠ جنيه للموتورفي السنة. ويدرس حسن التوسع في مخزن المواتير. إلى أي مدى يمكن أن يتوسع حسن؟ وما هو العائد على الشركة من التوسع؟

تقوم شركة أسوان ببيع أجهزة منزلية، وتستخدم مبنى لتخزينها. مساحات المخزن ٢٥٠ قدم عرض في ٤٠ قدم عمق في ٨ قدم ارتفاع، وقد

قدر أن ٦٠% من مساحة المخزن يمكن استخدامها. والباقي ٤٠% يستخدم في الممرات ومكتب له. وكل مكنسة كهدية تأتي في صندوق صمم ٥ قدم × ٤ قدم × ٢ قدم ارتفاع. ويبلغ الطلب السنوي ١٢٠٠٠ وحدة، وتبلغ تكلفة اصدار أمر التوريد ٣٠ جنيه للأمر. ويقدر أن تكلفة الحيازة تبلغ ٢ جنيه للوحدة في السنة. وتفكر الشركة في زيادة حجم مخزونها. ويمكنها ذلك بزيادة عمق المخزن. وفي الوقت الحالي نجد عمق المخزن ٤٠ قدم، ما هو عدد الأقدام الواجب زيادتها في عمق المخزن لتدنية تكاليف التخزين السنوية؟ وكم يمكن للشركة سداده في هذه التكاليف الإضافية؟ تذكر أن ٦٠% فقط من الحجم يمكن استخدامه في التخزين

دراسة حالات

تنتج شركة القاهرة للصوتيات أجهزة استريو اسطوانات مدمجة. ويتم تصنيع جميع مكونات النظام بالإسكندرية عدا الموتور الذي يشتري من شركة المحاريث والهندسة. ويصدر بشري يونس أمر شراء المواتير كل أربعة أسابيع. وتبلغ الاحتياجات السنوية للشركة ٥٠٠٠ وحدة (٢٠ وحدة كل يوم عمل) وتكلفة الوحدة ٦٠ جنيه، لا تشتري الشركة كميات كبيرة نظرا لأن شركة المحاريث لا تعطي خصم كمية. ونادرا ما يحدث عجز في المواتير نظرا لأن شركة المحاريث تقوم بتسليم الطلبية خلال أسبوع من استلام أمر التوريد. (إجمالي الأيام بين تاريخ إصدار الأمر وتاريخ الاستلام عشرة أيام).

ويرتبط بالشراء تكلفة كل أمر تبلغ ٢٠ جنيه، تتضمن تكلفة إعداد الطلب، الفحص، وتخزين البضائع المستلمة، تحديث سجلات المخازن، وإعداد الفواتير وشيك السداد علاوة على تكاليف الإصدار تتحمل الشركة تكاليف حيازة المخزون بمبلغ ٦ جنيه للوحدة في الشنة، وتتضمن التأمين، والتخزين، والتداول، والضرائب، وغيرها.

وستدخل الشركة في أول يناير في برنامج لتخفيض التكاليف نجدها الوفر في تكاليف توريد المخزون.

أسئلة للمناقشة

١. احسب الحجم الاقتصادي لطلبية لشراء.

٢. حدد نقطة إعادة الطلب المثلى (بالوحدات).

٣. احسب الوفر في التكاليف الذي ستحققه الشركة باتخاذ القــرار الأمثل في الشراء.

٤. هل يمكن اعتبار علاقة تكاليف المخزون علاقة خطيـــة بعــدد الأوامر؟

الفصل السابع

مشاكل النقل والتخصيص

Transportation and Assignment Problem

مقدمة :

سندرس في هذا الفصل نموذجان خاصان من نماذج البرمجة الخطية. وهما نموذجي النقل والتخصيص ويمكن حلهما بإجراءات أكثر كفاءة من طريقة السمبلكس.

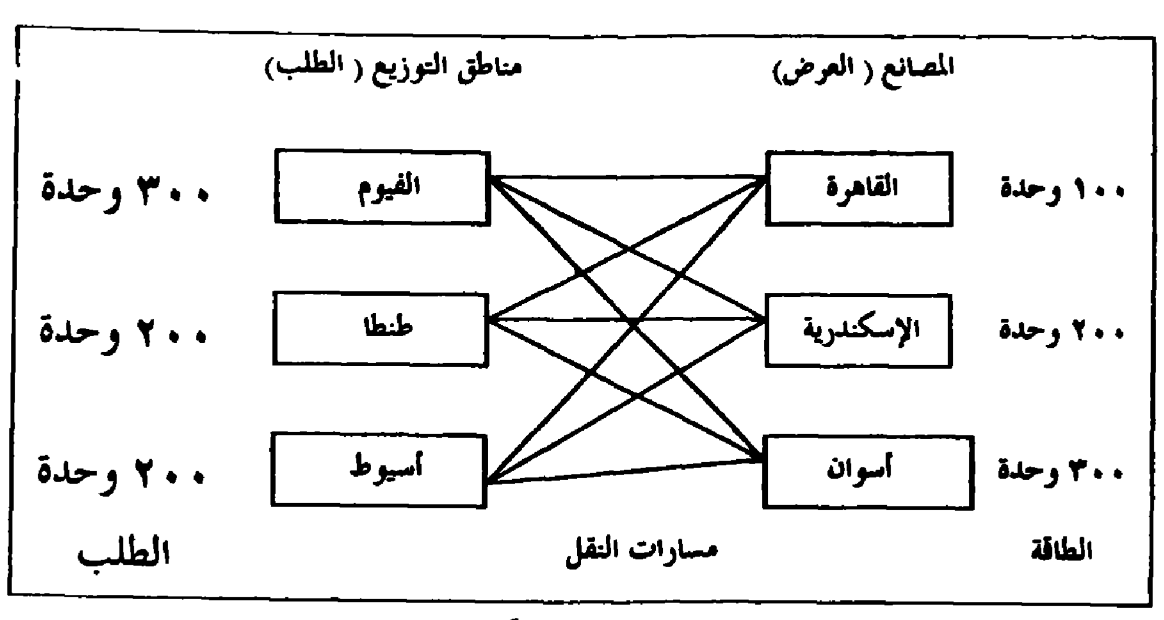
ويقع كل من نموذجي النقل والتخصيص ضمن مجموعة من أساليب البرمجة الخطية يطلق عليها تحليل الشبكات. وسيتم شرح الشبكات في فصل قادم. وهي مشاكل تتكون من نقاط Nodes وأسهم (خطوط) توصل النقط بعضها البعض. ومن أمثلتها خطوط السكك الحديدية، نظم التليفونات ، نظام شبكات المياه والصرف حيث يخضع كل منها لمضمون الشبكات Networks.

نموذج النقل Transportation Model

يهتم هذا النموذج بنقل السلع من مناطق عرض (موارد) إلى عدد من نقاط الطلب عليها (الوجهة).

وغالبا ما توجد طاقة قصوى للمعروض من البضاعة في كل مصدر، وطلب معين على البضاعة في كل وجهة.

ويظهر مثال لذلك في الشكل التالي. والهدف من هذه المشكلة هو جدولة شحن السلع من مصادر إنتاجها إلى جهات الطلب عليها بحيث يتم تخفيض تكاليف الشحن والإنتاج لأدنى تكلفة ممكنة.



مثال على مشكلة النقل.

ويمكن استخدام نموذج المواصلات عند اتخاذ الشركة لقرار تحديد موقع التسهيلات الجديدة. فقبل افتتاح مصنع جديد أو مخزن جملة أو منفذ بيع، يكون من المفضل دراسة عدد من المواقع البديلة. ويحاول متخذ القرار المالي في تحديد موقع التسهيلات الجديدة تدنيه إجمالي تكاليف النقل والإنتاج للشركة ككل.

نموذج التخصيص والتعيين Assignment Model

تتعلق مشكلة التخصيص بشق من مشاكل البرمجة الخطية يرتبط بتحديد أمثل تخصيص للأفراد على المشروعات، مثلا رجال البيع على مناطق التوزيع، العقود على أصحاب العطاءات، أوامر الإنتاج على الآلات، طاقم المراجعين على مهام المراجعة وهكذا.

وغالبا ما يكون الهدف هو تخفيض إجمالي التكاليف أو تخفيض إجمالي الوقت المستغرق في أداء المهام المطلوبة. وأحد الخصائص الهامة لمشكلة التخصيص هو ضرورة تخصيص أمر واحد أو عامل واحد على آلة أو مشروع، أي لا يمكن تخصيص نصف أمر أو ربع عامل.

العمليات الرياضية الخاصة

Special Purpose Algorithms

بالرغم من إمكان استخدام البرمجة الخطية لحل هذا النوع من المشاكل، إلا أنه توجد عمليات رياضية خاصة لتطبيقات النقل والتخصيص. وكما في نموذج السمبلكس، نجدها ترتبط بإيجاد حل مبدئي ممكن ثم إجراء تحسينات عليه خطوة بخطوة إلى أن نصل إلى الحل الأمثل. وعلى عكس طريقة السمبلكس فإن طرق النقل والتخصيص أسهل بكثير في عملياتها الحسابية.

وطريقة التحسين Stream Lined المستمدة من السمبلكس هامة لثلاثة أسباب هي :

١- الزمن المستغرق في العمليات الحسابية أسرع ١٠٠ مرة عن رياضيات السمبلكس.
٢- تحتاج إلى ذاكرة حاسب أقل وبالتالي يمكن حل مشاكل أكبر وأكثر تعقيدا.
٣- تنتج حلول عددية صحيحة، وهي هامة نظرا لأنه من الصعب شحن نصف سيارة من مصنع إلى توكيل بيع سيارات. أو ثلثي رجل فضاء إلى أحد سفن الفضاء.

سندرس طبيعة مشاكل النقل وعديد من مشاكل الحل. فنبدأ بقاعدة الركن الشمالي الشرقي، ثم طريقة الحجر المتنقل، ثم طريقة التوزيع المعدل، ثم طريقة فوجل التقريبية. كما سنتناول المشاكل التي يمكن أن تظهر في الحل، مثل حالة عدم تساوي الطلب مع العرض، أو حالة الحلول اللانهائية degeneration. ثم كيفية استخدام الحاسب في حل مشاكل النقل.

وفي النصف الثاني من الفصل سندرس أسلوب جديد لحل مشاكل التخصيص والذي يطلق عليه الطريقة الهنجارية، أو طريقة فلود، أو طريقة المصفوفة المخفضة، كما سندرس كيفية استخدام البرامج الجاهزة لحل مشاكل التخصيص.

تشكيل مشكلة النقل

Setting up a Transportation Problem

سندرس مشكلة شركة الأثاثات المعدنية والتي تنتج مكاتب في ثلاثة مصانع، طنطا، الزقازيق، أسيوط، وتقوم بتوزيعها عن طريق تجار جملة بالإسكندرية، القاهرة، أسوان. كما في الخريطة التالية.

ويظهر في جدول (٢) تقديرات بإنتاج المصانع الثلاثة والطلب على المكاتب المعدنية بمناطق التوزيع.

وقد وجدت الشركة أن تكلفة إنتاج المكتب متساوية في المصانع الثلاثة وبالتالي فإن التكلفة الوحيدة المرتبطة هي تكلفة النقل من كل مصنع إلى كل منفذ. وتظهر هذه التكاليف في جدول (١) ويفترض ثباتها بغض النظر عن الكمية المنقولة. ويمكن توضيح مشكلة النقل بأنها تحاول اختيار خطوط السير الممكن استخدامها وعدد المكاتب التي ستنقل في كل خط سير بحيث نحقق أدنى تكلفة نقل ممكنة. ويجب أن يتم ذلك بالأخذ في الحسبان القيود المختلفة على الحل مثل طاقة المصانع والطلب بمنافذ التوزيع.

جدول (١) تكلفة نقل المكتب.

من / إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و
طنطا أ	٥	٤	٣
الزقازيق ب	٨	٤	٣
أسيوط جـ	٩	٧	٥

وأول خطوة في الحل هي تصميم جدول للنقل، يهدف إلى تلخيص كـــل البيانات المرتبطة وتتبع الحل الرياضي. كما في جدول (٢).

من / إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥	٤	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨	٤	٣	٣٠٠
أسيوط جـ	٩	٧	٥	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

القيد على طاقة الإنتاج

تكلفة نقل الوحدة من أسيوط إلى القاهرة

إجمالي الطلب وإجمالي العرض

خلية تمثل مصدر ومنفذ

سنجد في جدول (٢) أن إجمالي المعروض من المصانع يعادل إجمالي الطلب بمنافذ التوزيع. وإذا ما حدث هذا الموقف (تماثل الطلب مع العرض وهو أمـــر نادر الحدوث في الحياة العملية) نطلق علـــى هـــذه المشـــكلة أنهـــا متوازنـــة **Balanced Problem**. وسندرس فيما بعد كيفية معالجـــة المشـــاكل غـــير المتوازنة. حيث قد يزيد أو يقل الطلب عن طاقة العرض.

تكوين حل مبدئي : قاعدة الركن الشمالي الشرقي
North East Corner Rule

وعند الحل باللغة الإنجليزية الشمالي الغربي North - West.

إذا ما تم وضع البيانات في شكل جدول، نعد حل مبدئي ممكن للمشكلة.
وأحد الحلول المبدئية يتم باستخدام قاعدة الركن الشمالي الشرقي، وفيها نبدأ في أعلى الركن الأيمن من الجدول ونخصص الوحدات المنتجة إلى منفذ التوزيع كما يلي :

١- استنفاد العرض (طاقة المصنع) بكل صف قبل الانتقال للصف الأسفل التالي.

٢- استنفاد الطلب (احتياجات منفذ التوزيع) لكل عمود قبل الانتقال إلى اليسار للعمود الثاني.

٣- التأكد من أن كل من الطلب والعرض قد تم تلبيته أي أن الإجماليات يجب أن تكون صحيحة دائما.

سنستخدم قاعدة الركن الشمالي الشرقي لإيجاد الحل المبدئي الممكن لمشكلة النقل بشركة الأثاثات المعدنية.

نحتاج إلى خمس خطوات لإتمام الحل المبدئي :

١- نبدأ بأول خلية بأعلى يمين الجدول. ونخصص ١٠٠ وحدة من طنطا إلى الإسكندرية مما يؤدي إلى نفاد طاقة مصنع طنطا. ولكن ما زال منفذ إسكندرية بحاجة إلى ٢٠٠ مكتب إضافي. ننتقل إلى أسفل للصف الثاني بنفس العمود.

٢- نخصص ٢٠٠ وحدة من الزقازيق إلى الإسكندرية مما يستوفي طلب الإسكندرية الإجمالي وهو ٣٠٠ وحدة. ولكن بمصنع الزقازيق ١٠٠ وحدة لم تستخدم، ننتقل إلى اليسار للعمود التالي.

٣- نخصص ١٠٠ وحدة من الزقازيق إلى القاهرة مما يؤدي إلى نفاد طاقة مصنع الزقازيق، ولكن ما زال منفذ القاهرة بحاجة إلى ١٠٠ وحدة. في هذه الحالة ننتقل للصف الثالث.

٤- نخصص ١٠٠ وحدة من مصنع أسيوط إلى القاهرة، مما يلبي كافة احتياجات القاهرة وهي ٢٠٠ وحدة. ويظل بأسيوط عدد ٢٠٠ وحدة جاهزة للنقل.

٥- نخصص ٢٠٠ وحدة من أسيوط إلى أسوان. مما يؤدي إلى نفاد طاقة أسيوط وتلبية احتياجات أسوان. وهذا ما يحدث في المشاكل المتوازنة ونكون قد استكملنا جدول الحل المبدئي كما في جدول (٣).

من / إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨ ٢٠٠	٤ ١٠٠	٣	٣٠٠
أسيوط جـ	٩	٧ ١٠٠	٥ ٢٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

جدول (٣) الحل المبدئي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي

ويمكننا حساب تكلفة النقل في ظل هذا الحل المبدئي كما يلي :

المسار من	المسار إلى	الوحدات × المنقولة	تكلفة نقل الوحدة	إجمالي التكلفة
طنطا	إسكندرية	١٠٠	٥	٥٠٠
الزقازيق	إسكندرية	٢٠٠	٨	١٦٠٠
الزقازيق	القاهرة	١٠٠	٤	٤٠٠
أسيوط	القاهرة	١٠٠	٧	٧٠٠
أسيوط	أسوان	٢٠٠	٥	١٠٠٠
إجمالي تكلفة النقل				٤٢٠٠

وهذا الحل ممكن نظرا لتلبيته لكافة قيود العرض والطلب. وهو سريع في الحل وسهل. ومع ذلك، فليس من المتوقع أن يكون الحل الأمثل، نظرا لأن هذه الطريقة تجاهلت التكاليف تماما عند تحديد خطوط سير التوزيع.

طريقة الحجر المتنقل للوصول إلى أدنى تكلفة ممكنة

Stepping-Stone Method to Find Least-Cost Solution

طريقة الحجر المتنقل (الدوار) هي أسلوب تحسين مرحلي للانتقال من جدول الحل المبدئي إلى جدول حل أمثل ممكن. ولإمكان تطبيق طريقة الحجر المتنقل على مشكلة النقل يجب التحقق من قاعدة أن عدد الخلايا المشغولة يجب أن يساوي دائما مجموع الأعمدة + مجموع الصفوف ناقصا واحد.

في جدول الحل المبدئي كانت الخلايا المستغلة ٥ خلايا.

ومسارات الحل = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١

= ٣ + ٣ - ١ = ٥

وإذا ما قل عدد الخلايا المستغلة عن ذلك يطلق على المشكلة أنها تحللت degenerated وسنتناول كيفية حلها فيما بعد.

اختبار النموذج لإمكان إجراء تحسن إضافي

طريقة الحجر المتنقل هي طريقة لتقييم إمكانية تخفيض تكاليف نقل البضائع باستخدام خطوط سير تختلف عن الخطوط الموجودة بالحل الحالي. ويتم اختبار كل خلية أو مسار بالإجابة على سؤال " ماذا يحدث لإجمالي تكلفة النقل إذا ما تم نقل وحدة من المنتج (مكتب مثلا) في أحد المسارات غير المستغلة حاليا؟.

ويتم اختبار الخلايا غير المستغلة باستخدام الخمس خطوات التالية :

١- اختار خلية غير مستغلة لتقييم جدوى استغلالها.

٢- ابدأ بهذه الخلية وتتبع مسار لشغلها من أحد الخلايا بصفها، ثم تتبع مسار عكسي لها من صف أو صفوف أخرى. تذكر أن التحرك يكون أفقي أو رأسي.

٣- ابدأ بعلامة الزائد + للخلية غير المستغلة، وضع علامة الناقص - للخلية المستغلة التي ستسحب منها وضع علامات الزائد والناقص بكل ركن خلية بالمسار المغلق الذي اخترته.

٤- احسب دليل التحسن بإضافة تكلفة نقل الوحدة والموجود في كل خلية بها علامة زائد، وطرح تكلفة نقل الوحدة في كل خلية تحتوي على علامة الناقص.

٥- كرر الخطوات من ١ إلى ٤ إلى أن تنتهي من إعداد جدول التحسن الممكن لكل الخلايا غير المستغلة. إذا كانت كل الخلايا المحسوبة أكبر من أو تساوي الصفر، نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل. وبخلاف ذلك يكون هناك إمكانية لإجراء تحسن في الحل الحالي وتخفيض إجمالي تكاليف النقل.

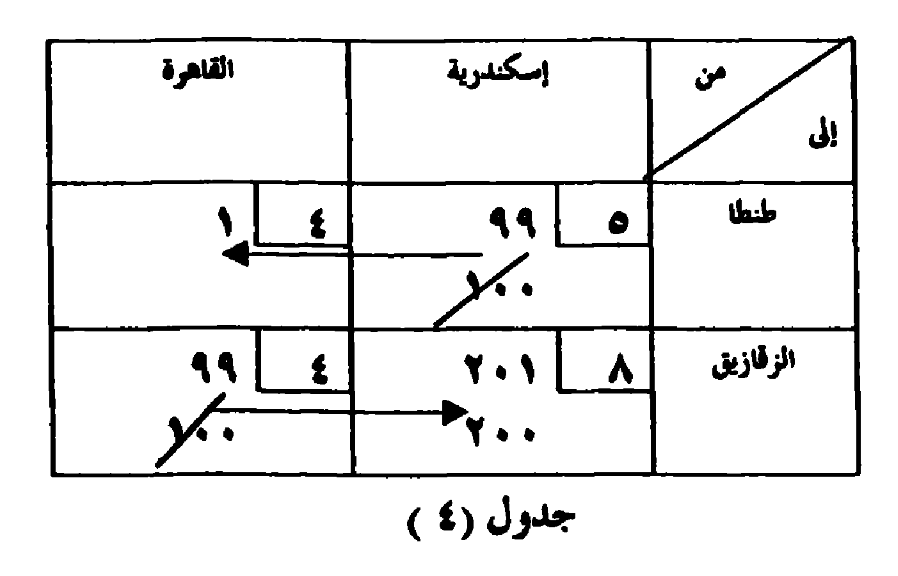
ولمعرفة كيفية عمل طريقة الحجر الدوار. سنطبق هذه الخطوات على بيانات شركة الأثاثات المعدنية الموجودة بجدول (٣) لتقييم مسارات النقل للخلايا غير المستغلة. والأربع مسارات غير المستغلة هي طنطا إلى القاهرة، طنطا إلى أسوان، الزقازيق إلى أسوان، أسيوط إلى الإسكندرية .

الخطوتان ١،٢. سنبدأ بالمسار طنطا إلى القاهرة، ونتتبع مسار عكسي يؤدي إلى إغلاق هذا المسار باستخدام الخلايا المستغلة فقط (حجرية) شكل (٤) ثم نضع علامات + ، – بأركان المسار. ولتوضيح المقصود بمسار مغلق closed path نجد أن الخلايا التي يمكن استغلالها في المسار العكسي هي من الخلايا المشغولة أو المستغلة حاليا. ونظرا لأن مسار طنطا إلى القاهرة وأسيوط إلى الإسكندرية لن يكون مقبولا نظرا لأن خلية أسيوط/الإسكندرية بالمسار العكسي فارغة. وسنجد أن هناك مسار وحيد مغلق لكل خلية تختبرها.

الخطوة الثالثة : هي تحديد أي الخلايا تأخذ علامة الزائد وأيها تأخذ علامة الناقص؟ الإجابة بسيطة نظرا لأننا نختبر فعالية تكاليف الشحن من طنطا إلى القاهرة ونفترض أننا ننقل وحدة واحدة (مكتب) من طنطا إلى القاهرة. وهي وحدة إضافية أكثر مما كنا نرسله إلى القاهرة، لذلك نضع علامة الزائد في مربع طنطا/القاهرة. ولكن إذا أرسلنا وحدة إضافية من طنطا إلى القاهرة سننتهي بإرسال ١٠١ مكتب إلى القاهرة والطاقة القصوى لهذا المصنع ١٠٠ مكتب، لذلك يجب شحن مكتب أقل من الزقازيق إلى القاهرة ويتم التغيير لتجنب التعدي على قيد طاقة المصنع.

جدول (٤) تقييم مسار طنطا إلى القاهرة :

من / إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥ − ١٠٠	٤ + ←	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨ + ٢٠٠ →	٤ − ١٠٠	٣	٣٠٠
أسيوط جـ	٩	٧ ١٠٠	٥ ٢٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠



من / إلى	إسكندرية	القاهرة
طنطا	٥ — ٩٩ (١٠٠ مشطوبة)	٤ — ١
الزقازيق	٨ — ٢٠١ (٢٠٠ مشطوبة)	٤ — ٩٩ (١٠٠ مشطوبة)

جدول (٤)

تقييم المسار =١ × ٤ – ١ × ٥ + ١ × ٨ – ١ × ٤ = ٣ جنيه.

ولتوضيح التخفيض في المشحون من طنطا إلى الإسكندرية لتجنب التعدي على قيد طاقة المصنع نضع علامة السالب في المربع الخاص بوحدات طنطا/الإسكندرية حيث أن الطاقة الإجمالية ١٠٠ وحدة. وإذا ما خفض الشحن من الزقازيق/القاهرة إلى ٩٩ وحدة فإن الشحن من الزقازيق إلى الإسكندرية يجب أن يزيد بواحد، ليصل إلى ٢٠١ مكتب. لذلك نضع علامة + في مربع الزقازيق/الإسكندرية للدلالة على الزيادة. أخيرا، نلاحظ أنه إذا كان مسار الزقازيق إلى الإسكندرية به ٢٠١ مكتب، فللمحافظة على قيد طاقة المصنع ٣٠٠ وحدة. لذلك نضع علامة – في خلية الزقازيق/القاهرة. وسنلاحظ في جدول (٤) أن الأربع مسارات في المسار المغلق متوازنة فيما يتعلق بقيود الطلب والعرض.

الخطوة ٤ : يتم حساب دليل التحسن للمسار بإضافة تكاليف نقل الوحدة للخلايا المعلمة بعلامة + وطرح تكاليف نقل الوحدة بالخلايا المعلمة بعلامة – . ولذلك

دليل طنطا إلى القاهرة = +٤ –٥ + ٨ –٤ = ٣

وهذا يعني أن كل مكتب يشحن على هذا مسار طنطا/القاهرة سيؤدي إلى زيادة تكاليف النقل بمقدار ٣ جنيه عن إجمالي تكلفة النقل حاليا.

من / إلى	إسكندرية	القاهرة	أسوان	طاقة المصنع
طنطا	– ◄---------	+		
الزقازيق	+ ---------►	–		
أسيوط		+ ————	———— –	
احتياجات المنفذ				

الخطوة ٥ : لفحص المسار غير المستغل من طنطا إلى أسوان. وهو أصعب قليلا في التتبع في مسار مغلق. لاحظ أن المسار العكسي نستخدم فيه الخلايا المستغلة فقط. ويمكن أن يمر المسار من الإسكندرية إلى أسوان، ولكن لا يمكن أن يدور في مسار عكسي مباشرة بخلايا غير مستغلة. وحيث أننا يجب أن نستخدم مسار مستغل سابقا، فإن المسار الوحيد سيكون +طنطا/أسوان – طنطا/إسكندرية + أسيوط/القاهرة – أسيوط/أسوان + الزقازيق/إسكندرية – الزقازيق/القاهرة.

وسيكون دليل التحسن = +٣ –٥ +٧ –٥ +٨ –٤ = ٤ جنيه

وبالتالي فإن استغلال هذا المسار سيؤدي إلى زيادة إجمالي تكلفة النقل الحالية بمقدار ٤ جنيه لكل مكتب.

ويمكن تقييم المساران الآخران للخلايا الفارغة كما يلي :

دليل الزقازيق/أسوان = ٣ - ٤ + ٧ - ٥ = ١ جنيه.
(ومساره +الزقازيق/أسوان -الزقازيق/القاهرة +أسيوط/القاهرة - أسيوط/أسوان)

ودليل تحسن أسيوط/إسكندرية = ٩ - ٧ + ٤ - ٨ = -٢ جنيه.
(ومساره +أسيوط/إسكندرية - أسيوط/القاهرة +الزقازيق/القاهرة - الزقازيق/إسكندرية).

ونظرا لأن المسار الأخير يؤدي إلى دليل سالب، فهناك وفر في التكاليف يمكن تحقيقه بنقل أكبر عدد ممكن من الوحدات على هذا المسار.

الوصول لأفضل حل ممكن

يمثل كل دليل سالب محسوب وفقا لطريقة الحجر المتنقل المبلغ الذي يمكن تخفيض إجمالي تكاليف النقل به إذا ما تم نقل وحدة من المنتج على هذا المسار. ووجدنا دليل سالب واحد في مشكلة شركة الأثاثات وهو -٢ جنيه للمسار من أسيوط إلى الإسكندرية. وإذا كان هناك أكثر من دليل سالب للتحسن فإن الاستراتيجية المتبعة هي اختيار المسار ذو أعلى دليل سالب.

والخطوة التالية هي نقل أكبر عدد ممكن من الوحدات (المكاتب في مثالنا) في المسار الجديد (من أسيوط إلى الإسكندرية) والسؤال هنا ما هو أقصى عـــدد من الوحدات التي يمكن شحنها على هذا المسار الذي يوفر في التكاليف؟. يمكـن معرفة هذه الكمية بالنظر إلى المسار المغلق لعلامات الزائد وعلامــات النـــاقص المرسومة لهذا المسار واختيار أقل عدد من الوحدات التي بها علامة الناقص.

وللوصول إلى الحل الجديد يضاف هذا العدد إلى كل الخلايا الـــتي بهـــا علامة الزائد ويطرح من الرقم الموجود في كل الخلايا التي بها علامة الناقص.

لنرى كيف تؤدي هذه العملية إلى تحسين تكلفة النقل لشركة الأثاثـــات. نكرر جدول النقل جدول (٦) لهذه المشكلة. ولاحظ أن المسار تم رسمه وفقـــا لطريقة الحجر المتنقل من أسيوط إلى الإسكندرية.

وأقصى كمية يمكن شحنها في المسار المقترح هي أقل كمية موجـــودة في الخلايا المعلمة بعلامة الناقص، وفي هذه الحالة ١٠٠ وحدة. لماذا ١٠٠ وحـــدة فقط؟ . نظرا لأن إجمالي التكاليف ستنخفض بمقدار ٢ جم للوحدة. فإن جـدول (٦) يوضح أن كل وحدة ستنقل على مسار من الزقازيق إلى القاهرة ستؤدي إلى زيادة وحدة من الزقازيق إلى القاهرة وتخفيض وحدة من أسيوط إلى القـــاهرة. وإذا شحنا الكميات المتاحة من أسيوط إلى الإسكندرية (١٠٠ وحدة) ومـــن الزقازيق إلى القاهرة (٢٠٠ وحدة). ونظرا لأن أقصى كمية يمكن شحنها مـن أسيوط إلى الإسكندرية ١٠٠ وحدة فإن هذا سيؤدي إلى عدم إمكـــان شـحن أكثر من ١٠٠ وحدة بهذا المسار.

إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨ − ٢٠٠	٤ ◄ ١٠٠+	٣	٣٠٠
أسيوط جـ	٩ +	٧ − ١٠٠ ►	٥ ٢٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

جدول (٦) طريقة الحجر المتنقل لتقييم المسار من الزقازيق إلى القاهرة.

نضيف ١٠٠ وحدة إلى صفر الموجود حاليا في مسار من أسيوط إلى الإسكندرية ثم نستكمل بطرح ١٠٠ من مسار أسيوط إلى القاهرة تاركين صفر وحدة في هذه الخلية (ولكن مازلنا محافظين على توازن الصفوف والأعمدة) ثم نضيف ١٠٠ إلى المسار من الزقازيق إلى القاهرة مما يؤدي إلى وجود ٢٠٠ وحدة، وأخيرا نطرح ١٠٠ من المسار من الزقازيق إلى الإسكندرية تاركين ١٠٠ فقط. لاحظ أن الأرقام الموجودة مازالت تؤدي إلى إجماليات صحيحة في كل من الصفوف والأعمدة. ويظهر الحل الصحيح في شكل (٧).

جدول (٧) الحل الثاني لمشكلة شركة الأثاثات المعدنية.

إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	[٥] ١٠٠	[٤]	[٣]	١٠٠
الزقازيق ب	[٨] ١٠٠	[٤] ٢٠٠	[٣]	٣٠٠
أسيوط جـ	[٩] ١٠٠	[٧]	[٥] ٢٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

وقد انخفض إجمالي تكاليف النقل بمقدار (١٠٠ وحدة × ٢ جنيـــه) = ٢٠٠ جنيه، ووصل إلى ٤٠٠٠ جنيه. ويمكن الوصول إلى نفس الرقم بضـــرب تكلفة كل وحدة منقولة في عدد الوحدات المنقولة في مسارها، أي (١٠٠ ×٥) + (١٠٠ × ٨) + (٢٠٠ × ٤) + (١٠٠ × ٩) + (٢٠٠ × ٥) = ٤٠٠٠ جنيه.

والحل الظاهر في (جدول ٧) قد يكون وقد لا يكون الحـــل الأمثـــل. ولتحديد ما إذا كان من الممكن إجراء تحسينات، نعود إلى الخطوات الخمس التي ذكرناها مسبقا لاختبار كل خلية غير مستغلة حاليا. وأدلة التحســـن الأربعـــة تظهر كما يلي :

طنطا/القاهرة = + ٤ − ٥ + ٨ − ٤ = + ٣ جنيه.

(المسار المغلق من طنطا/الإسكندرية إلى طنطا/القاهرة ومن الزقازيق/القاهرة إلى الزقازيق/الإسكندرية)

طنطا/أسوان = + ٣ −٥ + ٩ − ٥ = + ٢ جنيه

(المسار المغلق من طنطا/الإسكندرية إلى طنطا/أسوان ومن أسيوط/أسوان إلى أسيوط/الإسكندرية)

الزقازيق/أسوان = + ٣ − ٨ + ٩ − ٥ = (−١) جنيه.

(المسار المغلق من طنطا/الإسكندرية إلى طنطا/أسوان ومن أسيوط/أسوان إلى أسيوط/الإسكندرية)

أسيوط/القاهرة = +٧ − ٤ + ٨ − ٩ = + ٢ جنيه.

(المسار المغلق من أسيوط/الإسكندرية إلى أسيوط/القاهرة ومن الزقازيق/القاهرة إلى الزقازيق/الإسكندرية)

ونظرا لإمكان إجراء تحسن بنقل أكبر كمية ممكنة من الوحدات من الزقازيق إلى أسوان جدول (٨) فإن الخلية من الزقازيق/الإسكندرية إلى الزقازيق/أسوان ومن أسيوط/أسوان إلى أسيوط/إسكندرية هما فقط اللتان تحويان على علامة الناقص في المسار المغلق، ونظرا لأن اقل عدد من الوحدات في الخليتين هو ١٠٠ وحدة، نضيف ١٠٠ الزقازيق/أسوان وأسيوط/إسكندرية ونطرح ١٠٠ من الزقازيق/إسكندرية وأسيوط/أسوان. وتبلغ التكلفة الجديدة في جدول الحل الثالث ٣٩٠٠ جنيه وتحسب كما يلي :

جدول (٨) تقييم المسار من الزقازيق إلى أسوان.

إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	(٥) ١٠٠	(٤)	(٣)	١٠٠
الزقازيق ب	(٨) −١٠٠	(٤) ٢٠٠	(٣) +	+٣٠٠
أسيوط جـ	(٩) +١٠٠	(٧)	(٥) −٢٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

إجمالي تكلفة الحل الثالث				
من	إلى	عدد المكاتب المنقولة	تكلفة نقل الوحدة	إجمالي التكلفة
طنطا	الإسكندرية	١٠٠	٥	٥٠٠
الزقازيق	القاهرة	٢٠٠	٤	٨٠٠
الزقازيق	أسوان	١٠٠	٣	٣٠٠
أسيوط	إسكندرية	٢٠٠	٩	١٨٠٠
أسيوط	أسوان	١٠٠	٥	٥٠٠
إجمالي				٣٩٠٠

ويحتوي جدول (٩) على الحل الأمثل لتخصيص خطوط النقل نظـرا لأن دليل التحسن الذي يمكن حسابه عند هذا الحل أكبر من أو يساوي الصفر كمـا

في المعادلات التالية : طنطـــا/القـــاهرة = +٤ −٥ +٩ − ٥ +٣ −٤ = +٢ جنيه.

المسار (من طنطا/إسكندرية إلى طنطا/القاهرة، من الزقازيق/القـــاهرة إلى الزقازيق/أسوان، ومن أسيوط/أسوان إلى أسيوط/إسكندرية)

طنطا/أسوان = +٣ −٥ +٩ − ٥ = + ٢ جنيه.

المسار (من طنطا/إسكندرية إلى طنطا/أسوان ، من أســـيوط/أســـوان إلى أسيوط/إسكندرية)

الزقازيق/إسكندرية = +٨ −٣ +٥ −٩ = +١ جنيه.

المسار (من الزقازيق/إسكندرية إلى الزقازيق/أسوان ، ومن أسيوط/أسوان إلى أسيوط/إسكندرية)

أسيوط/القاهرة = +٧ −٥ +٣ −٤ = +١ جنيه.

المسار (من أسيوط/أسوان إلى أسيوط/القاهرة، ومن الزقازيق/القاهرة إلى الزقازيق/أسوان)

إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥ − ١٠٠	٤ +	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨ +	٤ − ٢٠٠	٣ ١٠٠	٣٠٠
أسيوط جـ	٩ ٢٠٠	٧	٥ ١٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

جدول (٩) جدول الحل الثالث والأمثل

وتظهر أصعب خطوات حل مثل هذه المشكلة في تحديد كل مسار حجري حتى يمكننا حساب دليل التحسن.

وتوجد طريقة اسهل لإيجاد الحل الأمثل لمشاكل النقل وخاصة التي لها مصادر كثيرة ومنافذ توزيع كثيرة يطلق عليها طريقة مودي **MODI** أو طريقة النقل المعدلة.

طريقة التوزيع المعدلة **Modified distribution**

تمكن هذه الطريقة من حساب دليل التحسن مباشرة لكل خلية غير مستغلة، بدون الحاجة لرسم كل المسارات المغلقة اللازمة. ولذلك فإنها توفر الكثير من الوقت عن طريقة الحجر المتنقل في حل مشاكل النقل.

وتقدم الطريقة المعدلة وسيلة جديدة لإيجاد المسارات غير المستغلة ذات اكبر قيمة سالبة في دليل التحسن. وإذا ما حدد أعلى دليل نختار أقرب مسار لتنفيذه. كما في طريقة الحجر المتنقل، ويساعدنا هذا المسار في تحديد أقصى عدد من الوحدات التي يمكن شحنها عن طريق أفضل مسار غير مستغل.

كيفية استخدام طريقة النقل المعدلة

لتطبيق الطريقة المعدلة نبدأ بحل مبدئي نحصل عليه باستخدام قاعدة الركن الشمالي الشرقي. ولكن علينا حساب قيمة كل صف ($ص_1$، $ص_2$، $ص_3$ إذا

كان هناك ثلاثة صفوف) وقيمة كل عمود ($ع_1$، $ع_2$ ، $ع_3$ إذا كان هناك ثلاثة أعمدة) بجدول النقل. وبصفة عامة نجعل :

$ص_أ$ = القيمة المخصصة للصف أ

$ع_ن$ = القيمة المخصصة للعمود ن

$ت_{أن}$ = تكلفة الخلية أ ن (تكلفة النقل من المصدر أ إلى المنفذ ن)

وتتطلب الطريقة المعدلة خمس خطوات بعد ذلك :

١- حساب قيمة كل صف وكل عمود

$$ص_أ + ع_ن = ت_{أن}$$

وذلك للخلايا المستغلة حاليا. فمثلا إذا كانت الخلية بالصف الثاني والعمود الأول مشغولة. تحسب :

$$ص_2 + ع_1 = ت_{21}$$

٢- بعد حساب كل المعادلات نجعل $ص_1$ = صفر.

٣- نعيد حساب قيمة كل صف وكل عمود بعد ذلك.

٤- نحسب التحسن الذي طرأ على كل خلية غير مستغلة باستخدام المعادلة :

$$دليل\ التحسن = ت_{أن} - ص_أ - ع_ن$$

أي أن دليل التحسن = ت الخلية – قيمة الصف – قيمة العمود

٥- اختار أعلى دليل سالب ثم استكمل حل المشكلة كما في طريقة الحجر المتنقل.

حل مشكلة شركة الأثاثات باستخدام طريقة النقل المعدلة

لنجرب هذه القواعد لحل مشكلة شركة الأثاثات. يظهر الحل المبدئـــــي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي في جدول (١٠) وسنستخدم الطريقـة المعدلة لحساب دليل التحسن لكل خلية غير مستغلة. لاحظ التغيير الذي تم على جدول النقل بإضافة صف وعمود بإطار الجدول.

جدول (١٠) الحل المبدئي لمشكلة شركة الأثاثات المعدنيـــة باســتخدام الطريقة المعدلة.

	ع ن	ع١	ع٢	ع٣	
ص ا	إلى / من	إسكندرية	القاهرة	أسوان	طاقة المصنع
ص١	طنطا	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠
ص٢	الزقازيق	٨ ٢٠٠	٤ ١٠٠	٣	٣٠٠
ص٣	أسيوط	٩	٧ ١٠٠	٥ ٢٠٠	٣٠٠
	احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

نحسب أولا المعادلات لكل الخلايا المستغلة :

(١) $\text{ص}_{١} + \text{ع}_{١} = ٥$

(٢) $\text{ص}_{٢} + \text{ع}_{١} = ٨$

(٣) $\text{ص}_{٢} + \text{ع}_{٢} = ٤$

(٤) $\text{ص}_{٣} + \text{ع}_{٢} = ٧$

(٥) $\text{ص}_{٣} + \text{ع}_{٣} = ٥$

وبجعل القيمة $\text{ص}_{١}$ = صفر يمكننا إيجاد قيمة كل صف وكل عمود $\text{ع}_{١}$، $\text{ص}_{٢}$، $\text{ع}_{٢}$، $\text{ص}_{٣}$، $\text{ع}_{٣}$.

(١) $\text{ص}_{١} + \text{ع}_{١} = ٥$

$٠ + \text{ع}_{١} = ٥ \qquad \text{ع}_{١} = ٥$

(٢) $\text{ص}_{٢} + \text{ع}_{١} = ٨$

$\text{ص}_{٢} + ٥ = ٨ \qquad \text{ص}_{٢} = ٣$

(٣) $\text{ص}_{٢} + \text{ع}_{٢} = ٤$

$٣ + \text{ع}_{٢} = ٤ \qquad \text{ع}_{٢} = ١$

(٤) $\text{ص}_{٣} + \text{ع}_{٢} = ٧$

$\text{ص}_{٣} + ١ = ٧ \qquad \text{ص}_{٣} = ٦$

(٥) $\text{ص}_{٣} + \text{ع}_{٣} = ٥$

$٦ + \text{ع}_{٣} = ٥ \qquad \text{ع}_{٣} = -١$

نلاحظ أن قيم ص، ع لن تكون موجبة دائما، فمن المعتاد أن تجد قيمة صفر أو قيم سالبة. وبعد إجراء عدة تطبيقات لتحديد قيمة ص، ع ستجد أنك ماهر في هذه الحسابات بحيث يمكنك إجراؤها في ذهنك مباشرة.

الخطوة التالية هي حساب دليل التحسن لكل خلية غير مستغلة.

ومعادلة حساب دليل التحسن = ت ا ن – ص ا – ع ن

دليل طنطا / القاهرة = ت ١ ٢ – ص ١ – ع ٢ = ٤ – ٥ – ١ = +٣

دليل طنطا / أسوان = ت ١ ٣ – ص ١ – ع ٣ = ٣ – ٠ – ١) = +٤

دليل الزقازيق / أسوان = ت ٣٢ – ص ٢ – ع ٣ =٣ –٣ – ١ = +١

دليل أسيوط /الإسكندرية=ت ٣ ١– ص ١–ع ٣ = ٩ – ٦ – ٥ = –٢

لاحظ أن هذا الدليل هو نفسه الذي تم حسابه عندما استخدمنا طريقة الحجر المتنقل (أنظر جداول ٤، ٥). ونظرا لأن أحد هذه الأدلة سالبة، فإن الحل الحالي لا يعتبر حل أمثل. ولكن من الضروري تتبع المسار المغلق إلى أسيوط/إسكندرية حتى يمكن استكمال البحث عن الحل كما في طريقة الحجر المتنقل.

والخطوات التي نتبعها للوصول إلى حل أفضل بعد حساب دليل التحسن للخلايا غير المستغلة هي :

١– ابدأ بالخلية ذات أفضل تحسن (أسيوط / إسكندرية) وتتبع مسار مغلق للعودة إلى هذه الخلية عن طريق استخدام خلايا مستغلة.

٢– ابدأ بعلامة + للخلايا غير المستغلة، وضع علامات – ثم + بكل مربع في المسار المغلق.

٣– اختار اصغر كمية تجدها في الخلايا التي تحتوي على علامة السلب. أضف هذا الرقم إلى كل الخلايا التي بها علامة + بالمسار واطرحها من كل الخلايا التي بها علامة – بالمسار.

٤– احسب دليل التحسن للحل الجديد باستخدام طريقة النقل المعدلة.

وبإتباع هذا الإجراء، يمكن إيجاد الحل الثاني والثالث لمشـــكلة شـركة الأثاثات المعدنية. وفي شكل جدولي فإن نتيجة الحل باستخدام طريقـــة النقـل المعدلة سيكون مطابقا تماما لجدول (٧) جدول الحل الثاني باســتخدام طريقــة الحجر المتنقل. ولجدول (٩) الحل الأمثل. وبكل حل جديــد يجـب أن نعيــد حساب قيم كل من ص، ع، وهذه القيم سنستخدمها لحساب دليل التحســن الجديد لتحديد مدى إمكانية الوصول إلى تخفيض جديد لتكلفة النقل.

طريقة فوجل التقريبية

Vogel's Approximation Method VAM

بالإضافة إلى طريقة الركن الشمالي الشرقي لتصميم حل مبدئي لمشــاكل النقل، يمكننا استخدام أسلوب آخر يطلق عليـــه طريقــة فوجــل التقريبيــة Vogel's Approximation Method VAM وهي ليست بنفس بساطة طريقة الركن الشمالي الشرقي ولكنها تسهل الوصول إلى حل مبدئي، والذي في عديد من الحالات يكون هو الحل الأمثل.

وتبحث طريقة فوجل عن حل مبدئي جيد بالأخذ في الحســبان طريقــة الركن الشمال الشرقي. ولتطبيق طريقة فوجل، نحسب أولا لكل صف ولكــل عمود التكلفة التي نواجهها إذا شحنا باستخدام مسار أفضل بديل تالي بدلا مـن المسار ذو أقل تكلفة.

وتظهر الخطوات الستة اللازمة للوصول للحل المبدئي بطريقة فوجــل في مثالنا السابق. (سنبدأ بنفس الجدول المخطط في شكل (٢).

الخطوة الأولى : أوجد لكل صف ولكل عمود بجدول النقل الفرق بين أقل تكلفتين للنقل. وهذا الفرق يمثل الفرق بين تكلفة أمثل مسار في الصف أو العمود والمسار التالي له في التكلفة بالصف أو العمود (وهي تكلفة الفرصة البديلة لعدم استخدام أمثل مسار).

وتظهر الخطوة الأولى في جدول (١١) فالأرقام أعلى الأعمدة وعلى يسار الصفوف تمثل هذه الفروق.

فمثلا تكاليف النقل بالصف الثاني هي ٨، ٤، ٣ جنيه ونظرا لأن أقل تكلفتان هما ٤، ٣ جنيه، فإن الفرق يكون ١ جنيه.

الخطوة الثانية : حدد الصف أو العمود ذو أعلى تكلفة فرصة بديلة (أي أعلى الفروق). في جدول (١١) العمود أو الصف المختار هو العمود الأول نظرا لأن به أعلى اختلاف ٣ جنيه.

الخطوة الثالثة : خصص أكبر قدر من الوحدات الممكنة للخلية ذات أقل تكلفة نقل وهي طنطا/إسكندرية. حيث تكلفتها ٥ جنيه ويتم تخصيص ١٠٠ وحدة لهذه الخلية. ولم يتم اختيار وحدات أكثر لأن ذلك سيؤدي إلى تعدي الكميات المتاحة في المصدر الأول .

الخطوة الرابعة : استبعد أي صف أو عمود تم اســـتيفاء احتياجاتــه أو إمكانياته بالخطوة السابقة. وذلك بوضع علامة × في الخلية المناسبة.

وتظهر نتيجة الخطوة الرابعة في جدول (١٢) حيـــث الصــف الأول أ (طنطا) لن يتم تخصيص كميات أخرى به للمسار طنطا/القاهرة أو طنطا/أسوان.

	٣	٠	٠		
إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع	
طنطا أ	(٥) ١٠٠	(٤)	(٣)	١٠٠	١
الزقازيق ب	(٨) ٢٠٠	(٤) ١٠٠	(٣)	٣٠٠	١
أسيوط جـ	(٩)	(٧) ١٠٠	(٥) ٢٠٠	٣٠٠	٢
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠	

جدول (١١) جدول النقل باستخدام طريقة فوجل وبه الفـــروق لكـــل صف ولكل عمود.

من \ إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع	
	١	٣	٢		
	~~٣~~	~~١~~	~~٣~~		
طنطا أ	[٥] ١٠٠	[٤]	[٣]	١٠٠	~~١~~
الزقازيق ب	[٨]	[٤]	[٣]	٣٠٠	١
أسيوط جـ	[٩]	[٧]	[٥]	٣٠٠	٢
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠	

جدول (١٢) التخصيص بطريقة فوجل وتلبية احتياجات أول منفذ.

الخطوة الخامسة : إعادة حساب فروق التكلفة بجدول النقـــل. بحـــذف الصفوف والأعمدة التي تم الشطب عليها في الجدول السابق.

كما يظهر في جدول (١٢) عمود أ ، ب، وتم استبعاد الصف أ. وتظـــل الفروق لكل من ب و جـــ كما هي في جدول (١١).

الخطوة السادسة : العودة للخطوة الثانية وتكرار الخطوات إلى أن يتـــم الحصول على جدول الحل المبدئي.

في مثالنا، العمود ب له أكبر فروق وهي ٣، نخصص ٢٠٠ وحدة للخلية ذات أدنى تكلفة نقل في العمود ب، والتي لم يتم شغلها بعد. وهذه تمثل الزقازيق/الإسكندرية إلى / . حيث أن احتياجات ب تم الوفاء بها، نضع × على مربع هـ – ب لحذفه. ويتم حساب الفروق مرة أخرى ويتم تلخيص لهذه العملية في جدول (١٣).

وأكبر فروق نجدها حاليا في هـ. نظرا لأننا سنخصص أكبر عدد ممكن من الوحدات للخلية ذات أدنى تكلفة بالصف هـ أي هـ – جـ بتكلفة ٣ جنيه للوحدة. وأقصى تخصيص ممكن هو ١٠٠ وحدة تلغي الوحدات الباقية المتاحة في هـ. والخلية هـ – أ يتم حذفها كما يظهر في جدول (١٤).وآخر تخصيصات هـ أ، هـ جـ يمكن أن يتما بفحص قيود العرض (في الصفوف) واحتياجات الطلب (في الأعمدة). وسنجد تخصيص ٢٠٠ وحدة هـ ◄ أ و ١٠٠ وحدة هـ ◄ جـ ويستكمل الجدول) ١٥).

وتبلغ تكلفة هذا التخصيص (١٠٠ وحدة × ٥ جنيه) + (٢٠٠ × ٤) + (١٠٠ × ٣) + (٢٠٠ × ٩) + (١٠٠ × ٥) = ٣٩٠٠ جنيه.

وتجدر ملاحظة أن التخصيص باستخدام طريقة فوجل التقريبية قد وصلنا إلى الحل الأمثل لشركة الأثاثات المعدنية من أول جدول.

وبالرغم من حاجة طريقة فوجل إلى عمليات حسابية كثيرة للوصول إلى الحل المبدئي عما تحتاجه طريقة الركن الشمالي الشرقي، إلا أنها تؤدي في الغالب إلى الوصول إلى حل مبدئي أفضل نظرا لأن طريقة فوجل تقلل من إجمالي عدد العمليات الحسابية اللازمة للوصول إلى الحل الأمثل.

	١	~~٣~~	٢			
	~~٣~~	~~١~~	~~١~~			
إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع		
طنطا أ	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠	~~١~~	
الزقازيق ب	٨	٤ ٢٠٠	٣	٣٠٠	~~١~~	٥
أسيوط جـ	٩	٧	٥	٣٠٠	~~٢~~	٤
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠		

جدول (١٣) جدول الحل الثاني للتخصيص بطريقة فوجل مع تلبية احتياجات ب.

	٣	١	١		
إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع	
طنطا أ	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠	١
الزقازيق ب	٨	٤ ٢٠٠	٣ ١٠٠	٣٠٠	١
أسيوط جـ	٩	٧	٥	٣٠٠	٢
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠	

جدول (١٤) جدول الحل الثالث للتخصيص بطريقة فوجل مع تلبية احتياجات جـ.

إلى / من	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	طاقة المصنع
طنطا أ	٥ ١٠٠	٤	٣	١٠٠
الزقازيق ب	٨	٤ ٢٠٠	٣ ١٠٠	٣٠٠
أسيوط جـ	٩ ٢٠٠	٧	٥ ١٠٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	٧٠٠

جدول (١٥) الحل النهائي لموازنة الأعمدة والصفوف.

مشاكل النقل في حالة عدم التوازن

غالبا ما تحدث في الممارسة العملية مشكلة عدم تساوي إجمالي الطلب مع إجمالي العرض. ومشاكل عدم التوازن هذه يمكن تناولها بسهولة بإضافة مصادر وهمية أو طلب وهمي. فإذا كان إجمالي العرض أكبر من إجمالي الطلب، ننشئ طلب وهمي (منفذ وهمي) طلبه يعادل الفرق بين العرض والطلب. وإذا كان إجمالي الطلب أكبر من إجمالي العرض ننشئ عرض وهمي (مصنع وهمي) عرضه يعادل الفرق بين العرض والطلب الحقيقي. وفي كلا الحالتين يجعل تكلفة النقل

مساوية للصفر لكل خلية وهمية أو مسار وهمي، حتى لا يتم نقل أي وحـــدات فعلا من مصنع وهمي أو إلى منفذ وهمي.

حالة انخفاض الطلب عن العرض

بالرجوع لمشكلة شركة الأثاثات المعدنية، وبفرض أن مصنع أ زاد مـــن معدل إنتاجيته ليصبح ٢٥٠ مكتب (كانت طاقته العادية ١٠٠ مكتب في فـترة الإنتاج) . وتستطيع المنشأة حاليا عرض ٨٥٠ مكتب في كل فترة. وما زالـت احتياجات المنافذ كما هي (٧٠٠ مكتب) لذلك لا يتوازن إجمالي الأعمدة مـــع إجمالي الصفوف.

ولموازنة هذا النوع من المشاكل، نضيف عمود وهمي يمثل منفـــذ وهمـــي يحتاج إلى ١٥٠ مكتب. وهذا يماثل إضافة متغيرات عاطلة عند حـــل مشـــكلة البرمجة الخطية. وكما تم تخصيص قيمة صفر للمتغيرات العاطلة في دالة الهـــدف بالبرنامج الخطي نقوم بتخصيص صفر لتكلفة النقل إلى هذا المنفذ.

نستخدم قاعدة الركن الشمالي الشرقي في (جدول ١٦) لإيجـــاد حـــل مبدئي لهذه المشكلة المعدلة. وكما سنجد فإن زيادة طاقة مصنع أ خفض إجمـــالي التكلفة. وإذا رغبت في استكمال هذه المهمة وإيجاد الحـــل الأمثـــل، يمكنـــك استخدام إما طريقة الحجر المتنقل أو طريقة النقل المعدلة.

لاحظ أن الوحدات المنقولة من أسيوط إلى المنفذ الوهمي وقدرهـــا ١٥٠ وحدة (تمثل وحدات لن تشحن من أ).

من \ إلى	إسكندرية د	القاهرة هـ	أسوان و	منفذ وهمي ز	طاقة المصنع
طنطا أ	(٥) ٢٥٠	(٤)	(٣)	(٠)	٢٥٠
الزقازيق ب	(٨) ٥٠	(٤) ٢٠٠	(٣) ٥٠	(٠)	٣٠٠
أسيوط جـ	(٩)	(٧)	(٥) ١٥٠	(٠) ١٥٠	٣٠٠
احتياجات المنفذ	٣٠٠	٢٠٠	٢٠٠	١٥٠	٨٥٠

جدول (١٦) جدول الحل المبدئي لمشكلة غير متوازنة حيث الطلب أقل من العرض.

إجمالي التكلفة = ٥×٢٥٠ + ٨×٥٠ + ٤×٢٠٠ + ٣×٥٠ + ٥×١٥٠ + ٠×١٥٠ = ٣٣٥٠ جنيه.

حالة زيادة الطلب عن العرض

يحدث النوع الثاني من عدم التوازن عند زيادة إجمالي الطلب عن إجمالي العرض. أي أن العملاء أو منافذ التوزيع تطلب منتجات أكثر مما يمكن لمصانع الشركة إنتاجه. في هذه الحالة نحتاج إلى إضافة صف وهمي يمثل مصنع وهمي.

وسيكون للمصنع الجديد عرض مساوي للفرق بين إجمالي العرض وإجمالي الطلب الفعلي. ونجعل تكلفة النقل من المصنع الوهمي إلى كل منفذ تساوي صفر.

وتواجه شركة العربي والتي تجمع نظم استريو فائق الجودة هذه المشكلة حيث تنتج في ثلاث مصانع وتوزعها عن طريق ثلاث منافذ جملة موزعة جغرافيا. وتظهر طاقة المصنع وطلب كل منفذ وتكلفة الوحدة المنقولة في جدول (١٧).

إلى / من	منفذ أ	منفذ ب	منفذ جـ	إجمالي العرض
مصنع س	٦ / ٢٠٠	٤	٩	٢٠٠
مصنع ص	١ / ٥٠٠	٥ / ١٠٠	٨ / ٢٥	١٧٥
مصنع ع	١	٧	٦ / ٧٥	٧٥
إجمالي الطلب	٢٥٠	١٠٠	١٥٠	٤٥٠ / ٥٠٠

جدول (١٧) البيانات الأساسية لحالة عدم توازن الطلب والعرض

كما في جدول (١٨) تم إضافة مصنع وهمي بصف وهمي ليوازن المشكلة، وليسمح لنا بتطبيق قاعدة الركن الشمالي الشرقي لتصميم جدول

الحل المبدئي. ويظهر الحل المبدئي نقل ٥٠ وحدة من المصنع الوهمي إلى المنفـــذ جـــ وهذا يعني أن المنفذ جـــ سيحصل على ٥٠ وحدة أقل مما يحتاجه. وبصفة عامة، أي وحدات تنقل من مصدر وهمي لا تلبي طلب المنفذ المرسلة إليه.

من / إلى	منفذ أ	منفذ ب	منفذ جــ	إجمالي العرض
مصنع س	٦ ٢٠٠	٤	٩	٢٠٠
مصنع ص	١ ٥٠	٥ ١٠٠	٨ ٢٥	١٧٥
مصنع ع	١	٧	٦ ٧٥	٧٥
مصنع وهمي	٠	٠	٠ ٥٠	٥٠
إجمالي الطلب	٢٥٠	١٠٠	١٥٠	٥٠٠

جدول (١٨) الحل المبدئي لمشكلة نقل غير متوازن حيث يزيد الطلب عن العرض

تكلفة النقل في الحـــل المبدئـــي = ٢٠٠×٦+٥٠×١٠+١٠٠×٥ + ٢٥×٨ + ٧٥×٦ + ٥٠×٠ = ٢٨٥٠ جنيه.

حالة التحلل في مشاكل النقل

يحدث التحلل عندما نجد أن عدد الخلايا المستغلة أو المسارات في جدول حل مشكلة النقل أقل من (عدد الصفوف + عدد الأعمدة – ١). وقد يظهر هذا الموقف في جدول الحل المبدئي أو في أي جدول حل تالي. ويتطلب التحلل إجراء خاص حتى يتم تصحيح المشكلة. فبدون عدد كاف من الخلايا المستغلة لتتبع مسار مغلق لكل مسار غير مستغل، قد يستحيل تطبيق طريقة الحجر المتنقل أو حساب قيمة الصف وقيمة العمود اللازمة في طريقة النقل المعدلة. لاحظ أننا لم نواجه هذه المشكلة في الأمثلة السابقة حتى الآن.

ولمعالجة مشكلة التحلل، ننشئ خلية وهمية غير مستغلة، أي نضع فيها وحدات صفر أي شغل وهمي. ويجب تمكن الخلية المختارة من إتمام كافة المسارات لطريقة الحجر المتنقل وهناك قدر من المرونة في اختيار الخلايا غير المستغلة التي نضع بها صفر وحدات.

مشكلة التحلل في الحل المبدئي

يمكن أن يحدث التحلل عند تطبيق طريقة الركن الشمالي الشرقي لإيجاد الحل المبدئي. وكما في حالة شركة الأثاثات والتي لها ثلاث مخازن جملة وثلاث منافذ تجزئة فإن تكاليف هذه الشركة، وعرض منافذ الجملة وطلب مستهلكي التجزئة يظهر في جدول (١٩). لاحظ أن المصدر في هذه المشكلة هي مخازن

الجملة والهدف هو مخازن التجزئة. وأعدت الوحدات المنقولة مبدئيا وفقا لقاعدة الركن الشمالي الشرقي.

وقد تحلل هذا الحل المبدئي نظرا لأنه لا يستوفي قاعدة أن عدد الخلايــــا المستغلة يجب أن يساوي ((عدد الصفوف + عدد الأعمــدة) – ١) أي ٣ + ٣ -١ = ٥ وهو أكبر من عدد الخلايا المستغلة. وفي هذه المشكلة، ظهر التحلــــل نظرا لأن كل من احتياجات الأعمدة والصفوف (أي العمود ١، الصف ١) قـد تم تلبيتها بالتماثل. مما أدى إلى كسر نمط درجات السلم التي اعتدنا عليــــها في الحل بطريقة الركن الشمالي الشرقي.

جدول (١٩)

إلى / من	عميل ١	عميل ٢	عميل ٣	عرض المخازن
مخزن جملة ١	[٨] ١٠٠	[٤]	[٦]	١٠٠
مخزن جملة ٢	[١٠]	[٩] ١٠٠	[٩] ٢٠	١٢٠
مخزن جملة ٣	[٧]	[١٠]	[٧] ٨٠	٨٠
طلب العملاء	١٠٠	١٠٠	١٠٠	٣٠٠

ولتصحيح هذه المشكلة يمكننا وضع صفر وحدات في إحدى الخلايا غير المستغلة وفي هده الحالة. فإن هذه الخلايا ستمثل إما مسار الشحن من مخزن ١ إلى العميل ٢ أو من مخزن ٢ إلى العميل ١ وإذا عالجت الخلية الجديدة والتي وضعنا بها صفر مثل بقية الخلايا المستغلة، فيمكننا استخدام أي طريقة من طرق الحل بعد ذلك

التحلل خلال الخطوات التالية للحل

يمكن أن تتحلل مشكلة النقل بعد خطوة الحل المبدئي إذا أدى إضافة خلايا غير مستغلة إلى استبعاد مساران مستخدمان مسبقا، بدلا من استبقاء المسار المعتاد. ويحدث ذلك إذا ما خصص لخليتين علامة السالب في مسار مغلق ولكل منهما أدنى تكلفة نقل.

وبعد إجراء تحسن واحد بطريقة الحجر المتنقل عرض محللي التكاليف بالشركة جدول النقل التالي جدول (٢٠) وسنلاحظ أن الحل بجدول (٢٠) لم يتحلل ولكنه ليس أمثل.

ودليل التحسن للأربع خلايا غير المستغلة هو :

دليل المصنع أ إلى المخزن ٢ = + ٢

دليل المصنع ب إلى المخزن ٣ = + ١

دليل المصنع جـ إلى المخزن ٣ = -١٥

دليل المصنع د إلى المخزن ٢ = + ١١

من \ إلى	عميل ١	عميل ٢	عميل ٣	عرض المخازن
مخزن جملة ١	٨ / ٧٠	٤	٦	١٠٠
مخزن جملة ٢	١٠ / ٥٠	٩ / ٨٠	٩ / ٢٠	١٢٠
مخزن جملة ٣	٧ / ٣٠	١٠	٧ / ٥٠	٨٠
طلب العملاء	١٠٠	١٠٠	١٠٠	٣٠٠

جدول (٢٠) جدول النقل لشركة الأثاثات

إجمالي تكلفة النقل = ٢٧٠٠ جنيه.

وحيث يمكن الحصول على حل أفضل بفتح مسار من المصنع ب إلى متجر الجملة ٣. سنستخدم طريقة الحجر المتنقل لإيجاد الحل التالي. نبدأ برسم مسار مغلق للخلية غير المستغلة ممثلة للمصنع ب / المتجر ٣. كما في شكل (٢١) وهو شكل مختصر من جدول (٢٠) ويحتوي فقط على المصانع والمتاجر اللازمة للمسار المغلق.

جدول (٢١) تتبع مسار مغلق من المصنع ب إلى المخزن ٣.

من / إلى	مخزن ١	مخزن ٣
مصنع ب	١ − ٥٠	٧ +
مصنع جـ	٣ + ٣٠	١٠ − ٥٠

ونظرا لأن أقل كمية في خلية بالمسار تحتوي على علامة السالب هـو ٥٠ وحدة نقوم بتخصيص ٥٠ وحدة لمسار للمصنع ب / المتجـر (٣)، والمصنـع جـ/ المتجر (١)، ونطرح ٥٠ وحدة من الخليتين المحتويتين على علامة السالب. ويؤدي ذلك إلى أن كل من الخلايا المستغلة تنخفض إلى صفر. كذلك تعني عدم وجود خلايا مستغلة كافية في الحل الجديد وأن المشكلة ستتحلل. وسنحتاج إلى إضافة وحدات وهمية (صفر) في أحد الخلايا، (بصفة عامة، الخلية ذات أقـل تكلفة نقل ممكنة) حتى يمكننا حل مشكلة التحلل.

مشكلة وجود أكثر من حل واحد أمثل

كما في مشاكل البرمجة الخطية، من الممكن أن نجد لمشكلة النقـل عـدة حلول مثلى. ويحدث ذلك عندما نقوم بحساب دليل التحسن لكل خليـة غـير

مستغلة وقيمتها صفر في الحل الأمثل. وهذا يعني أنه من الممكن تصميم مسارات بديلة بنفس إجمالي تكاليف النقل. ويمكن أن نجد مسارات النقل البديلة بشحن معظمها إلى الخلايا غير المستغلة. وبصفة عامة، تقدم الحلول المثلى المتعددة للإدارة مرونة أكبر في اختيار واستخدام مواردها.

تحليل تحديد موقع التسهيلات
Facility Location Analysis

أثبتت طريقة النقل قدرها في مساعدة المنشآت في تقرير أين تنشئ مصنعها الجديد أو متجر الجملة الجديد. ونظرا لأن الموقع الجديد له أهمية مالية قصوى للشركة، لذا يجب فحص وتقييم عدة مواقع. وبالرغم من وجود عديد من العوامل الشخصية، وعوامل توفر العمالة اللازمة، ووجود نقابات عمالية قوية، وموقف المجتمع المحلي تجاه المشروعات، وجود وسائل الترفيه والتعليم للعاملين وأبناؤهم، فإن القرار النهائي يتضمن أيضا تخفيض تكاليف النقل والإنتاج لأدنى حد ممكن. مما يوجب تحليل كل موقع بديل في إطار نظام التكلفة الشامل للمنشأة. فالموقع الجديد الذي سيغل أدنى تكلفة للنظام ككل سوف يكون الموصي به. لندرس حالة شركة الآلات الحديثة .

تحديد موقع جديد لشركة الآلات الحديثة

تنتج شركة الآلات الحديثة مكونات الحاسبات في مصانعها بكل من العاشر من رمضان، برج العرب، والسويس. ولم تستطع هذه المصانع تلبية طلبات متاجر الجملة الأربعة بالقاهرة والإسكندرية، أسيوط، وبور سعيد. ولذلك تفكر في إنشاء مصنع جديد لزيادة طاقتها الإنتاجية. والموقعان المقترحان هما في مدينة السادس من أكتوبر أو مدينة دمنهور.

ويوضح جدول (٢٣) تكاليف الإنتاج واحتياجات الإنتاج لكل مصنع من المصانع الثلاث الحالية، وكل من الأربع متاجر جملة وتكاليف الإنتاج المقدرة للمصانع الجديدة المفترضة.

وتبلغ تكاليف النقل من كل مصنع إلى كل متجر جملة كما في جدول (٢٤).

جدول (٢٣) بيانات الطلب والعرض على منتجات شركة الآلات الحديثة.

المتجر	الطلب الشهري بالوحدات	المصانع الأربع	العرض الشهري	تكلفة إنتاج الوحدة
القاهرة	١٠٠٠٠	العاشر من رمضان	١٥٠٠٠	٤٨
الإسكندرية	١٢٠٠٠	برج العرب	٦٠٠٠	٥٠
أسيوط	١٥٠٠٠	السويس	١٤٠٠٠	٥٢
بور سعيد	٩٠٠٠			
	٤٦٠٠٠		٣٥٠٠٠	

والعرض المطلوب من المصنع الجديد = ٤٦٠٠٠ - ٣٥٠٠٠ = ١١٠٠٠ وحدة شهريا.

تكلفة الإنتاج التقديرية للوحدة بالمصانع المقترحة

السادس من أكتوبر	٥٣
دمنهور	٤٩

جدول (٢٤) تكاليف النقل لشركة الآلات الحديثة.

من / إلى	القاهرة	الإسكندرية	أسيوط	بور سعيد
العاشر من رمضان	٢٥	٥٥	٤٠	٦٠
برج العرب	٣٥	٣٠	٥٠	٤٠
السويس	٣٦	٤٥	٢٦	
٦ أكتوبر	٦٠	٣٨	٦٥	٢٧
دمنهور	٣٥	٣٠	٤١	٥٠

والسؤال الهام الذي يواجه الشركة هو أي المواقع الجديدة سيحقق أدنى تكلفة للشركة مع الأخذ في الحسبان المصانع ومتاجر الجملة الموجودة حاليا؟.

لاحظ أن تكلفة كل مسار من مصنع إلى متجر جملة نجده بإضافة تكاليف النقل (الموجودة في الخلايا بالجدول السابق) إلى تكلفة إنتاج الوحدة المرتبطة بالمصنع وفقا للجدول (٢٣) ولذلك فإن إجمالي الإنتاج زائدا تكاليف النقل لمكون الحاسب من ١٠ رمضان إلى القاهرة تبلغ ٧٣ جنيه (٢٥ جنيه للنقل، ٤٨ جنيه للإنتاج).

ولتحديد أي المواقع تحقق أدنى تكلفة للإنتاج والنقل على مستوى الشركة ككل نحل مشكلتان للنقل. الأولى لكل من المزيجين المحتملين. (جداول (٢٥، ٢٦) يظهران الحلان الأمثلان الناتجان والتكلفة الإجمالية لكل منهما. (استخدمنا الحاسب للوصول إلى نتائج كل منهما). ويظهر أن موقع ٦ أكتوبر أفضل نظرا لأن التكاليف الإجمالية للموقع الجديد تبلغ ٣٧٠٤٠٠٠ جنيه وهي أقل عن تكلفة دمنهور والتي تبلغ ٣٧٤١٠٠٠ جنيه.

من \ إلى	القاهرة	إسكندرية	أسيوط	بور سعيد	إجمالي
العاشر من رمضان	١٠٠٠٠		١٠٠٠	٤٠٠٠	
برج العرب		١٠٠٠		٥٠٠٠	
السويس			١٤٠٠		
٦ أكتوبر		٧ ١١٠٠٠	١	٧	
إجمالي					

جدول (٢٥) الحل الأمثل لمصنع ٦ أكتوبر إجمالي تكاليف الشركة ٣٧٤١٠٠٠ جنيه.

من / إلى	القاهرة	إسكندرية	أسيوط	بور سعيد	إجمالي
العاشر من رمضان	١٠٠٠٠	٤٠٠٠	١٠٠٠		
برج العرب		٦٠٠٠			
السويس			١٤٠		
٦ أكتوبر		[٧] ٢٠٠٠	[١]	[٧] ٩٠٠٠	
إجمالي					

جدول (٢٦) الحل الأمثل لمصنع دمنهور إجمالي التكاليف ٣٧٠٤٠٠٠ جنيه.

مدخل لنموذج التخصيص
Approach of the Assignment Model

الشكل الثاني لرياضيات البرمجة الخطية ذات الأغراض الخاصة والذي سنشرحه في هذا الفصل هو طريقة التخصيص. فلكل مشكلة تخصيص جدول، أو مصفوفة مرتبطة بها. وبصفة عامة تحتوي الصفوف على الأهداف أو الأفراد الذين نرغب في تخصيصهم، وتحتوي الأعمدة على المهام أو الأشياء التي نرغب في تخصيصها. والرقم داخل الجدول يمثل التكاليف المرتبطة بكل تخصيص معين.

ولشرح طريقة التخصيص سنأخذ حالة ورشة إصلاح استلمت ثلاثة أجهزة لإصلاحها.

١- راديو.

٢- فرن ميكروويف.

٣- جهاز إعداد القهوة.

ويوجد بالورشة ثلاثة فني صيانة يختلفوا في مهاراتهم وقدراتهم. وقد قدر صاحب الورشة ما سيتكلفه من أجور كل فني على كل من الأجهزة الثلاثة.

وتختلف التكاليف الظاهرة بجدول (٢٧) نظرا لأن صاحب الورشة يعتقد أن كل فني سيختلف في السرعة والمهارة لهذه المهام المختلفة.

ويهدف صاحب الورشة إلى تخصيص الأجهزة الثلاث على الفنيين بطريقة تؤدي إلى تحقيق أدنى تكلفة إجمالية للورشة. لاحظ أن تخصيص الفنيين على الأجهزة يجب أن يكون واحد - لواحد، فكل جهاز سيخصص له فني واحد

فقط. ولذلك فإن عدد الصفوف يجب أن يعادل دائما عدد الأعمدة في جدول تكاليف التخصيص.

ونظرا لأن مشكلة الورشة تتكون من ثلاثة فنيين وثلاثة أجهزة فقط. فأحد الحلول السهلة لإيجاد الحل الأمثل هو كتابة كل التخصصات الممكنة وتكاليف كل منها. فمثلا، إذا كان أدهم سيخصص للجهاز ١، ومحمد للجهاز ٢، وكمال للجهاز ٣، فإن إجمالي التكاليف ستكون ١١ + ١٠ + ٧ = ٢٨ جنيه. ويلخص جدول (٢٨) التخصيصات الستة المتاحة.

ويظهر الجدول أن أقل التكاليف سيكون تخصيص كمال للجهاز (١)، ومحمد للجهاز (٢)، وأدهم للجهاز (٣) بتكلفة إجمالية ٢٥ جنيه.

جدول (٢٧) تكاليف الصيانة المقدرة للورشة لمشكلة التخصيص.

الفني	الجهاز		
	(١)	(٢)	(٣)
أدهم	١١ جنيه	١٤ جنيه	٦ جنيه
محمد	٨	١٠	١١
كمال	٩	١٢	٧

جدول (٢٨) ملخص لتكاليف بدائل تخصيص الفنيين على الأجهزة بالورشة.

التخصيص			تكلفة العمل	إجمالي التكاليف
١	٢	٣		
أدهم	محمد	كمال	١١+١٠+٧	٢٨
أدهم	كمال	محمد	١١ +١٢+ ١١	٣٤
محمد	أدهم	كمال	٨ + ١٤ + ٧	٢٩
محمد	كمال	أدهم	٨ + ١٢ + ٦	٢٦
كمال	أدهم	محمد	٩ + ١٤ + ١١	٣٤
كمال	محمد	أدهم	٩ + ١٠ + ٦	٢٥

والوصول للحل في المشكلات الصغيرة سهلا. ولكنه يصبح صعبا كلما كبر حجم مشكلة التخصيص. فمثلا، مشكلة تخصيص أربع فنيين على أربع مشروعات تتطلب بدائل ٤! (٤×٣×٢×١) أي ٢٤ بديل. ومشكلة تحتوي على ثمانية عاملين وثمانية مشروعات ستحتاج إلى ٨! بديل أي (٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١) أي ٤٠٣٢٠ حل ممكن. لذلك لن يكون عمليا مقارنة هذا العدد من البدائل ونحتاج إلى طريقة أكثر كفاءة للحل.

الطريقة الهنجارية (أسلوب فلوود)

The Hungarian Method (Floods Technique)

تقدم لنا الطريقة الهنجارية في التخصيص طريقة كفء لإيجاد الحل الأمثل بدون الحاجة إلى إجراء مقارنة مباشرة لكل بديل. وتعتمد على أسلوب تخفيض المصفوفات Matrix Reduction، وذلك بطرح وإضافة أرقام مناسبة في جدول التكلفة أو الصفوف، يمكننا تصميم المشكلة في مصفوفة بتكلفة الفرصة الضائعة. وتكلفة الفرصة الضائعة تمثل الغرامة المرتبطة بتخصيص أي فرد إلى مشروع بدلا من تخصيص الأفضل أو الأقل تكلفة. وإذا تمكنا من تخفيض المصفوفة إلى النقطة حيث الفاقد صفر في كل صف وعمود، فسنتمكن من الوصول إلى الحل الأمثل، أي التخصيص حيث كل تكلفة للفرصة البديلة = صفر.

وتوجد ثلاث خطوات في طريقة التخصيص :

١- تحديد جدول الفرص البديلة عن طريق :

أ- طرح أصغر رقم في كل صف بالجدول الأساسي للتكلفة من كل رقم بالصف.

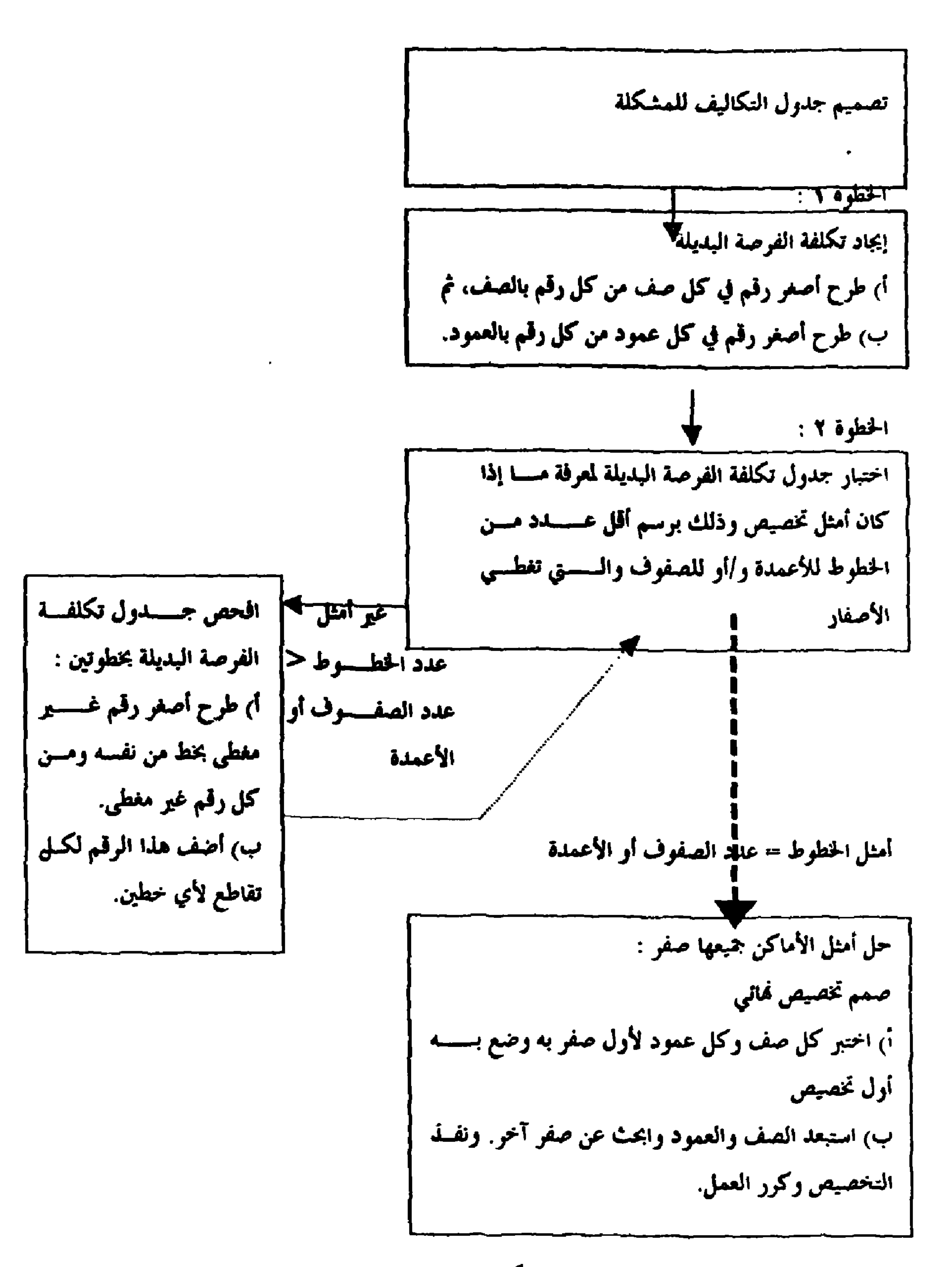
ب- طرح أصغر رقم في كل عمود بالجدول الناتج من (أ) من كل رقم بالعمود.

٢- اختبار الجدول الناتج من الخطوة الأولى لتحديد مدى إمكانية الوصول إلى حل أمثل. والأسلوب هو رسم خطوط مستقيمة تغطي كل الأصفار بالجدول. وإذا ساوى عدد الخطوط أي من عدد الصفوف أو عدد الأعمدة بالجدول، نكون وصلنا إلى التخصيص

الأمثل. وإذا كان عدد الخطوط أقل من عـــدد الصفــوف أو عــدد الأعمدة ننتقل للخطوة الثالثة.

٣- تعديل جدول تكلفة الفرصة البديلة الحالي : وذلك بطرح أصغـــر رقم غير مغطى بخط من كل الأرقام غير المغطاة بخط. ويتـــم إضافــة أصغر رقم هذا لأي تقاطع للخطوط الأفقيـــة والرأســية. ثم نعــود للخطوة رقم (٢) ونكرر العمل إلى أن نصل إلى أمثل تخصيص ممكن.

٤- ورياضيات التخصيص هذه ليست بصعوبة تطبيق رياضيات البرمجـة الخطية أو تعقيد إجراءات نموذج النقل. وكل ما تستخدمه هو مجموعة من عمليات الجمع والطرح وعناية خاصة بالإجراءات الثلاثة. هـــذه الخطوات تظهر بالشكل التالي.



الخطوة ١ : تصميم جدول تكلفة الفرصة البديلة

كما سبق وأن ذكرنا، فإن تكلفة الفرصة البديلة لأي قرار نتخذه في حياتنا يتكون من الفرص التي ضحينا بها في اتخاذ هذا القرار فمثلا، تكلفة الفرصة البديلة يمثل أجر الفرصة البديلة للوقت غير المستغل عند بدء القيام بعمل جديد، وهو الأجر الذي كان يمكن لهذا الفرد الحصول عليه إذا ما قام بالعمل في وظيفة أخرى.

ويمكن توضيح هذا المضمون الهام في عملية التخصيص. وذلك باستخدام جدول التكلفة الأصلي لمشكلة الورشة السابق عرضه بجدول (٢٩).

وبفرض أننا قررنا تخصيص كمال للجهاز (٢). فسيظهر بالجدول تكلفة هذا التخصيص ١٢ جنيه. وبناء على مضمون تكلفة الفرصة البديلة، فإن هذا ليس أمثل قرار. ونظرا لأن كمال يمكنه إصلاح الجهاز (٣) بتكلفة ٧ جنيه فقط. وتخصيص كمال للجهاز (٢) سيتضمن تكلفة فرصة بديلة قدرها ٥ جنيه (١٢ – ٧) . وهو المبلغ الذي تضحي به باتخاذ هذا التخصيص بدلا من استخدام أقلهم تكلفة. وبالمثل فإن تخصيص كمال للجهاز (١) يمثل تكلفة فرصة بديلة قدرها (٩ – ٧ = ٢ جنيه). وأخيرا، نظرا لأن تخصيص كمال للجهاز (٣) هو أمثل تخصيص يمكننا القول أن تكلفة الفرصة البديلة لهذا التخصيص = ٧ – ٧ = صفر جنيه. ونتيجة هذه العملية لكل الصفوف بجدول (٢٩) يطلق عليها تكلفة الفرصة البديلة للصف كما تظهر بجدول (٣٠).

ونلاحظ في هذه النقطة أنه بالرغم من أن تخصيص كمال للجهاز (٣) هو أرخص طريقة لاستخدام كمال فليس من الضروري أن يكون المدخل الأمثل لإصلاح الجهاز (٣)، حيث أن أدهم يمكنه تنفيذ نفس المهمة مقابل ٦ جنيهات

بمعنى آخر، إذا نظرنا إلى مشكلة التخصيص من وجهة نظر المشروع (الجهاز) بدلا من وجهة نظر العاملين الفنيين، فإن تكاليف الفرصة البديلة للأجهزة قد تكون مختلفة تماما.

وما نحتاجه هو استكمال الخطوة الأولى لطريقة التخصيص بتجميع جدول تكلفة الفرصة البديلة، أي مجموع يعكس تكاليف الفرصة البديلة للعمود والصف. ويظهر ذلك في الجزء (ب) من الخطوة الأولى لاستنتاج التكاليف بجدول (٣٠) فنطرح أصغر رقم في كل عمود من كل رقم بالعمود. وتظهر إجمالي تكلفة الفرصة البديلة بجدول (٣١).

ويمكنك ملاحظة أن الأعداد في الأعمدة ٣،١ هي نفسها كما في جدول (٣٠) نظرا لأن أصغر قيمة بكل عمود هي صفر. لذلك، قد يؤدي ذلك إلى أن تخصيص كمال للجهاز (٣) هو جزء من الحل الأمثل نظرا لطبيعة تكلفة الفرصة البديلة. وما نحاوله في القياس هو الكفاءة النسبية لكل جداول التكلفة وإيجاد أمثل تخصيص للحل.

خطوة ٢ : اختبار الوصول للحل الأمثل

يهدف مالك الورشة إلى تخصيص ثلاثة فنيين على الأجهزة المحتاجة إلى إصلاح بحيث يخفض تكلفة العمالة إلى أدنى تكلفة ممكنة. وحين ترجمة ذلك بتخصيصهم باستخدام جدول إجمالي تكلفة الفرصة البديلة، فيعني ذلك أننا نرغب في الوصول إلى إجمالي تكلفة فرصة بديلة للتخصيص قيمتها صفر. بمعنى آخر، للحل الأمثل قيمة صفر كتكلفة فرصة بديلة لكل أعمال التخصيص.

وبالنظر لجدول (٣١) نجد أربع احتمالات للحصول على صفر تكلفة فرصة بديلة للتخصيص. يمكننا تخصيص أدهم إلى الجهاز (٣) و محمد لأي من الجهاز (١) أو (٢). ولكن سيترك ذلك كمال بدون صفر تكلفة فرصة بديلة للتخصيص. تذكر انه لا يمكن تخصيص عاملين على نفس المهمة، بل يجب على كل منهما تنفيذ مهمة واحدة، وكل مهمة يجب أن يخصص لها عامل واحد. وبالرغم من ظهور أربعة أصفار في جدول التكلفة، فإنه ما زال ممكنا إجراء تخصيص يؤدي إلى إجمالي تكلفة فرصة بديلة قدرها صفر.

يوجد اختبار بسيط لتحديد مدى الوصول إلى الحل الأمثل. وذلك بإيجاد أدنى عدد من الخطوط المستقيمة (رأسية وأفقية) واللازمة لتغطية كل الأصفار بجدول التكلفة. (كل خط يرسم بحيث يغطي أكبر عدد من الأصفار في نفس الخط). وإذا تساوى عدد الخطوط مع عدد الأعمدة أو الصفوف بالجدول نكون جعلنا إلى تخصيص أمثل. وإذا وجدنا أن عدد الخطوط أقل من عدد الصفوف أو الأعمدة، نكون لم نصل بعد إلى التخصيص الأمثل. وفي هذه الحالة، يجب أن نستمر في الخطوة (٣) ونكون جدول جديد لإجمالي تكلفة الفرصة البديلة.

ويعرض الجدول (٣٢) أنه من الممكن تغطية كل الأربعة أصفار في جدول (٣١) بخطين فقط، ونظرا لوجود ٣ صفوف، فإن الحل الأمثل لم نصل إليه بعد.

جدول (٣١) جدول إجمالي تكلفة الفرصة البديلة لورشة السعادة القسم

العامل	الجهاز		
	(١)	(٢)	(٣)
أدهم	٥	٦	٠
محمد	٠	٠	٣
كمال	٢	٣	٠

جدول (٣٢) اختبار مدى الوصول إلى حل أمثل لورشة السعادة.

العامل	الجهاز		
	(١)	(٢)	(٣)
أدهم	٥	٦	٠
محمد	٠	٠	٠
كمال	٢	٣	٠

الخطوة ٣ : تعديل جدول الفرصة البديلة

نادرا، ما نحصل على حل أمثل من الجدول المبدئي لتكلفة الفرصة البديلة. وغالبا ما نحتاج إلى تعديل الجدول بحيث نحول واحد أو أكثر من التكلفة الأصفار من مكانها الحالي (المغطى بالخط) إلى مكان جديد غير مغطى بهذا الجدول بهدف جعل قيمة تكلفة الفرصة البديلة المكان غير المغطى صفر. وذلك

بطرح أقل قيمة غير مغطاة بخط من كل الأرقام المغطاة بخط مستقيم. ثم نضيف أصغر رقم هذا إلى كل رقم يقع في تقاطع أي خطين (بما في ذلك الأصفار).

وأصغر قيمة غير مغطاة في جدول (٣٢) هي ٢، لذلك يتم طرحها من كل الأربع أرقام غير المغطاة. ثم يتم إضافة ٢ إلى الرقم المغطى بتقاطع خطين رأسي وأفقي. وتظهر نتيجة الخطوة ٣ في جدول (٣٣).

ولاختيار التخصيص الأمثل، نعود إلى الخطوة ٢ ونبحث عن أدنى رقم من الخطوط اللازمة لتغطية كل الأصفار في جدول تكلفة الفرصة البديلة المعدلة. ونظرا لاحتياجنا إلى ثلاثة خطوط لتغطية الأصفار، راجع جدول (٣٤)، حيث نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل.

جدول (٣٣) جدول تكلفة الفرصة البديلة المعدلة لورشة السعادة.

العامل	الجهاز		
	(١)	(٢)	(٣)
أدهم	٣	٤	٠
محمد	٠	٠	٥
كمال	٠	١	٠

جدول (٣٤) اختبار الوصول إلى الحل الأمثل في جدول تكلفة الفرصة البديلة.

العامل	الجهاز		
	(١)	(٢)	(٣)
أدهم	٣	٤	٥
محمد	٠	٠	٥
كمال	٠	١	٠

إعداد التخصيص النهائي

من الواضح أن الحل الأمثل لمشكلة التخصيص بورشة السعادة هي أدهم للجهاز (٣)، محمد للجهاز (٢)، وكمال للجهاز (١). وعند حل مشاكل أكبر من المفضل الاعتماد على أسلوب أكثر تنظيما للوصول إلى تخصيص أمثل. وأحد هذه الطرق هي أخذ صف أو عمود به خلية واحدة بها صفر. مثل هذا الموقف نجده في الصف الأول. صف أدهم، وفيه صفر بالجهاز (٣). والتخصيص يمكن أن يتم لهذه الخلية. ونرسم خط على صفها وعمودها. (جدول ٣٥) ثم نستكمل من الخلايا غير المغطاة بخط نختار صف أو عمود به صفر ونقوم بتخصيص كل فرد على مهمة.

وتظهر إجمالي تكلفة العمالة لهذا التخصيص مستكملا من جدول التكاليف رقم (٢٩) كما يلي :

التخصيص	التكلفة جنيه
أدهم للجهاز ٣	٦
محمد للجهاز ٢	١٠
كمال للجهاز ١	٩
إجمالي التكلفة	٢٥

جدول (٣٥) إيجاد التخصيص النهائي لورشة السعادة.

أ) التخصيص الأول				ب) التخصيص الثاني				ج) التخصيص الثالث			
العامل	١	٢	٣	العامل	١	٢	٣	العامل	١	٢	٣
أدهم	٣	٤	٠	أدهم	٣	٤	٠	أدهم	٣	٤	٠
محمد	٠	٠	٥	محمد	٠	٠	٥	محمد	٠	٠	٥
كمال	٠	١	٠	كمال	٠	١		كمال		١	

إضافة صفوف وأعمدة وهمية

Dummy Rows and Dummy Columns

تحتاج إجراءات الحل لمشكلة التخصيص أن يكون عـــدد الصفــوف في الجدول يعادل عدد الأعمدة. وغالبا ما سنجد أن عدد العاملين أو الأشياء الـتي يتم تخصيصها لا تعادل عدد المهام أو العملاء أو الحالات المذكورة في الأعمــدة. وفي هذه الحالة سنجد عدد الصفوف يزيد عن عدد الأعمدة، نضيــف أعمــدة وهمية أو مهام وهمية (مماثلة لحالة عدم التوازن في مشكلة النقل)، وإذا كـــان

عدد المهام التي يجب تنفيذها أكبر من عدد العاملين المتاحين، نضيف صف وهمي. مما يؤدي إلى تكوين جدول ذو أبعاد متماثلة مما يمكننا من حل المشكلة كما سبق. ونظرا لأن المهام الوهمية أو الأفراد الوهميين غير موجودين، فمن المعقول أن نضع صفر في صفها أو عمودها كتكلفة أو وقت مقدر.

بفرض أن صاحب ورشة السعادة لديه عامل رابع درويش متاح للعمل لأي من الأعمال الثلاثة المعروضة. ويمكن لدرويش القيام بالمشروع الأول مقابل ١٠ جنيه، والثاني مقابل ١٣ جنيه، والثالث مقابل ٨ جنيه. ويواجه مالك الورشة نفس المشكلة الأساسية، وهي تحديد العامل المناسب لتنفيذ المهمة بشرط تدنيه إجمالي تكاليف العمالة.

ونظرا لعدم وجود مشروع رابع، نضيف عمود وهمي أو مشروع وهمي. ويظهر جدول التكلفة المبدئية في جدول (٣٦) أحد العاملين (كما هو متوقع) سيتم تخصيصه للمشروع الوهمي، بمعنى آخر هذا العامل لن تخصص له أي مهمة. ومطلوب منك إيجاد الحل الأمثل للمشكلة الظاهرة بالجدول (٣٦).

جدول (٣٦) التكاليف المقدرة لإصلاح الأجهزة بورشة السعادة بإضافة درويش.

العامل	المشروع			
	١	٢	٣	وهمي
أدهم	١١	١٤	٦	٠
محمد	٨	١٠	١١	٠
كمال	٩	١٢	٧	٠
درويش	١٠	١٣	٨	٠

مشاكل التقصية في التخصيص

Maximization Assignment Problems

تعرض بعض مشاكل التخصيص في شكل تقصية العوائد، الأرباح، أو الفعالية، بدلا من تدنيه التكاليف. ومن السهل الحصول على مشكلة تدنيه وذلك بتحويل كل الأرقام بالجدول إلى تكلفة فرصة بديلة. وذلك بطرح كل رقم في جدول العوائد من أكبر رقم في ذلك الجدول. وتمثل النتائج المستخرجة تكلفة الفرصة البديلة، ويصبح تدنيه تكلفة الفرصة البديلة مؤديا إلى نفس نتائج التخصيص في المشكلة الأساسية للتقصية. وإذا ما تم الوصول إلى التخصيص الأمثل لهذه المشكلة المحولة، نصل إلى إجمالي العوائد أو الأرباح بإضافة العوائد الأصلية إلى الخلايا الظاهرة بالحل الأمثل للتخصيص.

لندرس المثال التالي. ترغب البحرية المصرية في تخصيص أربع سفن دوريات على أربعة أقسام بشاطئ البحر الأبيض. ونظرا لأن بعض السفن تخصص في بعض القطاعات لمتابعة سفن الصيد غير المصرح لها بالصيد في المياه الإقليمية، وفي قطاعات أخرى تخصص لمراقبة الغواصات المعادية، فقد أعطى قائد الأسطول درجة لكل سفينة تعادل كفاءتها المحتملة في كل قطاع. وتظهر هذه الكفاءة النسبية في جدول (٣٧). وعلى أساس الترتيب الظاهر، يرغب القائد في تخصيص سفن الدورية بحيث يحقق أعلى كفاءة شاملة.

وخطوة بخطوة، تكون إجراءات الحل كما يلي، نحول أولا جدول تقصية الكفاءة إلى جدول تدنيه تكلفة الفرصة البديلة. وذلك بطرح كل ترتيب من ١٠٠، وهي أعلى ترتيب في الجدول بأكمله. وتظهر تكلفة الفرصة البديلة الناتجة في جدول (٣٨).

ثم تتبع الخطوة ١،٢ من خطوات التخصيص. وأقل رقم في كل صف يطرح من هذا الصف (أنظر جدول (٣٩) ثم أصغر رقم في كل عمود يتم طرحه من كل رقم في ذلك العمود (كما في جدول ٤٠).

وأقل عدد من الخطوط اللازمة لتغطية الأصفار بذلك الجدول هي أربعة خطوط. وبذلك نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل. وعليك تحديد أفضل حل، وهو السفينة ١ إلى القطاع د، والسفينة ٢ للقطاع جـ، والسفينة ٣ للقطاع ب، والسفينة ٤ للقطاع أ. ويظهر جدول الكفاءة الشامل محسوبا من البيانات الأصلية للكفاءة بجدول (٣٧) كما يلي :

التخصيص	الكفاءة
السفينة ١ للقطاع د	٥٥
السفينة ٢ للقطاع جـ	٨٠
السفينة ٣ للقطاع ب	١٠٠
السفينة ٤ للقطاع أ	٦٥
إجمالي الكفاءة	٣٠٠

جدول (٣٧) كفاءة السفن في قطاعات الدورية.

السفينة	القطاع			
	أ	ب	جـ	د
١	٢٠	٦٠	٥٠	٥٥
٢	٦٠	٣٠	٨٠	٧٥
٣	٨٠	١٠٠	٩٠	٨٠
٤	٦٥	٨٠	٧٥	٧٠

جدول (٣٨) تكلفة الفرصة البديلة لسفن الدورية.

السفينة	القطاع			
	أ	ب	جـ	د
١	٨٠	٤٠	٥٠	٤٥
٢	٤٠	٧٠	٢٠	٢٥
٣	٢٠	٠	١٠	٢٠
٤	٣٥	٢٠	٢٥	٣٠

أسئلة وتطبيقات :

أسئلة :

١- هل يعتبر نموذج النقل مثال لاتخاذ القرارات في ظل حالة التأكد أم في ظل عدم التأكد؟ ولماذا؟

٢- لماذا تقدم طريقة فوجل التقريبية حل مبدئي جيد؟ وهل يمكن لقاعدة الركن الشمالي الشرقي الوصول إلى حل مبدئي بمثل هذا الانخفاض في التكلفة الكلية؟

٣- ما هي مشكلة النقل المتوازنة؟ اشرح المدخل الذي تستخدمه لحل مشكلة غير متوازنة.

٤- ما هي أوجه الاختلاف بين طريقة النقل المعدلة وبين طريقة الحجر المتنقل؟

٥- باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي اشرح كيفية عملها. واعرض جدول الحل المبدئي لمشكلة شركة الأثاثات الظاهرة في جدول (٢) بهذا الفصل باستخدام طريقتك الجديدة. ما هو تعليقك على نتائج هذا الحل المبدئي؟

٦- اشرح ما يحدث عندما لا يحقق حل لمشكلة النقل قاعدة أن الخلايا المستغلة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - ١.

٧- ما هو المدخل التقريبي لحل مشكلة التخصيص؟ هل من العملي حل مشكلة ٥ صفوف × ٥ أعمدة؟ ٧ صفوف × ٧ أعمدة؟ لماذا؟

٨- ارجع إلى مشكلة النقل في بداية هذا الفصل. كيف يمكن حل مشكلة التخصيص باستخدام مدخل النقل؟ حل مشكلة ورشة

السعادة الواردة بهذا الفصل جدول (٢٧) باستخدام مدخل النقـل.

ما هي الظروف التي تجعل حل هذه المشكلة صعبا؟

تطبيقات محلوله :

(١) لشركة المقاولون العرب ثلاث مصانع خرسانة سابقة التجهيز بمواقع مختلفة ولها ثلاثة مشاريع إنشاءات كبرى موزعة على مناطق جغرافية مختلفة. ويظهر في الجدول التالي تكلفة نقل حمولة اللوري، وطاقة المصانع، واحتياجات المشاريع.

(أ) صمم جدول الحل المبدئي لمشكلة النقل للشركة باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي.

(ب) احسب تكلفة المسارات غير المستغلة (الخلايا الفارغة) باستخدام طريقة الحجر المتنقل واحسب دليل التحسن. تذكر :

١- افحص أن الطلب يساوي العرض.

٢- املأ الجدول باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي.

٣- افحص وجود عدد كاف من الخلايا الحجرية للحل العادي. عدد الصفوف + عدد العمدة – ١ = عدد الخلايا المستغلة.

٤- أوجد مسار مغلق لكل خلية غير مستغلة.

٥- حدد دليل التحسن لكل خلية غير مستغلة.

٦- انقل اكبر عدد ممكن من الوحدات إلى الخلايا التي تؤدي إلى أفضل تحسن.

٧- كرر الخطوة من ٣ إلى ٦ إلى أن تصل إلى عدم وجود تحسن إضافي.

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	١٠ جم	٥ جم	١١ جم	٧٠
مصنع ٢	١٢	٥	٨	٥٠
مصنع ٣	٩	٧	٦	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

الحل :

(أ) طريقة الركن الشمالي الشرقي :

التكلفة المبدئية= ١٠×٤٠ + ٤×٣٠ + ٥×٢٠ + ٨×٣٠ + ٦×٣٠

= ١٠٤٠ جنيه

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	(١٠) ٤٠	(٤) ٣٠	(١١)	٧٠
مصنع ٢	(١٢)	(٥) ٢٠	(٨) ٣٠	٥٠
مصنع ٣	(٩)	(٧)	(٦) ٣٠	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

(ب) باستخدام طريقة الحجر المتنقل يظهر دليل التحسن كما يلي :

المصنع ١ إلى المشروع جـ = ١١ – ٤ + ٥ – ٨ = +٤

(مسار مغلق $ت_{٣١}$ – $ت_{٢١}$ + $ت_{٢٢}$ – $ت_{٣٢}$)

حيث ت تكلفة صف، عمود

$ت_{١١}$ تكلفة الخلية بالصف الأول العمود الأول.

$ت_{٣٢}$ تكلفة الخلية بالصف الثاني العمود الثالث.

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	(١٠) ٤٠	(٤) ٣٠ ←	(١١)	٧٠
مصنع ٢	(١٢)	(٥) ٢٠	(٨) ٣٠ →	٥٠
مصنع ٣	(٩)	(٧)	(٦) ٣٠	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

مسار المصنع ٢ المشروع أ

دليل التحسن = ١٢ – ٥ + ٤ – ١٠ = +١ جنيه

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	١٠ / ٤٠ ←	٤ / ٣٠	١١	٧٠
مصنع ٢	١٢	٥ / ٢٠ →	٨ / ٣٠	٥٠
مصنع ٣	٩	٧	٦ / ٣٠	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

مسار المصنع ٣ المشروع أ

دليل التحسن = ٩ – ٦ + ٨ – ٥ + ٤ – ١٠ = صفر

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	١٠ ٤٠	٤ ٣٠	١١	٧٠
مصنع ٢	١٢	٥ ٢٠	٨ ٣٠	٥٠
مصنع ٣	٩	٧	٦ ٣٠	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

مسار المصنع ٣ المشروع ب

دليل التحسن = ٧ – ٦ + ٨ – ٥ = +٤ جنيه

من / إلى	مشروع أ	مشروع ب	مشروع جـ	طاقة المصانع
مصنع ١	١٠ ٤٠	٤ ٣٠	١١	٧٠
مصنع ٢	١٢	٥ ٢٠ ←	٨ ٣٠	٥٠
مصنع ٣	٩	٧	٦ ٣٠ →	٣٠
إجمالي الاحتياجات	٤٠	٥٠	٦٠	١٥٠

ونظرا لأن كل النتائج كانت صفر أو أكثر من الصفر (جميعها موجبة او صفر) فإن الحل المبدئي هو الحل الأمثل أي :

٤٠ وحدة من المصنع ١ إلى المشروع أ

٣٠ وحدة من المصنع ١ إلى المشروع ب

٢٠ وحدة من المصنع ٢ إلى المشروع ب

٣٠ وحدة من المصنع ٢ إلى المشروع جـ

٣٠ وحدة من المصنع ٣ إلى المشروع جـ

وإذا وجدنا مسار يؤدي دليل تحسنه سالب ننفذ مساره في حدود أعلى عدد من الوحدات يمكن نقلها دون التأثير على احتياجات الطلب، ثم نختبر الخلايا الفارغة مرة أخرى.

تطبيقات

(١) قررت إدارة شركة الأثاثات التوسع في طاقتها الإنتاجية في مصنعها بدمياط ولتخفيض تكاليف إنتاجها في المصانع الأخرى. وقد تبين تحول في السوق نحو شراء مكاتبها وعدلت من احتياجات منافذها الثلاثة.

احتياجات منافذ التوزيع الجديدة		طاقات المصانع	
أسوان	٢٠٠ مكتب	دمياط	٣٠٠ مكتب
الزقازيق	٢٠٠ مكتب	الإسكندرية	١٥٠ مكتب
الحمام	٣٠٠ مكتب	القاهرة	٢٥٠ مكتب

من / إلى	أسوان	الزقازيق	الحمام
دمياط	٥	٤	٣
الإسكندرية	٨	٤	٣
القاهرة	٩	٧	٥

أ- استخدم طريقة الركن الشمالي الشرقي لتصميم جدول الحل المبدئي وأحسب تكلفته.

ب- استخدم طريقة الحجر المتنقل لاختبار إمكانية إيجاد حل أفضل.

جـ- اشرح معنى وتبعات دليل التحسن المساوي للصفر. وما هي القرارات التي قد تتخذها الإدارة بهذه المعلومات؟ وكيف يتأثر الحل النهائي؟

(٢) يتم التحكم في بنوك الدم الثلاثة الموجودة بالإسكندرية من مركز رئيسي لبنك الدم الذي يورد إلى أربع مستشفيات. وتظهر تكلفة نقل كل صندوق حفظ الدم من كل بنك إلى كل مستشفى كما في الجدول التالي.

كما يظهر الاحتياجات الأسبوعية لكل مستشفى وعدد الصناديق المتاحة في كل بنك دم.

ما هو عدد الشحنات المثالية من كل بنك دم إلى كل مستشفى بحيث تنخفض تكاليف النقل لأدنى حد ممكن؟

إلى / من	مستشفى (١)	مستشفى (٢)	مستشفى (٣)	العرض
بنك ١	٨	٩	١٦	٥٠
بنك ٢	١	٧	٨	٨٠
بنك ٣	١	١	٧	١٢٠
الطلب	٩٠	٧٠	٤٠	٢٥٠

وبفرض أن المعروض من البنك (١) ٧٠ وحدة، ما هو التوزيع الأمثل؟

(٣) إذا أعطي لك الجدول التالي لمشكلة النقل :

إلى / من	الجهة (١)	الجهة (٢)	الجهة (٣)	العرض
مصدر ١	٨	٩	٤	٧٢
مصدر ٢	٥	٦	٨	٣٨
مصدر ٣	٧	٩	٦	٤٦
مصدر ٤	٥	٣	٧	١٩
الطلب	١١٠	٣٤	٣١	١٧٥

أوجد جدول الحل المبدئي باستخدام طريقة الركن الشمالي الشرقي وما هو الشرط الخاص الواجب توفره؟ وما هي خطوات حل المشكلة؟

(٤) لشركة سكك حديد مصر عربات لنقل الفحم. وفي ١/١٠/٢٠٠٠ كانت العربات الفارغة بالمحطات التالية :

المدينة	عدد العربات المتاحة
الإسكندرية	٣٥
طنطا	٦٠
القاهرة	٢٥

وستحتاج المدن التالية إلى عربات فحم كما يلي :

أسيوط	٣٠
بورسعيد	٤٥
مرسى مطروح	٢٥
الفيوم	٢٠

وباستخدام خريطة السكك الحديدية تم تجميع بيانات الجـــدول التـــالي والذي يحتوي على المسافات بين المدن بالكيلو متر.

	أسيوط	بورسعيد	مرسى مطروح	الفيوم
إسكندرية	٥٠	٣٠	٦٠	٧٠
طنطا	٢٠	٨٠	١٠	٩٠
القاهرة	١٠٠	٤٠	٨٠	٣٠

المطلوب : تدنية إجمالي الكيلومترات التي ستستخدم لنقل العربـــات إلى أماكنها الجديدة. استخدم طريقة الركن الشمالي الشرقي، وطريقة النقل المعدلة.

الفصل الثامن

نماذج التحليل الشبكي
Network Models

مقدمة :

عادة ما تكون معظم المشروعات التي تنفذها المنشآت الكبرى ضخمة ومعقدة. فالمقاول الذي يبني مبنى إداري، مثلا، عليه أن يستكمل آلاف الأنشطة تتكلف ملايين الجنيهات. وشركة ترسانة الإسكندرية عليها إجراء آلاف الخطوات قبل أن تدشن سفينة جديدة للإبحار. وتهتم كل شركة بكيفية إدارة المشروعات الكبرى والمعقدة بكفاءة نظرا لتأثيرها على مستقبل الشركة.

وهي مشكلة صعبة، والتكاليف المرتبطة بها مرتفعة، فقد تم ضياع ملايين الجنيهات في التكاليف الزائدة نتيجة لضعف التخطيط للمشروعات وللتأخير غير الضروري نتيجة ضعف جدولة العمليات. كيف يمكن حل هذه المشكلة؟

أسلوب تقويم ومتابعة البرامج Program Evaluation & Review Technique وأسلوب المسار الحرج سي. بي. إم CPM Critical Path Method من أكثر الأساليب الكمية التي تساعد المديرين

في تخطيط، وجدولة، ومتابعة، ورقابة المشروعات الكبرى والمعقـــدة. وقـــد تم تطويرها نظرا للحاجة الماسة لطريقة أفضل لإدارة المشروعات.

إطار أسلوب تقييم ومتابعة البرامج وأسلوب المسار الحرج
Framework of PERT and CPM

توجد ست خطوات لكل من برت وسي. بي. إم وهي :

١- حدد المشروع وكافة أنشطته ومهامه الرئيسية.

٢- أوجد العلاقة بين الأنشطة. وحدد أي الأنشطة يجب أن تسبق أو تلحـــق الأنشطة الأخرى.

٣- ارسم الشبكة الموصلة بين الأنشطة.

٤- حدد الوقت و/أو التكلفة المقدرة لكل نشاط.

٥- احسب مسار أطول زمن داخل الشبكة، وهو المسار الحرج.

٦- استخدم الشبكة المساعدة في تخطيط، وجدولة، ومتابعة، والرقابة علـــى المشروع.

ويعتبر تحديد المسار الحرج جزءا أساسيا في الرقابة على المشروع. وتمثـــل الأنشطة على المسار الحرج الأنشطة التي تؤدي إلى تأخير تسليم المشروع ككـــل إذا ما تأخر إنجازها. ويتاح للمديرين مرونة في تخصيص الموارد بتحديد الأنشـــطة غير الحرجة والتي تمكنهم من إعادة تخطيط وجدولة وإعادة تخصيـــص المـــوارد المتاحة مثل الأفراد والأموال.

وبالرغم من أن برت وسي بي إم يتماثلا في مدخلهما الأساسي إلا أنهما يختلفا في الطريقة التي يتم بها تقدير زمن النشاط. فلكل نشاط في برت ثلاث تقديرات للزمن يمزجوا للوصول إلى الزمن المتوقع لإنجاز النشاط وتحديد الانحراف عنه. وبالتالي فإن برت أسلوب احتمالي، فهي تسمح لنا بإيجاد احتمالات إتمام المشروع ككل.

وتستخدم تقديران، الزمن العادي، والزمن المعجل لكل نشاط. والزمن العادي هو الزمن المتوقع أن ينجز فيه النشاط في ظل الظروف العادية. والزمن المعجل هو أقصر زمن يمكن أن ينجز فيه النشاط إذا ما تم تخصيص موارد وأموال إضافية لهذه المهمة.

سندرس في هذا الفصل كل من برت وسي بي إم وأسلوب برت/تكلفة والذي يمزج بين منافع كل من برت وسي بي إم.

الأساليب الأخرى لأسلوب الشبكات

بالإضافة إلى برت وسي بي إم يوجد عديد من أساليب الشبكات سيتم دراستها في هذا الفصل.

خطوط الأنابيب، أسلوب أقصى تدفق **Maximal-Flow Technique** لإيجاد أقصى تدفق لأي كمية أو مادة داخل شبكة. ويحدد هذا الأسلوب في أحد استخداماته أقصى عدد من السيارات (سيارات وشاحنات، وغيرها) التي يمكن أن تمر خلال شبكة طرق من أحد المواقع إلى موقع آخر. أخيرا، أسلوب أقصر طريق **Shortest-route Technique** لإيجاد أقصر طريق من مدينة إلى أخرى باستخدام شبكة الطرق.

وكل الأمثلة المستخدمة لوصف الأساليب المختلفة للشبكات في هذا الفصل صغيرة ومبسطة بالمقارنة بمشاكل الحياة العملية. ونهدف من ذلك إلى جعل الأسلوب سهلا حتى يمكنك تفهمه. وفي عديد من الحالات، فإن المشاكل الصغيرة للشبكات يمكن حلها بسهولة باستخدام المنطق، ولكن للمشاكل الكبرى، فإن إيجاد الحل يمكن أن يكون صعبا للغاية ويصبح من الضروري استخدام أساليب الشبكات التي سندرسها. وقد تتطلب المشاكل الكبيرة مئات أو ربما آلاف من عمليات التحسين. ولاستخدام الحاسب في حلها نحتاج إلى الأسلوب المنظم الذي سندرسه في هذا الفصل.

برمجة وتقييم المشروعات PERT

يمكن تجزئة أي مشروع كبير إلى عديد من الأنشطة الأصغر أو المهام التي يمكن تحليلها باستخدام برت. وعندما تتعرف على احتواء المشروعات على آلاف من الأنشطة، ستجد لماذا يجب الإجابة على الأسئلة التالية :

١- متى سيتم الانتهاء من المشروع ككل؟

٢- ما هي الأنشطة الحاسمة أو المهام الحاسمة في المشروع؟ أي الأنشطة التي يؤدي التأخير في تنفيذها إلى تأخير المشروع ككل؟

٣- ما هي الأنشطة غير الحاسمة؟ أي الأنشطة التي يمكن أن يتأخر تنفيذها دون أن يؤثر ذلك على موعد الانتهاء من المشروع؟

٤- ما هي احتمالات إتمام المشروع في تاريخ معين؟

٥- في أي تاريخ معين، هل إنجاز المشروع في موعده، أم أقل من موعده، أو أطول من موعده؟

٦- في أي تاريخ معين، هل الأموال المنفقة تعادل، أو أقل من، أو أكبر من المبلغ المقدر؟

٧- هل توجد موارد كافية متاحة لإتمام المشروع في موعده؟

٨- إذا طلب إنهاء المشروع في زمن أقصر، ما هي أفضل طريقة لذلك بأقل تكلفة؟

مثال استخدام شركة أسمنت بورسعيد لنموذج برت

شركة أسمنت بورسعيد شركة لإنتاج الأسمنت. وقد حاولت لفترة تجنب نفقات تركيب معدات التحكم في تلوث الهواء. وقد أعطت المجموعة المحلية لحماية البيئة ١٦ أسبوعا للشركة لإنشاء نظام لتنقية الهواء على مداخنها. وقد أخطرت شركة بورسعيد بأنه سيتم إغلاق المصنع ما لم تنشأ الأجهزة في الوقت المحدد. ويرغب رئيس الشركة في التأكد من أن نظام التنقية ينفذ بسهولة وفي الوقت المحدد.

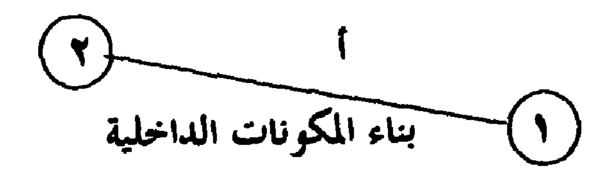
وعند بدء المشروع فإن بناء المكونات الداخلية للجهاز (النشاط أ) والتعديلات اللازمة للأرضية وللسقف (النشاط ب) يمكن البدء فيهما. ويمكن أن يبدأ إنشاء خزان التجميع (النشاط جـ) بمجرد الانتهاء من الأجزاء الداخلية. ويمكن أن يتم صب السقف الخرسانة وهيكل المنشأ (النشاط د) بمجرد تعديل السقف والأرضية. وبمجرد إنشاء خزان التجميع، يمكن بناء الفرن الحراري (النشاط هـ) وتركيب نظام التحكم في تلوث الهواء (النشاط و). وبإتمام بناء الفرن وصب السقف الخرسانة، والهيكل يمكن تركيب نظام التحكم في التلوث (النشاط ز) ثم يفحص النظام ويختبر (نشاط ح) وكل هذه الأنشطة

تبدو معقدة إلى أن توضع على شبكة. لذلك يجب البدء بإعداد قائمـــــة لكـــل الأنشطة. كما في جدول (١).

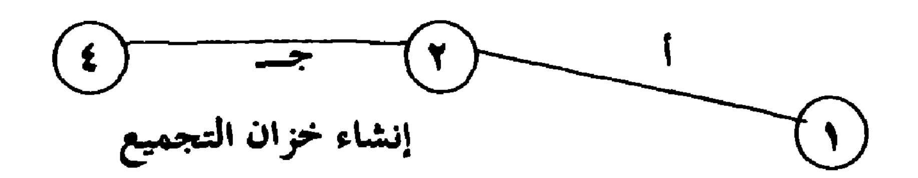
جدول (١) الأنشطة والنشاط السابق لها مباشرة لشركة أسمنت بورسعيد

النشاط	الوصف	النشاط السابق مباشرة
أ	بناء المكونات الداخلية	–
ب	تعديل السطح والأرضية	–
جـ	إنشاء خزان التجميع	أ
د	صب الخرسانة والهياكل	ب
هـ	بناء فرن عالي الحرارة	جـ
و	تركيب نظام التحكم	جـ
ز	تركيب جهاز منع التلوث	د، هـ
ح	الفحص والاختبار	و، ز

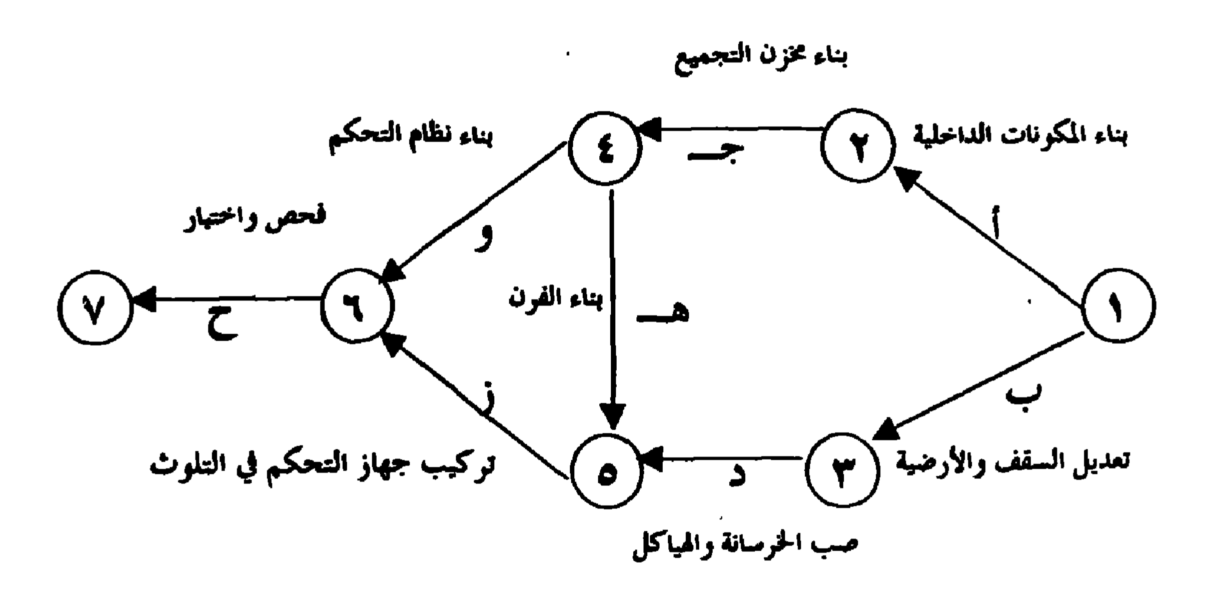
رقم يحدد مكان. فمثلا، النشاط أ يمكن أن يرسم كما يلي :



حيث يبدأ بالحدث ١ وينتهي بالحدث ٢. والنشاط جـ يبدأ بعد انتهاء أ لذلك يمكن أن يرسم كما يلي :



ويستخدم الرقم داخل الحدث لتحديد بداية أو نهاية النشاط.
وسنرسم شبكة برت لشركة بورسعيد. كما في شكل (١)



شكل (١) شبكة برت لشركة بورسعيد

ويجب ملاحظة أن رسم شبكة برت يحتاج إلى وقت وخبرة فتبدأ من دائرة البداية الدائرة (١) والتي لا يسبقها أي نشاط وترسم الأنشطة من هذه البداية (في هذه الحالة أ، ب) ويتم رسم الدوائر والأنشطة الأخرى بشرط المحافظة على العلاقات بين الدوائر والأنشطة. ويجب التأكد من أن كل الأنشطة السابقة على النشاط المعين مباشرة تم تمثيلها بالشبكة بطريقة جيدة. وعند بداية رسم الشبكة، من المستحيل تقريبا رسم كل الأنشطة في خطوط مستقيمة. ومن

المفضل رسم نسخة كمسودة للشبكة، وتتأكد من أن كل العلاقات تم إعدادها، ثم تعيد رسم الشبكة مع جعل كل خطوط الأنشطة مستقيمة.

أزمنة النشاط Activity Time

الخطوة التالية في إجراءات برت هي تخصيص تقديرات للزمن اللازم لاستكمال كل نشاط. وعادة ما يستخدم الأسبوع كمقياس للزمن.

وعادة ما يكون من الصعب تحديد تقديرات زمن إنجاز النشاط للمشروعات غير المتكررة وللمهام الجديدة. وبدون بيانات تاريخية يعتمد عليها. فعادة ما يكون المديرين غير متأكدين من أزمنة النشطة. ولهذا السبب استخدم مصممي برت توزيع احتمالي يعتمد على ثلاث تقديرات لزمن كل نشاط.

والتقديرات الثلاث هي :

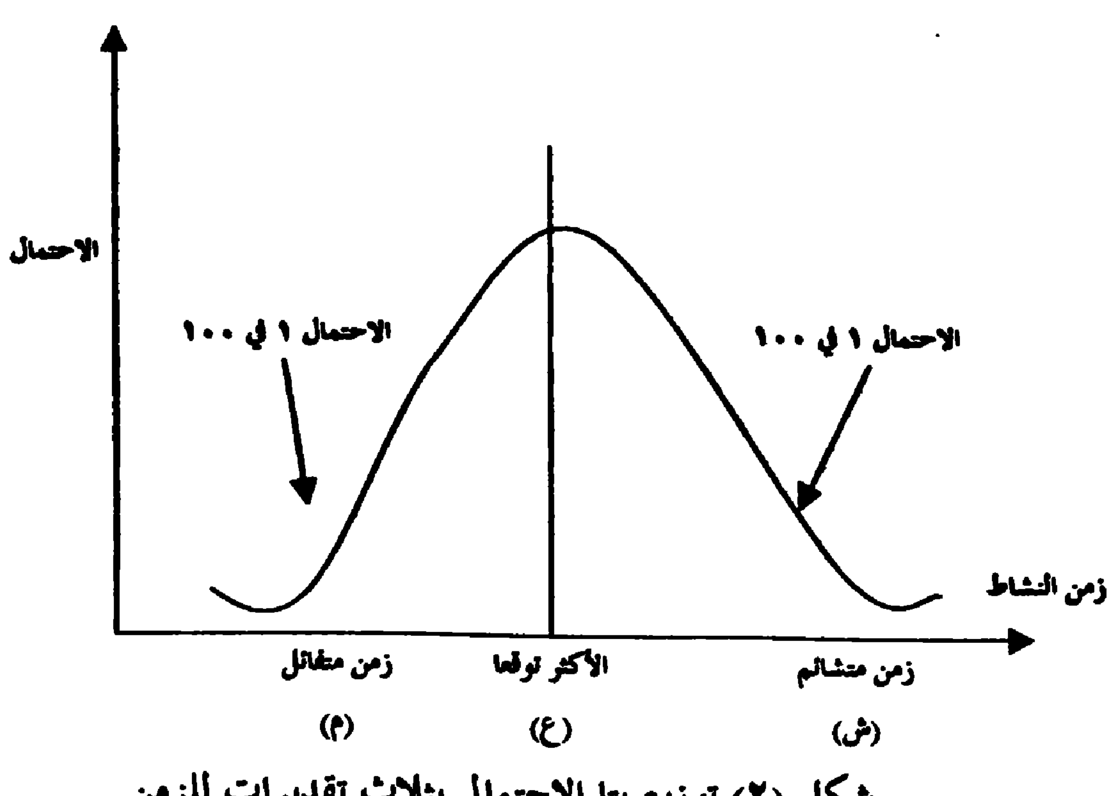
الزمن المتفائل م Optimistic Time = الزمن الذي يمكن تنفيذ النشاط فيه إذا ما تم كل شيء بطريقة جيدة. ونخصص له احتمال محدود (مثلا، ١%).

الزمن الأكثر توقعا ع Most Likely Time = الزمن الواقعي لإنجاز النشاط.

الزمن المتشائم ش Pessimistic Time = الزمن الذي يحتاجه النشاط بفرض حدوث ظروف غير ملائمة. نخصص له احتمال محدود لإمكانية حدوثه.

وتفترض برت أن التقديرات تتبع توزيع بتا الاحتمالي Beta Probability Distribution شكل (٢) هذا التوزيع المستمر يكون مناسبا

في عديد من الحالات لتحديد القيمة المتوقعة والانحرافات في أزمنة إنجاز الأنشطة.



شكل (٢) توزيع بتا الاحتمالي بثلاث تقديرات للزمن

ولإيجاد الزمن المتوقع ت لنشاط ما، فــإن توزيــع بتــا يعطــي أوزان للتقديرات كما يلي :

$$ت = \frac{م + ٤ع + ش}{٦}$$

ولحساب التشتت أو الانحراف عن هذا الزمن المقدر نســتخدم المعادلــة التالية :

$$\text{الانحراف} = \left(\frac{\text{ش} - \text{م}}{٦}\right)^{٢}$$

ويعرض الجدول رقم (٢) تقديرات الزمن المتفائل، والأكثر توقعا، والمتشائم لكل نشاط بمشروع شركة بورسعيد. ويحدد الزمن المتوقع (ت) والانحراف لكل نشاط باستخدام المعادلتان السابقتان.

جدول (٢) تقديرات الزمن بالأسبوع لمشروع شركة بورسعيد

النشاط	متفائل م	أكثر توقعا ع	متشائم ش	الزمن المتوقع ت = [(أ+٤ ع+ش)/٦]	الانحراف ت= [(ش–م)/٦]٢
أ	١	٢	٣	٢	٣٦/٤
ب	٢	٣	٤	٣	٣٦/٤
جـ	١	٢	٣	٢	٣٦/٤
د	٢	٤	٦	٤	٣٦/١٦
هـ	١	٤	٧	٤	٣٦/٣٦
و	١	٢	٩	٣	٣٦/٦٤
ز	٣	٤	١١	٥	٣٦/٦٤
ح	١	٢	٣	٢	٣٦/٤
			إجمالي	٢٥	

كيفية إيجاد المسار الحرج

بالرغم من أن جدول (٢) يوضح أن إجمالي الزمن المتوقع للأنشطة الثمانية هو ٢٥ أسبوع، فمن الواضح أن عدة أنشطة يمكن أن تتم بالتوازي في نفس الوقت. ولتحديد زمن إنجاز المشروع، نعد تحليل المسار الحرج للشبكة.

والمسار الحرج **Critical Path** هو أطول مسار في الزمن داخل الشبكة. وإذا رغبت الشركة في تخفيض الزمن الكلي للمشروع فعليها تخفيض أزمنة بعض الأنشطة على المسار الحرج. وبالطبع فإن أي تأخير في الأنشطة على المسار الحرج سيؤخر إتمام المشروع ككل.

ولتحديد المسار الحرج علينا تحديد الأزمنة التالية لكل نشاط بالشبكة :

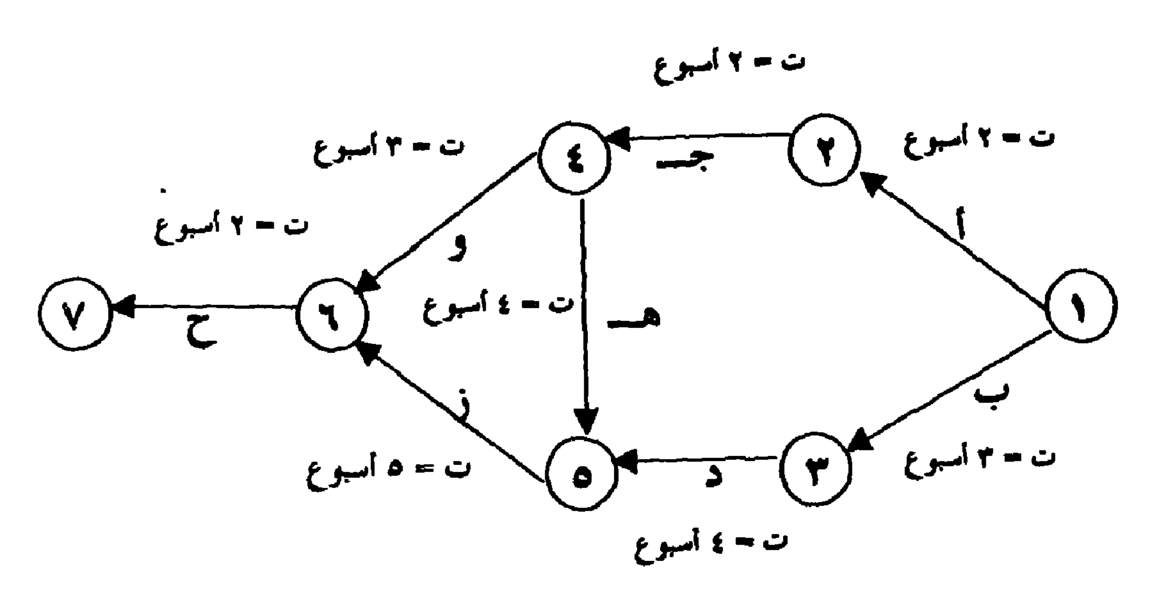
١- زمن البداية المبكر **Earliest start time** ب م : وهو أقرب زمن يمكن أن يبدأ فيه النشاط بدون تجاوز احتياجات النشاط السابق عليه مباشرة.

٢- زمن النهاية المبكر **Earliest finish time** ن م : وهو أقرب زمن يمكن أن ينجز فيه النشاط.

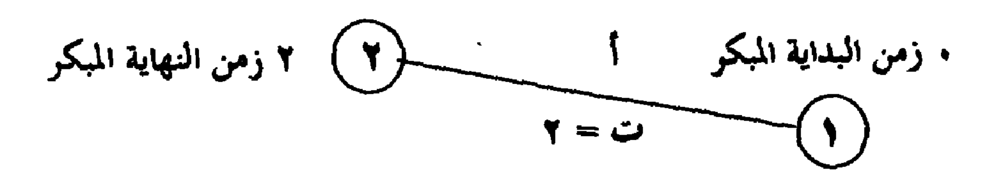
٣- زمن البداية النهائي **Latest start time** ب هـ : وهو آخر زمن يمكن لنشاط أن يبدأ منه دون تأخير لزمن إنجاز المشروع ككل.

٤- زمن النهاية النهائي **Latest finish time** ن هـ : وهو آخر زمن يمكن أن ينتهي فيه المشروع دون تأخير للمشروع ككل.

نبدأ من بداية الشبكة، الحدث (١)، ونحسب زمن البداية المبكر وزمـــن النهاية المبكر لكل نشاط. زمن البداية للحدث الأول، دائما صفر. ونظـــرا لأن النشاط أ زمنه المتوقع أسبوعان، فإن الزمن المبكر هو ٢.



شكل (٣) شبكة برت لشركة بورسعيد مع أزمنة متوقعة للأنشطة



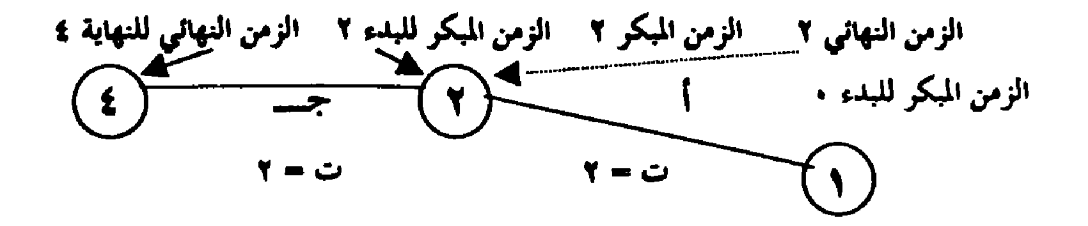
ويحسب زمن النهاية المبكر كما يلي :.

زمن النهاية المبكر = زمن البداية المبكر + الزمن المتوقع للنشاط

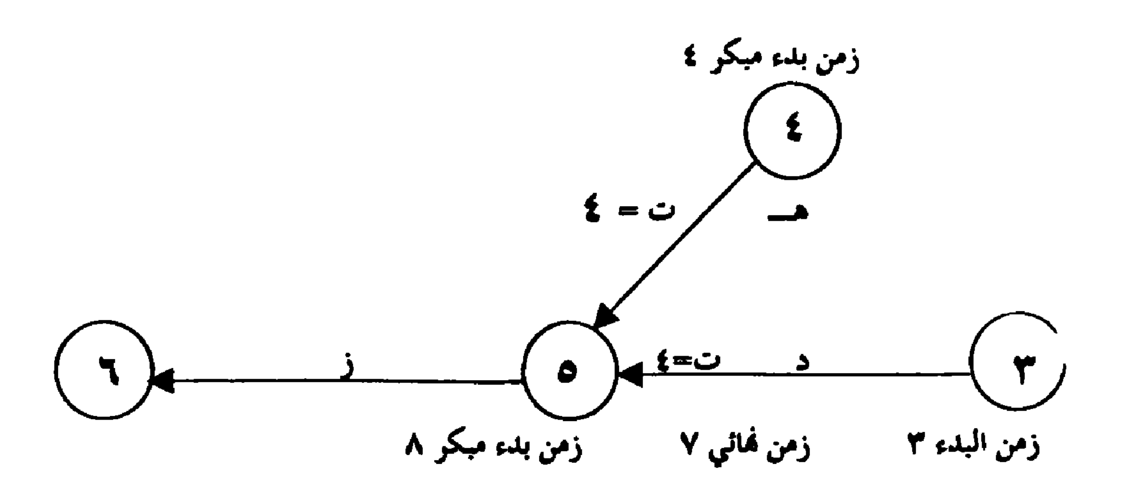
= ٠ + ٢ = ٢

قاعدة الزمن المبكر للبداية : هناك قاعدة أساسية لإيجاد الزمـــن المبكـــر للبداية والزمن المبكر للنهاية لكل الأنشطة بالشبكة. فقبل بدء أي نشاط يجـــب

أن تنتهي كل الأنشطة السابقة عليه. بطريقة أخرى، نبحث عن أطـــول مســـار للنشاط عند تحديد الزمن المبكر للبداية. فمثلا، نجد أن الزمن المبكـــر للنشـــاط جـــ هو ٢ أسبوع. والنشاط الوحيد السابق له هو أ وزمنه النهائي للإنهاء هـــو ٢ أسبوع.



والزمن المبكر لبداية النشاط ز ٨ أسابيع. حيث يوجد نشاطان ســـابقان عليه د، هـــ. ونظرا لأن النشاط د له زمن نهائي للإنهاء ٧ أسابيع، والنشـــاط هــ الزمن المتوقع للإنهاء ٨ أسابيع.



ولاستكمال زمن البداية المبكر وزمن النهاية المبكر لكل الأنشطة ننفذ مـا يطلق عليه تحرك للأمام Forward Pass خلال الشبكة. يوضح شـــكل (٤) هذه النتائج. ففي كل خطوة نجد أن

الزمن المبكر للإنهاء = زمن مبكر للبدء + ت.

لاحظ أن أدنى وقت إنجاز المشروع بالكامل هو ١٥ أسبوع. وذلك نظـرا لأن النشاط هـ لا يمكن أن يبدأ إلا بعد ١٣ أسبوع (زمن البداية المبكر = ١٣) وزمنه المتوقع ٢ أسبوع، لذا فزمن الإنهاء = ١٣+٢= ١٥ أسبوع. لذلك فإن أفضل وقت يمكن أن تلتزم به الشركة لتركيب واختبار نظام التحكم في التلوث هو ١٥ أسبوع.

قاعدة زمن الإنهاء المتأخر : الخطوة التالية في إيجاد المسار الحرج هي حساب زمن البدء المتأخر (ب م) وزمن الإنهاء المتأخر (ن خ) لكل نشاط. ويتم ذلك بالعودة للخلف داخل الشبكة، أي، البدء من آخر نشاط والرجوع حتى أول نشاط. وهذا يعني تخصيص زمن إنجاز متأخر ١٥ أسبوع للنشاط ح.

تذكر أن زمن الإنهاء المتأخر هو آخر زمن يمكن لنشاط أن ينتهي فيه دون أن يتأخر موعد تسليم المشروع. ولحساب زمن البدء المتأخر، نطبق المعادلة التالية :

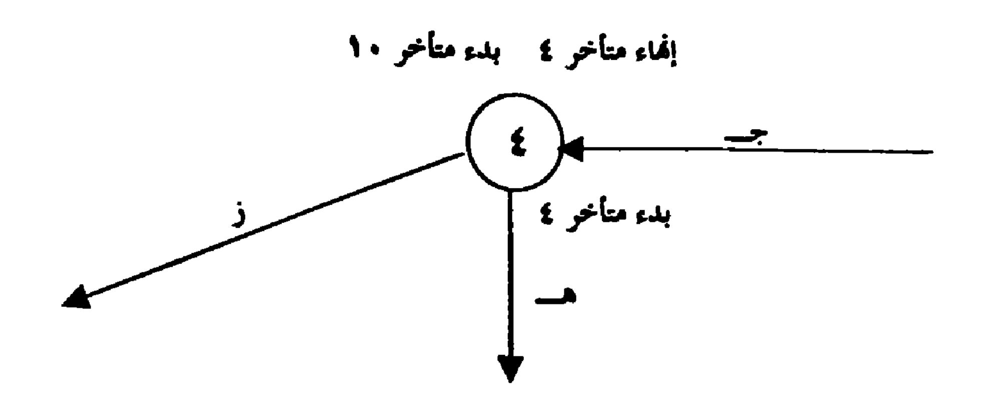
زمن البدء المتأخر = زمن الإنهاء المتأخر – زمن إنجاز النشاط

= ن خ – ت

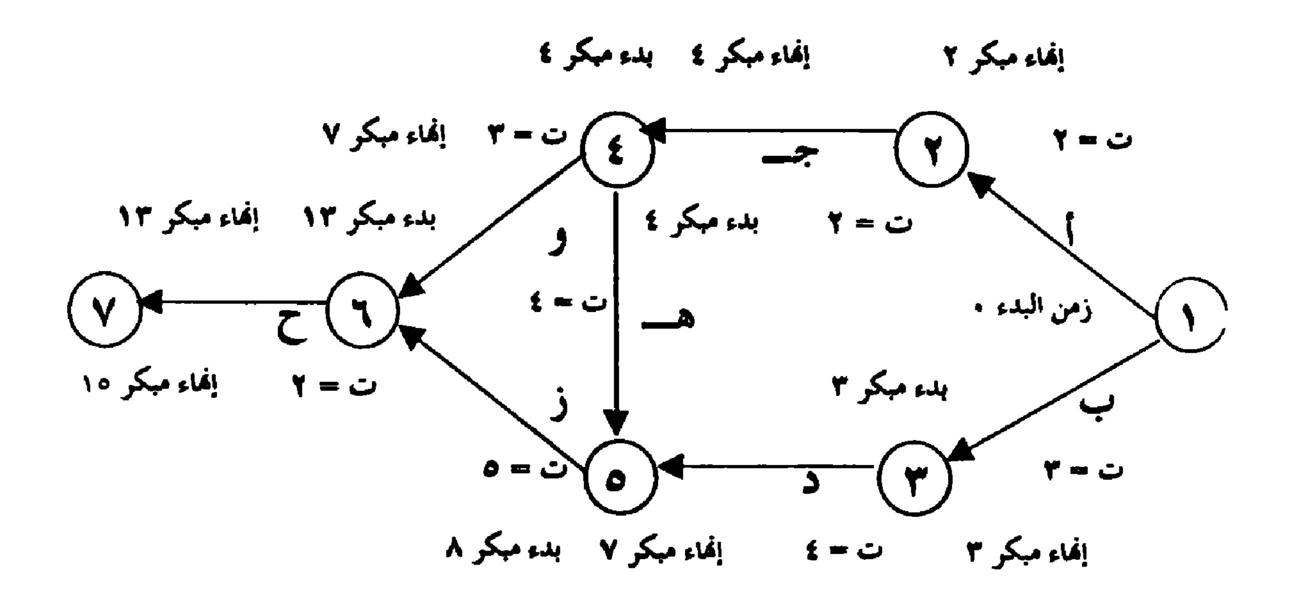
فمثلا زمن الإنهاء المتأخر = ١٥ للنشاط ح، وزمن البدء المتأخر للنشاط ز يحسب كما يلي :

= ١٥ – ٢ = ١٣ أسبوع.

والقاعدة التي نطبقها بصفة عامة هي أن زمن الإنهاء المتأخر لنشاط يعادل أصغر زمن بدء متأخر لكل الأنشطة بدون ذلك الحدث. وبالتالي زمن الإنهاء المتأخر للنشاط جـ هو ٤ أسابيع، وهو أصغر زمن إنهاء متأخر للنشاطان مع ترك الحدث ٤. كما في الشكل التالي :



شكل (٤) زمن البدء المبكر وزمن الإنهاء المبكر لمشروع شركة بورسعيد



ويظهر زمن الإنهاء المتأخر لكل الأنشطة في حالة شركة بورسعيد كما في شكل (٥).

مضمون زمن الأعطال في حسابات المسار الحرج
Concept of Slack in Critical path Computations

إذا ما تحدد زمن البدء المبكر وزمن البدء المتأخر وزمن النهاية المبكر وزمن النهاية المتأخر، فمن السهل تحديد زمن الأعطال **Slack time** أو الزمن الحر لكل نشاط. وزمن الأعطال هو الزمن بين الزمن الذي يمكن تأخير المشروع فيه دون أن يؤثر ذلك على زمن إنهاء المشروع، ويحسب رياضيا كما يلي :

زمن الأعطال = زمن البدء المتأخر – زمن البدء المبكر

أو زمن الأعطال = زمن الإنهاء المتأخر – زمن البدء المتأخر

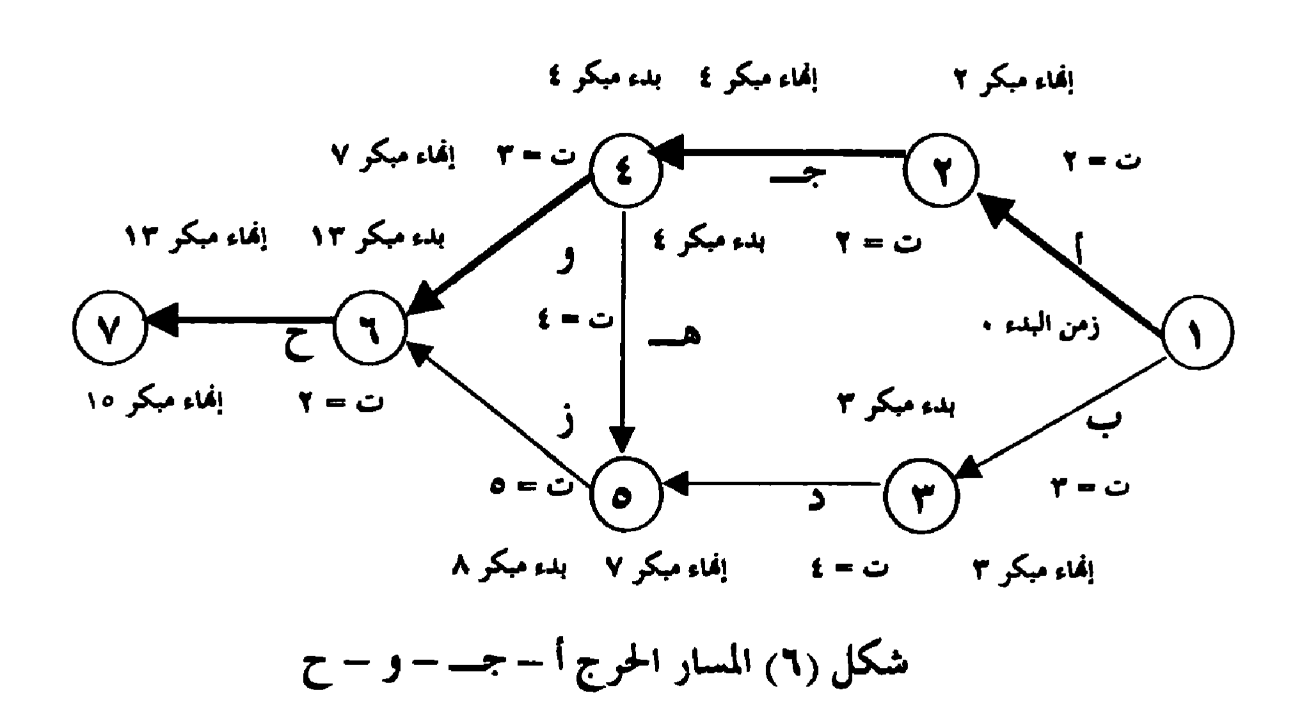
ويلخص جدول (٣) زمن البدء المتقدم، وزمن البدء المتأخر، وزمن النهاية المتقدم، وزمن النهاية المتأخر، وزمن الأعطال لكل نشاط. فمثلا النشاط ب به أسبوع واحد زمن أعطال نظرا لأن :

زمن البدء المتأخر – زمن البدء المتقدم = ١ – ٠ = ١

أو زمن الإنهاء المتأخر – زمن الإنهاء المتقدم = ٤ – ٣ = ١

وهذا يعني أنه يمكن تأخير بحد أقصى أسبوع دون أن يؤثر ذلك على موعد تسليم المشروع.

من ناحية أخرى، فإن الأنشطة أ، جـ، هـ، ز، ح ليس لها زمن أعطـال. وهذا يعني أن أي تأخير فيها سيؤثر على زمن المشروع ككل. ولذلـك يطلـق عليها أنشطة المسار الحرج وأنها على مسار حرج. ويظهر المسار الحرج لمشـروع شركة بورسعيد في شبكة في شكل (٦) وإجمالي زمن إنهاء المشروع ١٥ أسـبوع يظهر كأكبر رقم في عمود زمن الإنجاز المبكر أو زمن الإنهاء المتأخر بجـدول (٣) ويطلق المديرين على هذا الجدول جدول حدود الزمن.



شكل (٦) المسار الحرج أ – جـ – و – ح

النشاط	زمن البدء المبكر	زمن الإنهاء المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الإنهاء المتأخر	زمن الأعطال	على المسار الحرج
أ	٠	٢	٠	٣	٠	نعم
ب	٠	٣	١	٤	١	لا
جـ	٢	٤	٢	٤	٠	نعم
د	٣	٧	٤	٨	١	لا
هـ	٤	٨	٤	٨	٠	نعم
و	٤	٧	١٠	١٣	٦	لا
ز	٨	١٣	٨	١٣	٠	نعم
ح	١٣	١٥	١٣	١٥	٠	نعم

جدول (٣) أزمنة اشروع وتحديد المسار الحرج

احتمالات إنجاز المشروع

يساعد تحليل المسار الحرج في تحديد أن زمن إنجاز المشروع ١٥ أسبوع. ويعلم رئيس الشركة أنه إذا لم يتم المشروع خلال ١٦ أسبوع فستجبر الشركة على إغلاق المصنع وفقا لتعليمات حماية البيئة. وهو يهتم أيضا بوجود انحرافات معنوية في تقديرات الزمن لعديد من الأنشطة.

ويمكن أن يؤثر الانحراف في أي نشاط على المسار الحرج على الزمن النهائي للمشروع ككل وربما يؤخره. وهو ما يقلق رئيس الشركة.

وتستخدم برت الانحرافات في أنشطة المسار الحرج للمساعدة في تحديـــد الانحراف في الزمن الكلي للمشروع. ويحسب انحراف زمن المشروع بتجميـــع الانحرافات للأنشطة على المسار الحرج.

انحراف زمن المشروع = $\sum$ انحرافات الأنشطة التي على المسار الحرج. شكل (٦).

ومن جدول ٢ نعلم أن :

النشاط الحرج	الانحراف
أ	٣٦/٤
جـ	٣٦/٤
هـ	٣٦/٣٦
ز	٣٦/٦٤
ح	٣٦/٤

ولذلك فإن انحراف زمن المشروع = $\frac{٤}{٣٦} + \frac{٤}{٣٦} + \frac{٣٦}{٣٦} + \frac{٦٤}{٣٦} + \frac{٤}{٣٦}$

= ٣,١١١

ونعلم أن الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لهذا الانحراف :

الانحراف المعياري للمشروع = $\sigma_{ت} = \sqrt{\text{انحراف المشروع}}$

=√٣,١١ = ١,٧٦ أسبوع

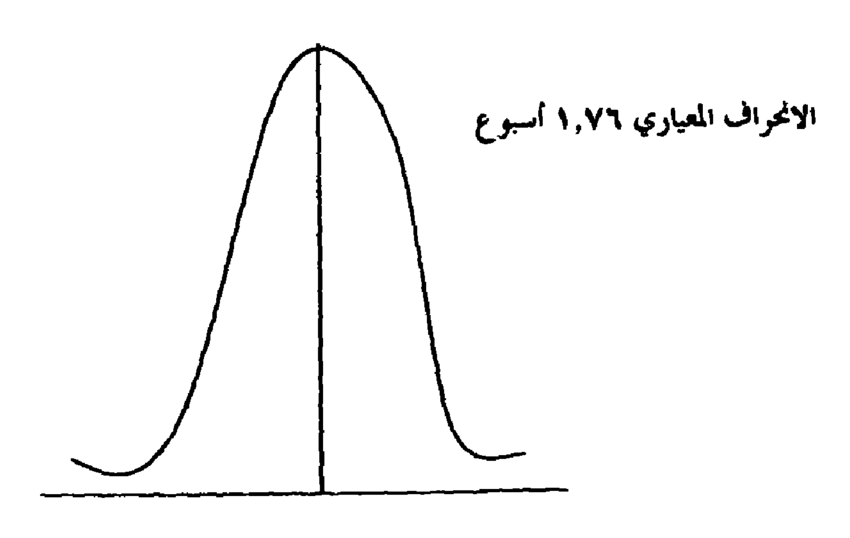
كيف يمكن استخدام هذه المعلومات للإجابة على الأسئلة المتعلقة باحتمالات إنجاز المشروع في الوقت المحدد؟

تفترض برت افتراضين آخرين :

١- إجمالي أزمنة إتمام المشروع تكون في شكل توزيع احتمالي معتدل.

٢- زمن المشروع مستقل احصائيا.

وبهذه الافتراضات يمكن استخدام المنحنى في شكل الجرس شكل (٧) لتمثيل أزمنة إنجاز المشروع. وهي تعني أيضا أن هناك فرصة ٥٠% لإتمام المشروع في أقل من ١٥ أسبوع، فرصة ٥٠% لزيادة زمن المشروع عن ١٥ أسبوع.



شكل (٧) التوزيع الاحتمالي لأزمنة إتمام المشروع

وحتى تتمكن الشركة من إيجاد احتمالات إنجاز المشروع في أو قبـــل ١٦ أسبوع كموعد نهائي، نحتاج إلى تحديد المنطقة المناسبة تحت المنحنى المعتدل.

ويمكن استخدام دالة المعيار المعتدل التالية :

$$\text{م} = \frac{\text{الموعد المحدد} - \text{الموعد المتوقع للإنجاز}}{\sigma_t}$$

$$= \frac{\text{١٦ أسبوع} - \text{١٥ أسبوع}}{\text{١,٧٦ أسبوع}} = ٠,٥٧$$

حيث م = عدد الانحرافات المعيارية التي يبعد فيها الموعد المحدد أو الموعـد المستهدف من متوسط أو الموعد المتوقع.

وبالرجوع إلى جدول التوزيع المعتدل بملحـــق أ نجـــد أن الاحتمـــالات ٠,٧١٥ ، أي هنالك ٧١,٦% فرصة أن معدات التحكم في التلوث ســـيتم إنشاؤها في ١٦ أسبوع أو أقل. كما في شكل (٨).

ما الذي تقدمه برت؟

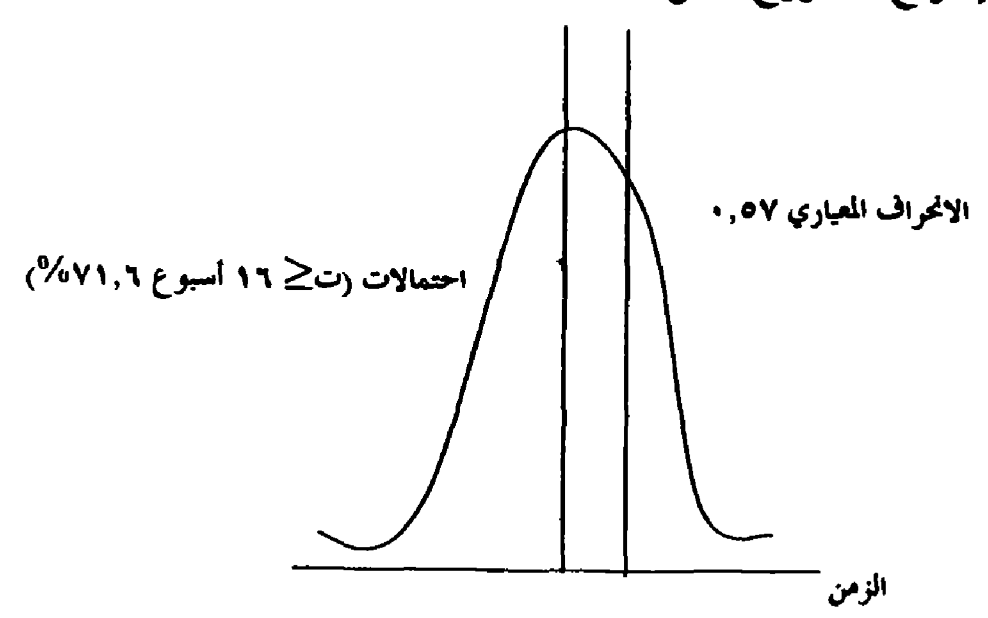
برت قادرة حتى الآن على توفير مجموعة من المعلومات للشركة وهي :

١- الموعد المتوقع للانتهاء من المشروع : ١٥ أسبوع.

٢- هناك فرصة ٧١,٦% أن توضع المعدات في مكانها خلال الموعد النهائي ١٦ أسبوع. ويمكن لبرت إيجاد احتمال إتمام المشروع في الموعد الذي ترغب فيه الشركة.

٣- توجد خمسة أنشطة على المسار الحرج (أ، جـ، هـ، ز، ح) إذا تأخر أي منها لأي سبب فسيتأخر الموعد النهائي للمشروع.

٤- توجد ثلاث أنشطة غير حاسمة (ب، د، و) وبها وقت عاطل مما يمكن الشركة من استعارة موارد هذه الأنشطة إذا كانت بحاجة إليها، ربما للإسراع بالمشروع ككل.



شكل (٨) احتمال إنجاز المشروع في ١٦ أسبوع

الأنشطة الوهمية في برت Dummy Activities In PERT

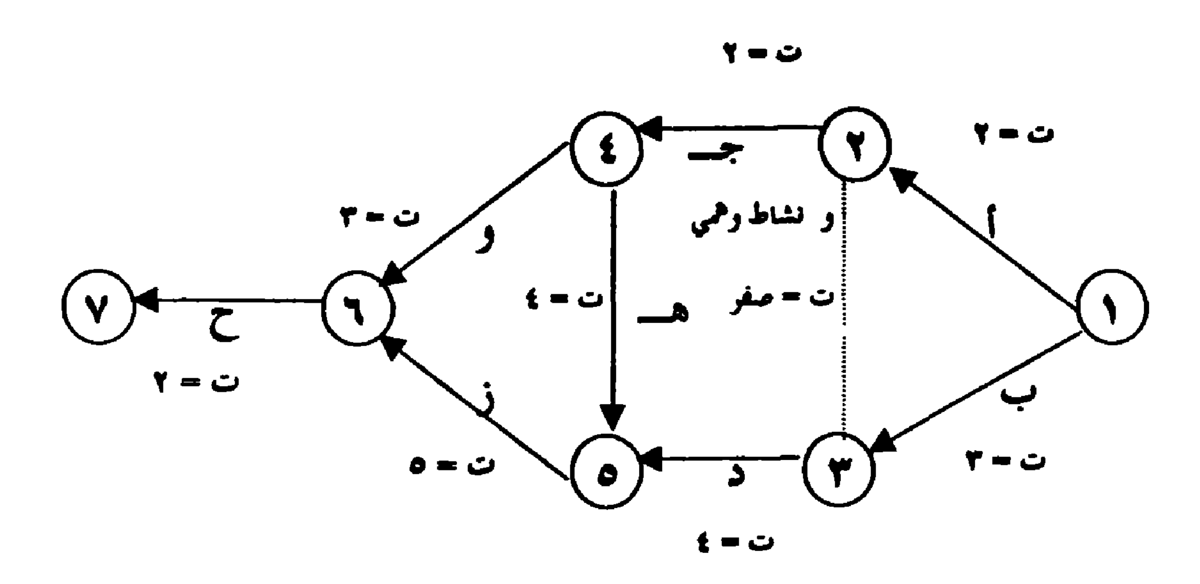
قبل الانتهاء من أسس برت، يجب ذكر أنه من الضروري، في بعض الحالات، استخدام أنشطة وهمية حتى يمكن تصميم الشبكة، والنشاط الوهمي هو نشاط غير حقيقي أو تخيلي يتم في صفر أسبوع، ويستخدم للمحافظة على تتابع الأنشطة بالشبكة.

ويمكن توضيح ذلك بافتراض أن على شركة بورسعيد قيد إضافي عند تركيب معدات التحكم في التلوث. تذكر أن النشاط (د) (صب الخرسانة وهيكل المبنى) يسبقه نشاط وحيد (ب) في الشبكة الأصلية. ماذا سيحدث إذا ما كان يجب إتمام النشاط (أ) أيضا قبل أن يبدأ النشاط (د)؟ سيحاول الطالب البدء برسم سهم بين النشاط أ من النقطة ١ إلى النقطة ٣ حيث يبدأ النشاط د وهذا سيؤدي إلى وجود سهمين (أو نشاطين) يتم رسمهما من النقطة ١ إلى النقطة ٣. مما يجعل رسم بقية الشبكة صعبا للغاية ويجعل حل المشكلة على الشبكة مجهدا للغاية. وقد يقع الطالب في خطأ آخر بأن يهمل هذا القيد ويترك الشبكة كما هي، وسيكون الحل خطأ. إذا كان النشاط أ يستغرق ٦ أسابيع بدلا من ٢ أسبوع. ماذا سيحدث إذا لم تعدل الشبكة؟ ويظهر حل المشكلة في جدول (٣) حيث يوضح أن النشاط (د) يمكن أن يبدأ بعد ٣ أسابيع (الزمن المبكر = ٣ للنشاط (د) ولكن نظرا لأن النشاط أ يأخذ ٦ أسابيع ويجب أن ينتهي قبل أن يبدأ النشاط (د) فإن الحل بالكامل يكون غير صحيح. وأحد الحلول لهذه المشاكل يكون باستخدام نشاط وهمي Dummy Activity.

والنشاط الوهمي سيسمح لك برسم وحل المشكلة بطريقة صحيحة. وما يلـــي كيفية إجراء ذلك.

في هذه الحالة يتم إضافة نشاط وهمي يظهر بخط متقطع كمـــا في شـــكل (٩)، ويجب إضافته بين الحدث ٢، ٣ حتى تعكس الخريطة الوضـــع الفعلـــي. وبالرغم من أن للنشاط الوهمي زمن يعادل الصفر، فإنه من الممكن أن يكون لـه تأثيرا على المسار الحرج. اختبر ذلك بهذا المثال.

هل المسار أ – جـ – هـ – ز – ح ما زال حاسما؟ أم تغير نظرا لوجود النشاط الوهمي بشكل (٩)؟



شكل (٩) توضيح لكيفية إضافة نشاط وهمي لمشكلة شركة بورسعيد

تحليل الحساسية وإدارة المشروعات

Sensitivity Analysis and Protect Management

يمكن أن يختلف الوقت اللازم لاستكمال النشاط في أي مشـــروع عـــن الزمن المتوقع أو المقدر له. وإذا كان النشاط على المسار الحرج فـــإن الزمـــن الكلي لإتمام المشروع سيتغير كما سبق الشرح. وبالإضافة لوجود تأثير علـــى الزمن الكلي لإتمام المشروع، هنالك أيضا تأثير على زمن البدء المبكـــر، زمـــن الإنهاء المبكر، زمن البدء المتأخر، وزمن الإنهاء المتأخر، زمـــن الأعطـــال لكـــل نشاط. ويعتمد التأثير الفعلي على العلاقة بين الأنشطة المختلفة.

في الفقرات السابقة، عرفنا النشاط السابق **Predecessor Activity** مباشرة بأنه نشاط يأتي مباشرة قبل نشاط معين. لاحظ النشـــاط (ز) تركيـــب أجهزة التحكم في التلوث في مثال شركة بورسعيد. وكما ذكرنا، فـــإن هـــذا النشاط يكون على المسار الحرج والنشطة السابقة هي أ، ب، جـ، د، هـــــ. كل هذه الأنشطة يجب أن تتم قبل أن يبدأ النشاط ز.

والنشاط التالي **Successor Activity** هو نشاط يمكن أن يبدأ فقـــط بعد أن ينتهي النشاط المعني. والنشاط ح هو النشاط الوحيد التالي للنشاط ز.

والنشاط المتوازي **Paralal activity** هو نشاط لا يعتمد مباشرة علـــى النشاط المعني. فبالنسبة للنشاط ز هل يوجد له أنشطة متوازيـــة؟ بـــالنظر إلى الشبكة الخاصة بشركة بورسعيد يمكن معرفة أن النشـــاط و نشـــاط مـــوازي للنشاط ز.

وإذا ما حددت الأنشطة السابقة والتالية والموازية. يمكننا معرفـة تأثـير زيادة (أو نقص) زمن نشاط على المسار الحرج على الأنشطة الأخرى بالشبكة. ويظهر ملخص النتائج في لجدول التالي. فإذا ما زاد الزمن اللازم للنشـاط ز، سيكون هنالك زيادة في الزمن المبكر للبدء، الزمن المبكر للإنهاء، زمـن البـدء المتأخر، وزمن الإنهاء المتأخر لكل الأنشطة التالية. ونظرا لأن هذه الأنشطة تالية للنشاط ز فإن هذه الأزمنة ستزيد. ونظرا لأن زمن الأعطال يساوي زمن الإنهاء المتأخر ناقصا زمن الإنهاء المبكر. (أو زمن الإنهاء المتأخر ناقصـا زمـن البـدء المبكر...، لن يكون هنالك تغيير في زمن الأعطال في الأنشطة التالية. نظـرا لأن النشاط ز على المسار الحرج، فإن الزيادة في زمن النشاط سيزيد إجمـالي زمـن إتمام المشروع.

مما يعني أن زمن الإنهاء المتأخر، زمن البدء المتأخر، وزمن الأعطال سيزيد أيضا لكل الأنشطة الموازية. ويمكنك إثبات ذلك بإجراء دورة للخلف داخـل الشبكة باستخدام زمن إنجاز أعلى. لن يكون هناك تغيير للأنشطة السابقة.

جدول (٤) أثر زيادة (تخفيض) زمن نشاط على المسار الحرج

أزمنة النشاط	النشاط التالي	النشاط الموازي	النشاط السابق
البدء المبكر	زيادة (نقص)	لا تغيير	لا تغيير
الإنهاء المبكر	زيادة (نقص)	لا تغيير	لا تغيير
البدء المتأخر	زيادة (نقص)	زيادة (نقص)	لا تغيير
الإنهاء المتأخر	زيادة (نقص)	زيادة (نقص)	لا تغيير
الأعطال	لا تغيير	زيادة (نقص)	لا تغيير

تقييم ومراجعة البرامج باستخدام التكلفة Pert/Cost

بالرغم من أن برت طريقة ممتازة لمتابعة ومراقبة مدة المشروع، إلا أنها لا تأخذ في الحسبان عنصر آخر هام، وهو تكلفة المشروع. وتقييم ومراجعة البرامج/بالتكلفة هو تعديل لبرت يسمح للمدير بتخطيط وجدولة ومتابعة ورقابة التكاليف فضلاً عن الزمن.

ونبدأ هذا القسم بفحص كيف يمكن تخطيط التكاليف وجدولتها ثم ندرس كيف يمكن متابعة التكاليف والرقابة عليها.

تخطيط وجدولة تكاليف المشروع : إعداد الموازنة

المدخل العام في إعداد الموازنة للمشروع هي تحديد مقدار ما يتم إنفاقه كل أسبوع أو شهر. ويتم ذلك في أربع خطوات :

١- تحديد كل التكاليف المرتبطة بكل نشاط، ثم إضافة هذه التكاليف إلى بعضها للحصول على تكلفة مقدرة أو موازنة تقديرية لكل نشاط.

٢- إذا كنت تعمل على مشروع، فعديد من الأنشطة قد يمكن مرجعها تجميعها في مجموعة عمل أكبر. ومجموعة العمل هي مجموعة منطقية من الأنشطة. ونظرا لأن المشروع الذي ندرسه هو مشروع صغير، فإن نشاط واحد يعني مجموعة عمل.

٣- حول موازنة تكاليف كل نشاط إلى موازنة تكلفة لكل وحدة زمن. ولتنفيذ ذلك، نفترض أن تكلفة استكمال أي نشاط تنفق بمعدل متماثل طول فترة تنفيذ النشاط. ولذلك، إذا كانت التكلفة المقدرة لنشاط معين ٤٨٠٠٠ جنيه، وزمن إنجاز النشاط أربعة أسابيع، فإن التكلفة المقدرة للأسبوع تبلغ ١٢٠٠٠ جنيه (٤٨٠٠٠ ÷ ٤).

وباستخدام الزمن المبكر والزمن المتأخر، أوجد كمية الأموال التي يجب إنفاقها خلال كل أسبوع أو شهر لكي تنهي المشروع في التاريخ المرغوب فيه.

دعنا نعد الموازنة لمشكلة شركة بورسعيد والذي قام مديرها المالي بحساب التكلفة المرتبطة بكل نشاط من الأنشطة الثمانية. كما قسم إجمالي تكلفة كل

نشاط على الزمن المتوقع لإنجاز النشاط لتحديد موازنة التكاليف في الأسبوع لكل نشاط. والموازنة للنشاط أ مثلا تبلغ ٢٢٠٠٠ جنيه. وبالرجوع إلى جدول (٥) ونظرا لأن الزمن المتوقع هو ٢ أسبوع، فإنه يتوقع إنفاق ١١٠٠٠ جنيه أسبوعيا لإتمام النشاط. ويوضح جدول (٥) بيانان هامان وجدناهم عند استخدام برت، وهما زمن البدء المبكر (ب م) وزمن البدء المتأخر لكل نشاط (ب خ).

وبالنظر إلى إجمالي التكاليف المقدرة للأنشطة سنجد أن إجمالي تكاليف المشروع تبلغ ٣٠٨٠٠٠ جنيه. وتحديد الموازنة الأسبوعية سيساعد الشوكة في تحديد مدى تقدم المشروع أسبوع وراء الآخر.

ويتم تطوير الموازنة الأسبوعية للمشروع من البيانات الموجودة في جدول (٥). مثلا، زمن البدء المبكر للنشاط أ صفر.

ونظرا لأن النشاط أ يحتاج إلى ٢ أسبوع لإتمامه، فإن موازنته الأسبوعية وقدرها ١١٠٠٠ جنيه يجب أن تنفق في أسبوع ١ وفي أسبوع ٢. وبالنسبة للنشاط ب في كل من الأسابيع ١، ٢، ٣. وباستخدام زمن البدء المبكر يمكننا إيجاد عدد الأسابيع بدقة والتي يجب أن تنفق فيها موازنة كل نشاط. ويتم تجميع هذه القيمة الأسبوعية لكل الأنشطة للوصول إلى الموازنة الأسبوعية للمشروع ككل كما يظهر بجدول (٦).

لاحظ كيفية تجميع التكاليف الأسبوعية للمشروع في جدول (٥). والنشاطان الممكن تنفيذهما خلال الأسبوع الأول هما أ، ب نظرا لأن زمن البدء المبكر هو صفر. وبالتالي، فخلال الأسبوع الأول يجب إنفاق مبلغ وقدره ٢١٠٠٠ جنيه. ونظرا لأن الأنشطة أ، ب مازالا يؤدا في الأسبوع الثاني فإن إجمالي قدره ٢١٠٠٠ جنيه يجب إنفاقه أيضا خلال هذه الفترة. وزمن البدء

المبكر للنشاط جـ في نهاية الأسبوع الثاني (زمن البدء المبكر = ٢ للنشاط جـ) وبالتالي فإن ١٣٠٠٠ جنيه تنفق على النشاط جـ في كل من الأسبوع ٣، ٤. نظرا لأن النشاط ب يتم تنفيذه خلال الأسبوع ٣، ٤، فإن إجمالي الموازنة في أسبوع ٣ يبلغ ٢٣٠٠٠ جنيه. وتتم حسابات مماثلة لكل الأنشطة لتحديد إجمالي الموازنة للمشروع ككل أسبوعيا. وبعد ذلك يتم تجميع إجماليات الأسابيع لتحديد إجمالي القيمة التي يجب أن تنفق حتى تاريخه. وتظهر هذه المعلومات بالصف الأخير بالجدول.

ويجب إنفاق موازنات الأنشطة التي على المسار الحرج في الأزمنة الظاهرة في جدول (٦). والأنشطة التي ليست على المسار الحرج يمكن أن تبدأ في تاريخ لاحق. وهذا المضمون يظهر في زمن البدء المتأخر لكل نشاط. وبالتالي، إذا استخدم زمن البدء المتأخر يمكن إعداد موازنة أخرى. هذه الموازنة ستؤخر إنفاق الأموال إلى آخر دقيقة ممكنة. والأسلوب المستخدم لحساب الموازنة حين استخدام زمن البدء المتأخر هو نفسه حين استخدام زمن البدء المبكر. وتظهر النتائج للحسابات الجديدة في جدول (٧).

جدول (٥) تكلفة النشاط لشركة بورسعيد

النشاط	زمن البدء المبكر	زمن البدء المتأخر	الزمن المتوقع	إجمالي موازنة التكلفة	موازنة التكاليف الأسبوعية
أ	٠	٠	٢	٢٢٠٠٠	١١٠٠٠
ب	٠	١	٣	٣٠٠٠٠	١٠٠٠٠
جـ	٢	٢	٢	٢٦٠٠٠	١٣٠٠٠
د	٣	٤	٤	٤٨٠٠٠	١٢٠٠٠
هـ	٤	٤	٤	٥٦٠٠٠	١٤٠٠٠
و	٤	١٠	٣	٣٠٠٠٠	١٠٠٠٠
ز	٨	٨	٥	٨٠٠٠٠	١٦٠٠٠
ح	١٣	١٣	٢	١٦٠٠٠	٨٠٠٠
إجمالي				٣٠٨٠٠٠	

جدول (٦) التكاليف المقدرة لشركة بورسعيد باستخدام أزمنة البدء المبكر (الأرقام بالألف جنيه).

النشاط	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	إجمالي
أ	١١	١١														٢٢
ب	١٠	١٠	١٠													٣٠
جـ			١٣	١٣												٢٦
د				١٢	١٢	١٢	١٢									٤٨
هـ					١٤	١٤	١٤	١٤								٥٦
و					١٠		١٠									٣٠
ز									١٦	١٦	١٦	١٦	١٦			٨٠
ح														٨	٨	١٦
إجمالي لكل أسبوع	٢١	٢١	٢٣	٢٥	٣٦	٣٦	٣٦	١٤	١٦	١٦	١٦	١٦	١٦	٨	٨	٣٠٨
إجمالي حتى تاريخه	٢١	٤٢	٦٥	٩٠	١٢٦	١٦٢	١٩٨	٢١٢	٢٢٨	٢٤٤	٢٦٠	٢٧٦	٢٩٢	٣٠٠	٣٠٨	

جدول (٧) التكاليف المقدرة لشركة بورسعيد باستخدام أزمنة البدء المتأخر (التكاليف بالألف جنيه).

النشاط	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	إجمالي
أ	١١	١١														٢٢
ب		١٠	١٠	١٠												٣٠
جـ			١٣	١٣												٢٦
د					١٢	١٢	١٢	١٢								٤٨
هـ					١٤	١٤	١٤	١٤								٥٦
و									٠	٠	١٠	١٠	١٠			٣٠
ز									١٦	١٦	١٦	١٦	١٦			٨٠
ح														٨	٨	١٦
إجمالي لكل أسبوع	١١	٢١	٢٣	٢٦	٢٦	٢٦	٢٦	٢٦	١٦	١٦	٢٦	٢٦	٢٦	٨	٨	٣٠٨
إجمالي حتى تاريخه	١١	٣٢	٥٥	٧٨	١٠٤	١٣٠	١٥٦	١٨٢	١٩٨	٢١٤	٢٤٠	٢٦٦	٢٩٢	٣٠٠	٣٠٨	

ومن طرق قياس قيمة العمل التام ضرب إجمالي التكلفة التقديرية في نسبة تمام كل نشاط. للنشاط د مثلا، قيمة الأعمال التامة ٤٨٠٠ جنيه (٤٨٠٠٠ × ١٠%). ولتحديد قيمة الزيادة أو الوفر لأي نشاط فإن قيمة الأعمال التامة تطرح من التكاليف الفعلية. و يمكن تجميع هذه الاختلافات لتحديد الزيادة أو الوفر للمشروع ككل. وكما ترى في الأسبوع السادس هنالك ١٢٠٠٠ جنيه زيادة في التكاليف وقيمة الأعمال التامة تصل إلى ١٠٠٠٠٠ جنيه والتكاليف الفعلية للمشروع حتى تاريخه تبلغ ١١٢٠٠٠ جنيه. كيف يمكن مقارنة تلك التكاليف بالتكاليف الواردة بموازنة الأسبوع السادس؟ إذا ما قررت الشركة استخدام الموازنة لزمن البدء المبكر جدول (٦) سنلاحظ أنه يجب إنفاق مبلغ ١٦٢٠٠٠ جنيه. وبالتالي، فإن المشروع متأخر في التنفيذ عن الجدول وهناك زيادة في التكاليف. وعلى الشركة العمل بطريقة أسرع في هذا المشروع حتى يمكنها إتمامه في الوقت المحدد، وعليها رقابة التكاليف بعناية لاستبعاد الزيادة في التكاليف وقدرها ١٢٠٠٠ جنيه. ولرقابة ومتابعة التكاليف، يجب حساب القيمة المقدرة، وقيمة العمل التام، والتكاليف الفعلية دوريا.

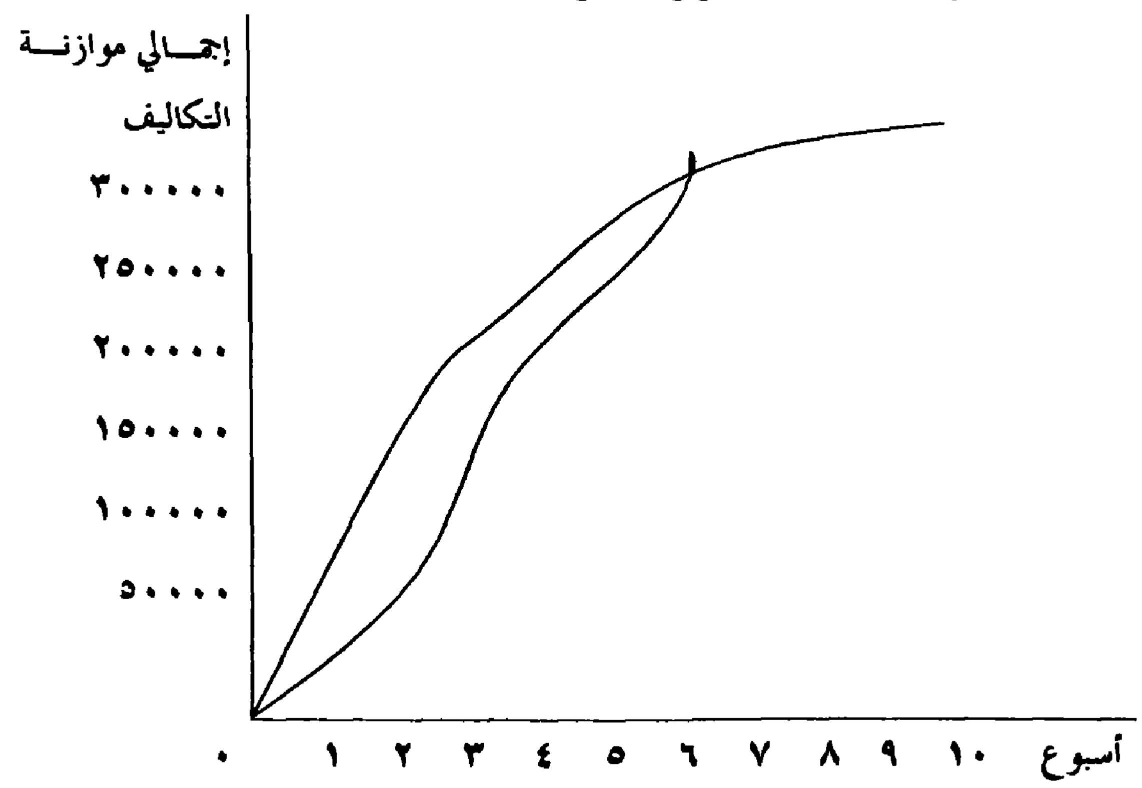
وسندرس في الجزء التالي كيفية تخفيض زمن المشروع بإنفاق أموال إضافية. والأسلوب المستخدم هو أسلوب المسار الحرج CPM.

أسلوب المسار الحرج Critical path Method.

أسلوب المسار الحرج نموذج محدد deterministic من نماذج الشبكات فهو يفترض أن كل من زمن إنهاء كل نشاط وتكلفة تنفيذه معروفان بطريقة مؤكدة.

قارن الموازنات الظاهرة في جدول (٦) و (٧). فالمبلغ الذي يجب دفعه حتى تاريخه (إجمالي حتى تاريخه) للموازنة يظهر في جدول (٧) ويستخدم موارد مالية فعلية أقل في الأسابيع الأولى. ويرجع ذلك لحقيقة أن هذه الموازنة بعدة باستخدام زمن البدء المتأخر. وبالتالي، فإن الموازنة في جدول (٧) ستظهر أقل زمن ممكن التي يمكن فيه إنفاق الأموال وفي نفس الوقت يمكن إتمام المشروع في موعده. والموازنة المعروضة في جدول (٦) توضح الزمن المبكر للتنفيذ والذي تنفق فيه الأموال. ولذلك، يمكن للمدير اختيار أي موازنة تقع بين الموازنتين بالجدولين السابقين. ويمثل الجدولان السابقان يمثلان مديات ممكنة للموازنة. ويظهر هذا المضمون في شكل (١٠).


شكل (١٠) مديات الموازنة لشركة



وتم رسم مديات الموازنة للشركة في موازنة الإنفاق حتى تاريخه لزمن التنفيذ المبكر وزمن التنفيذ المتأخر. ويمكن للشركة استخدام الموازنة بين هذه المديات الممكنة وتظل متمكنة من تنفيذ مشروع التحكم في تلوث الهواء في موعده. وعادة ما يتم تطوير الموازنات مثل تلك الظاهرة في شكل (١٠) قبل بدء المشروع. ثم بإتمام المشروع، يجب متابعة والتحكم في الأموال المنفقة.

متابعة المشروع والتحكم في تكاليفه

يهدف متابعة والتحكم في تكاليف المشروع إلى تأكيد أن المشروع ينفــذ وفقا للجدول الزمني وأن التكاليف الزائدة يتم تخفيضها إلى أدنى حـــد ممكــن. ويجب فحص وضع المشروع ككل دوريا.

وتهتم الشركة في معرفة سير أعمال مشروع التحكم في التلوث وهــي في الأسبوع السادس من ١٥ أسبوع مدة إتمام المشروع. الأنشطة أ، ب، جـ تمت بالكامل وهذه الأنشطة حققت تكاليف قدرهـــا ٢٠٠٠٠ جنيــه، ٣٦٠٠٠ جنيه، ٢٦٠٠٠ جنيه على التوالي. والنشاط د ١٠% تمام وتكاليفه حـــتى الآن بلغت ٦٠٠٠ جنيه. وتمام النشاط هو ٢٠% بتكاليف محققة قدرهـا ٢٠٠٠٠ جنيه. والنشاط و ٢٠% تمام بتكاليف محققة ٤٠٠٠ جنيه، والأنشــطة ز، ح لم يبدءا بعد. والسؤال المطروح هل مشروع التحكم في تلوث الهـــواء ينفــذ في موعده؟ وما هي قيمة العمل المنجز؟ وهل هنالك زيادة في التكاليف؟

يمكن حساب قيمة الأعمال المنجزة أو التكلفة حتى تاريخــه لأي نشــاط كما يلي :

قيمة الأعمال المنجزة = (نسبة التمام) × (إجمالي موازنة النشاط)

وانحراف تكاليف النشاط = التكلفة الفعلية - قيمة العمل المنجز

وإذا كان انحراف تكلفة النشاط سالب، يكون هنالك وفر في التكــاليف، وإذا كان الرقم موجب، يكون هنالك زيادة في التكاليف.

ويعرض جدول (٨) هذه المعلومات. فيحتوي العمود الثاني على إجمالي التكاليف التقديرية من جدول (٦) بينما يحتوي العمود الثالث على النسبة المئوية للتمام وبهذه البيانات والتكاليف الفعلية لكل نشاط يمكننا حساب قيمة العمل التام والوفر أو الزيادة في تكاليف كل نشاط.

وعلى عكس برت فإننا لا تطبق هنا مضامين الاحتمالات. وإنما نستخدم أسلوب المسار الحرج مجموعتان من الأزمنة والتكاليف للأنشطة. الزمن العادي والتكلفة وزمن التعجيل **Crash** وتكلفة. ويقدر الزمن العادي بطريقة مماثلة للزمن المتوقع في برت. والتكلفة العادية هي تقدير لمقدار الأموال اللازمة لإتمام نشاط في زمنه العادي. وتكلفة التعجيل هي التكلفة لإتمام النشاط في زمن معجل أو على أساس موعد نهائي. وتتبع حسابات المسار الحرج لشبكة المسار الحرج نفس الخطوات المستخدمة في برت. حيث نوجد زمن البدء المبكر، وزمن البدء المتأخر، وزمن الإنهاء المبكر، وزمن الإنهاء المتأخر، وزمن الأعطال كما سبق توضيحه.

تعجيل تنفيذ المشروع باستخدام المسار الحرج

بفرض أن الشركة حدد لها ١٢ أسبوعا بدلا من ١٦ أسبوعا لإتمام معدات التحكم في التلوث أو تتعرض لقرار قضائي بالإغلاق. ومما سبق، كان طول فترة المسار الحرج للشركة ١٥ أسبوعا. ما الذي يمكن عمله؟ نعتقد أن الشركة لا تستطيع مقابلة الزمن المحدد للإنهاء إلا إذا استطاعت تخفيض بعض أزمنة الأنشطة. ويطلق على عملية تخفيض أزمنة الأنشطة التعجيل **Crashing**

وعادة ما تتحقق بإضافة موارد إضافية (مثل المعدات والأفراد) لنشاط معين. ومن الطبيعي أن يكلف التعجيل أموال أكثر. ويهتم المديرين بإنهاء المشروع بأقل تكلفة إضافية ممكنة.

ويتضمن التعجيل بالمشروع أربع خطوات :

١- إيجاد المسار الحرج العادي وتحديد الأنشطة الحاسمة.

٢- حساب تكلفة التعجيل للأسبوع (أو للوحدة الزمنية المستخدمة) لكل الأنشطة بالشبكة. وذلك باستخدام المعادلة التالية.

$$\text{تكلفة التعجيل/الوحدة الزمنية} = \frac{\text{تكلفة التعجيل - التكلفة العادية}}{\text{الزمن العادي - زمن التعجيل}}$$

ونفترض في هذه المعادلة أن تكلفة التعجيل خطية. وإذا لم تكن كذلك فلن يصلح هذا المدخل.

٣- اختار النشاط على المسار الحرج ذو أقل تكلفة تعجيل للأسبوع. عجل هذا النشاط لأقصى مدى ممكن أو إلى النقطة حيث يتم مقابلة الزمن المحدد لتسليم المشروع.

٤- تأكد من أن المسار الحرج الذي يقوم بالتعجيل فيه مازال حاسما. وغالبا ما يؤدي تخفيض زمن معين على المسار الحرج إلى جعل بعض المسارات غير الحرجة لتصبح حرجة. وإذا كان المسار الحرج مازال أطول مسار بالشبكة، ارجع للخطوة (٣). وإذا لم يكن كذلك، أوجد المسار الحرج الجديد ثم ارجع إلى الخطوة رقم (٣).

ويظهر الزمن العادي والزمن المعجل والتكلفة العادية والتكلفة المعجلة في جدول (٩). لاحظ، أن الزمن العادي للنشاط ب ٣ أسابيع (هذا التقدير استخدم أيضا في برت) وزمنه المعجل ١ أسبوع. هذا يعني أن النشاط يمكن تخفيضه بمقدار ٢ أسبوع إذا ما وفرت له موارد إضافية. والتكلفة العادية لهذا النشاط تبلغ ٣٠٠٠٠ جنيه بينما تكلفته المعجلة تبلغ ٣٤٠٠٠ جنيه. والتعجيل بالنشاط ب سيكلف الشركة ٤٠٠٠ جنيه إضافي. ويفترض في أسلوب المسار الحرج أن تكلفة التعجيل خطية. وكما في جدول (١١) فإن تكلفة تعجيل النشاط ب لكل أسبوع تبلغ ٢٠٠٠ جنيه. ويمكن حساب تكلفة التعجيل لكل الأنشطة الأخرى بنفس الطريقة ثم تطبيق الخطوات ٢، ٤ لتخفيض زمن إنهاء المشروع.

وتقع الأنشطة أ، جـ، هـ على المسار الحرج ولها أقل تكلفة تعجيل للأسبوع ١٠٠٠ جنيه. لذلك يمكن للشركة تعجيل النشاط ٢ أسبوع بتكاليف إضافية ١٠٠٠ جنيه.

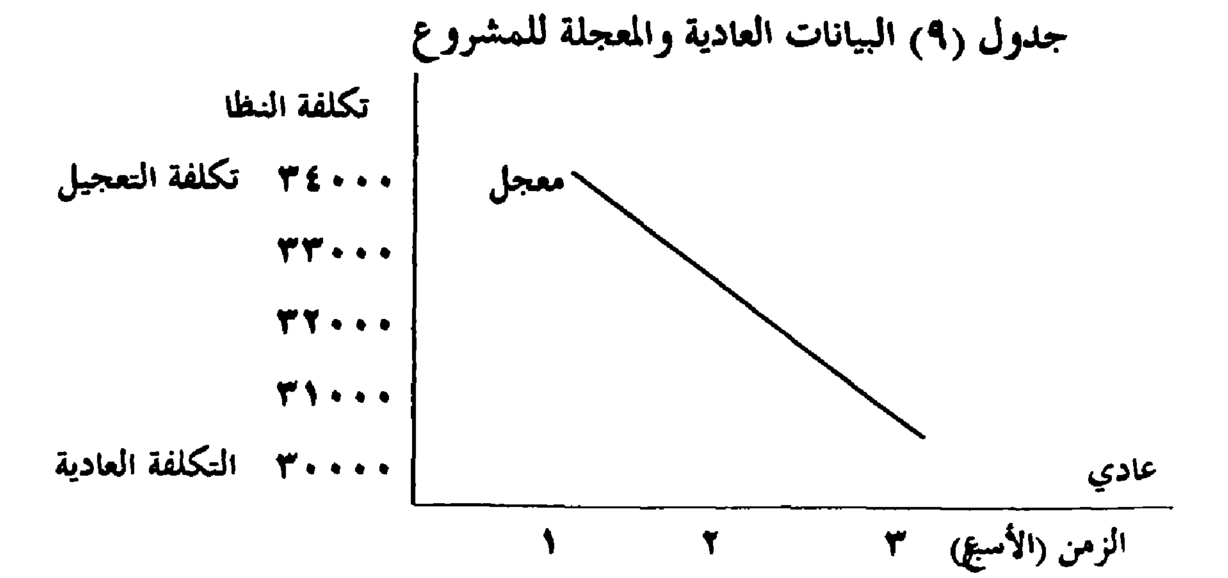
وللشبكات الصغيرة مثل التي ندرسها حاليا من الممكن استخدام أسلوب الخطوات الأربعة لإيجاد أقل تكلفة لتقصير زمن إتمام المشروع ولكن للشبكات الكبرى، يصعب تطبيق هذا المدخل ويكون غير عملي. ويجب استخدام أسلوب أكثر تعقيدا مثل أسلوب البرمجة الخطية.

التعجيل بالمشروع باستخدام البرمجة الخطية

تمثل البرمجة الخطية مدخل آخر لإيجاد أفضل جدول زمني للتعجيل بالمشروع. سنشرحها باستخدام نفس المثال السابق. والبيانات التي سنستخدمها مستخرجة من جدول رقم (٩) وشكل رقم (١٢).

النشاط	الزمن بالأسبوع		التكاليف		تكلفة التعجيل	المسار
	العادي	المعجل	العادية	المعجلة	للأسبوع	الحرج
أ	٢	١	٢٢٠٠٠	٢٣٠٠٠	١٠٠٠	نعم
ب	٣	١	٣٠٠٠٠	٣٤٠٠٠	٢٠٠٠	لا
جـ	٢	١	٢٦٠٠٠	٢٧٠٠٠	١٠٠٠	نعم
د	٤	٣	٤٨٠٠٠	٤٩٠٠٠	١٠٠٠	لا
هـ	٤	٢	٥٦٠٠٠	٥٨٠٠٠	١٠٠٠	نعم
و	٣	٢	٣٠٠٠٠	٣٠٥٠٠	٥٠٠	لا
ز	٥	٢	٨٠٠٠٠	٨٦٠٠٠	٢٠٠٠	نعم
ح	٢	١	١٦٠٠٠	١٩٠٠٠	٣٠٠٠	نعم

جدول (٩) البيانات العادية والمعجلة للمشروع



شكل (١١) الزمن العادي والمعجل والتكلفة العادية والمعجلة للنشاط ب

$$\text{تكلفة التعجيل/للأسبوع} = \frac{\text{تكلفة التعجيل - التكلفة العادية}}{\text{الزمن العادي - زمن التعجيل}}$$

$$= \frac{٣٤٠٠٠ - ٣٠٠٠٠}{٣ - ١}$$

$$= \frac{٤٠٠٠٠}{٢} = ٢٠٠٠ \text{ جنيه للأسبوع}$$

نبدأ بتحديد متغيرات القرار. فإذا كانت س تمثل الزمن الـــذي يحتاجـــه نشاط مقاسا من بداية تنفيذ المشروع فإن :

$س_{١}$ = الزمن اللازم للنشاط ١

$س_{٢}$ = الزمن اللازم للنشاط ٢

$س_{٣}$ = الزمن اللازم للنشاط ٣

$س_{٤}$ = الزمن اللازم للنشاط ٤

$س_{٥}$ = الزمن اللازم للنشاط ٥

$س_{٦}$ = الزمن اللازم للنشاط ٦

$س_{٧}$ = الزمن اللازم للنشاط ٧

س تمثل عدد الأسابيع اللازمة لكل نشاط معجل. $ص_{أ}$ عدد الأسابيع الـتي قررنا تعجيلها للنشاط أ. $ص_{ب}$ عدد أسابيع التعجيل للنشاط ب، وهكـذا إلى أن نصل إلى $ص_{ح}$.

دالة الهدف

نظرا لأن الهدف هو تدنية تكلفة التعجيل بالمشروع ككل. فتصبح دالـــة هدف للبرنامج الخطي تصبح :

تدنية تكلفة التعجيل = ١٠٠٠ $ص_{أ}$ + ٢٠٠٠ $ص_{ب}$ + ١٠٠٠ $ص_{جـ}$ + ١٠٠٠ $ص_{د}$ + ١٠٠٠ $ص_{هـ}$ + ٥٠٠ $ص_{و}$ + ٢٠٠٠ $ص_{ز}$ + ٣٠٠٠ $ص_{ح}$

وهذه التكاليف دالة استخرجت من العمود السادس بجدول رقم (٩).

قيود زمن التعجيل

نحتاج لفرض قيود للتأكد من كل نشاط لن يتم تعجيله بمقدار اكثر ممـــا يسمح به من زمن تعجيل. أقصى زمن تعجيل للمتغير ص هو الفرق بين الزمـــن العادي وزمن التعجيل (من جدول (٩)).

قيود التعجيل :

$ص_{أ}$ ≥ ١

$ص_{ب}$ ≥ ٢

$ص_{جـ} \geq$ ١

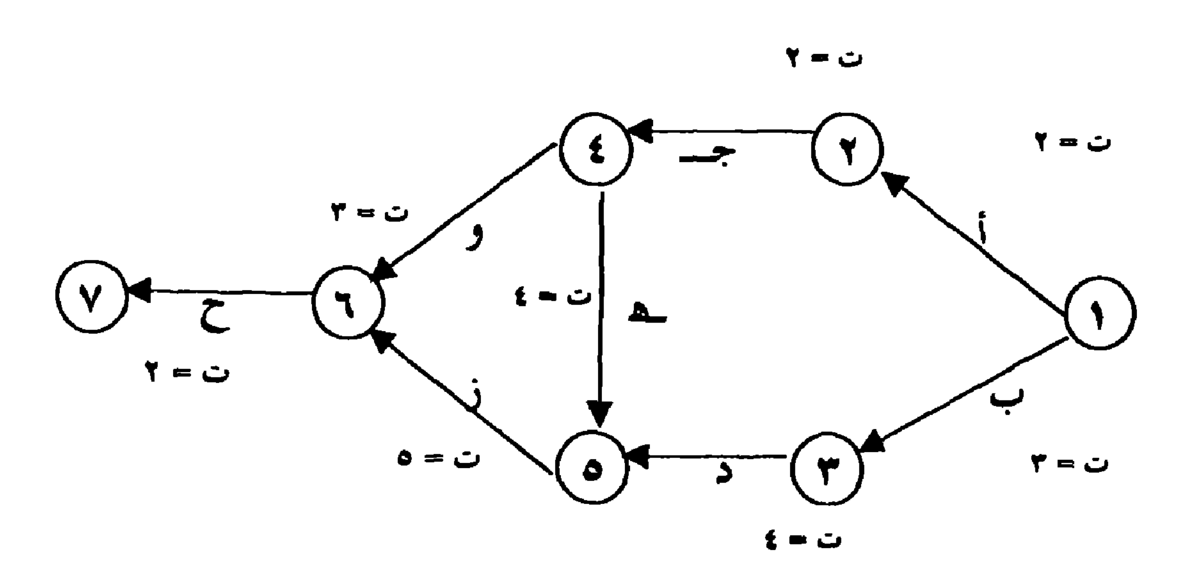
$ص_{د} \geq$ ١

$ص_{هـ} \geq$ ٢

$ص_{و} \geq$ ١

$ص_{ز} \geq$ ٣

$ص_{ح} \geq$ ١



شكل (١٢) شبكة المشروع وعليها أزمنة الأنشطة

قيود إتمام المشروع

يحدد هذا القيد أن آخر نشاط يجب أن يبدأ قبل الموعد النهائي لتسليم المشروع. إذا كان مشروع يجب أن يعجل ليصبح موعده ١٢ أسبوعا فإن :

$س_{ب} \geq$ ١٢

القيود التي تصف هيكل الشبكة

المجموعة الأخيرة من القيود تصف هيكل الشبكة. سيكون هنالك قيد أو أكثر لكل حدث. نبدأ بوضع زمن حدوث الحدث.

للحدث ١ سيكون : $س_١ = ٠$

وللحدث ٢ :

$س_٢ \geq$ الزمن العادي أ ـ عدد أسابيع تعجيل أ + زمن بدء النشاط أ ($س_١$ = صفر)

لأن زمن الحدث ٢   ٢ أسبوع للنشاط أ

فإن $س_٢ \geq ٢ - ص_أ$

أو $س_٢ + ص_أ \geq ٢$

للحدث ٣ :

$س_٣ \geq ٣ - ص_ب +$ صفر

أو $س_٣ + ص_ب \geq ٣$

للحدث ٤ :

نلاحظ أن النشاط جـ يبدأ مع الحدث (٢) $س_٢$ وليس صفر.

$س_٤ \geq ٢ - ص_{جـ} + س_٢$

أو $س_٤ - س_٢ + ص_{جـ} \geq ٢$

للحدث ٥ :

نحتاج إلى قيدان، الأول يمثل المسار من د

$$س_{ه} \geq ٤ - ص_{د} + س_{٣}$$

أو $$س_{ه} - س_{٣} + ص_{د} \geq ٤$$

القيد الثاني : يمثل المسار من هـ

$$س_{ه} \geq ٤ - ص_{هـ} + س_{٤}$$

أو $$س_{ه} - س_{٤} + ص_{هـ} \geq ٤$$

للحدث ٦ :

نحتاج أيضا إلى قيدان

$$س_{٦} \geq ٣ - ص_{و} + س_{٤}$$

أو $$س_{٦} - س_{٤} + ص_{و} \geq ٣$$

القيد الثاني :

$$س_{٦} \geq ٥ - ص_{ز} + س_{ه}$$

أو $$س_{٦} - س_{ه} + ص_{ز} \geq ٥$$

للحدث ٧ :

$$س_{٧} \geq ٢ - ص_{ح} + س_{٦}$$

أو $$س_{٧} - س_{٦} + ص_{ح} \geq ٢$$

وبعد إضافة قيود عدم السلبية، يمكن حل مشكلة البرمجة الخطية الحالية لإيجاد أمثل قيمة للمتغير ص. وذلك باستخدام أحد البرامج الجاهزة.

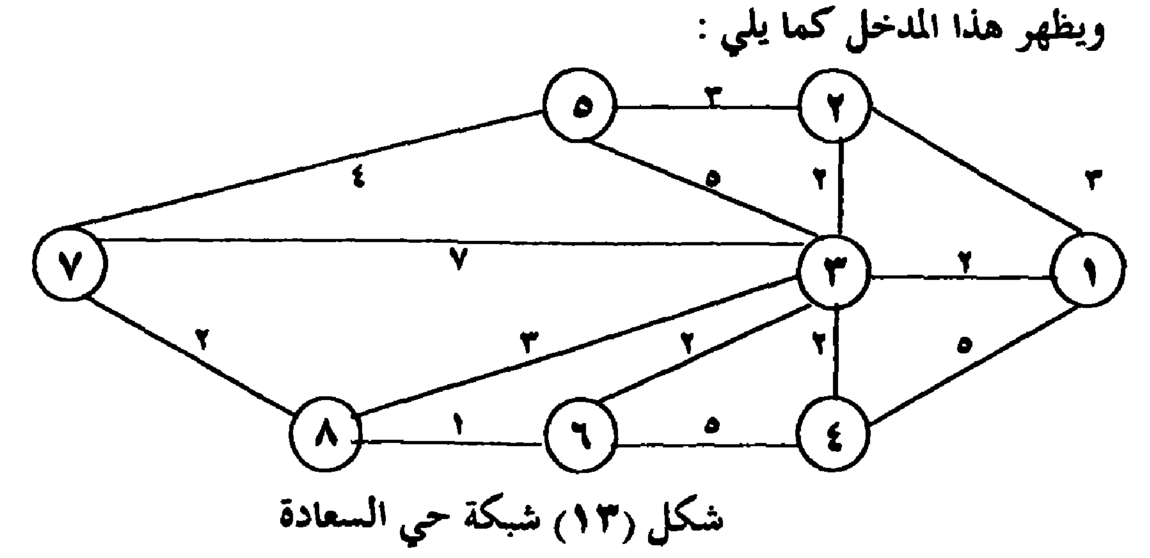
أسلوب شجرة الحد الأدنى للانتشار

Minimum Spanning Tree Technique

يبحث أسلوب شجرة الحد الأدنى للانتشار في توصيل كل النقاط بالشبكة مع تخفيض المسافات بينهم إلى أدنى حد ممكن. وقد طبق على سبيل المثال في شركات التليفونات لتوصيل عدد من التليفونات معا مع تخفيض الطول الإجمالي لكابلات التليفونات اللازمة.

لنأخذ مثال شركة النصر للإنشاءات التي تقوم بإنشاء حي السعادة في الساحل الشماني وعلى الشركة تحديد أقل الطرق تكلفة لتوصيل المياه والكهرباء لكل منزل. وتظهر شبكة المنازل في شكل (١٣).

وكما في شكل (١٣) توجد ثمانية منازل على الساحل وتظهر المسافة بين كل منزل بمئات الأمتار على الشبكة. فمثلا المسافة بين المنزل ١، ٢ تبلغ ٣٠٠ قدم (ستجد الرقم ٣ عد بالمئات بين المنزل ١، ٢) وسنستخدم أسلوب شجرة الحد الأدنى للانتشار لتحديد أدنى مسافة يمكن استخدامها لتوصيل كل النقاط. ويظهر هذا المدخل كما يلي :



شكل (١٣) شبكة حي السعادة

١- اختار أي نقطة بالشبكة.

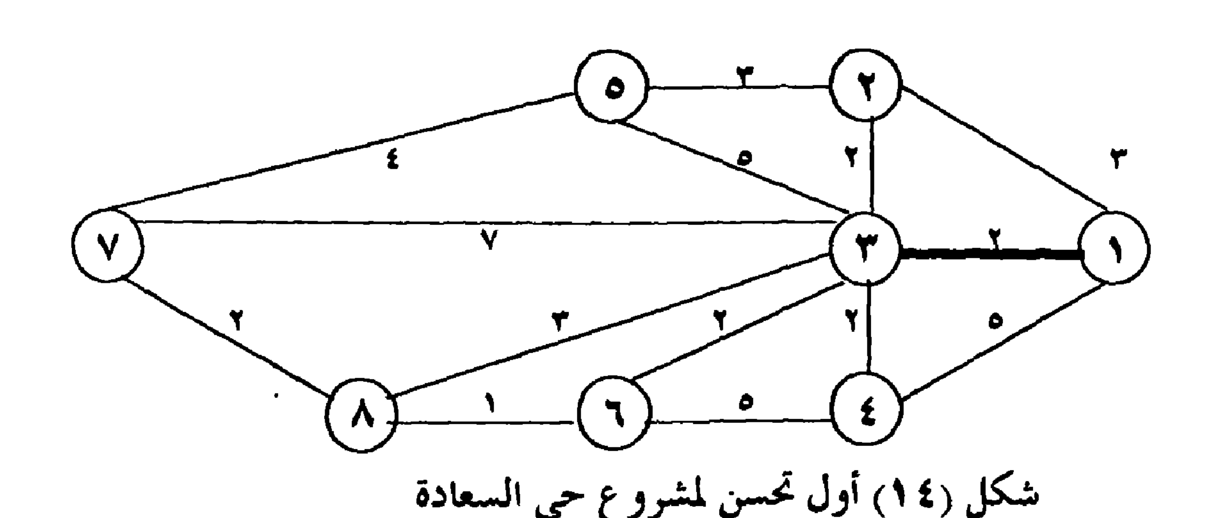
٢- وصل هذه النقطة إلى أقرب نقطة تحقق أدنى مسافة إجمالية.

٣- مع الأخذ في الحسبان كل النقاط السابق توصيلها حتى الآن، أوجد ووصل أقرب نقطة لم يتم توصيلها بعد.

٤- كرر الخطوة الثالثة إلى أن يتم توصيل كل النقاط.

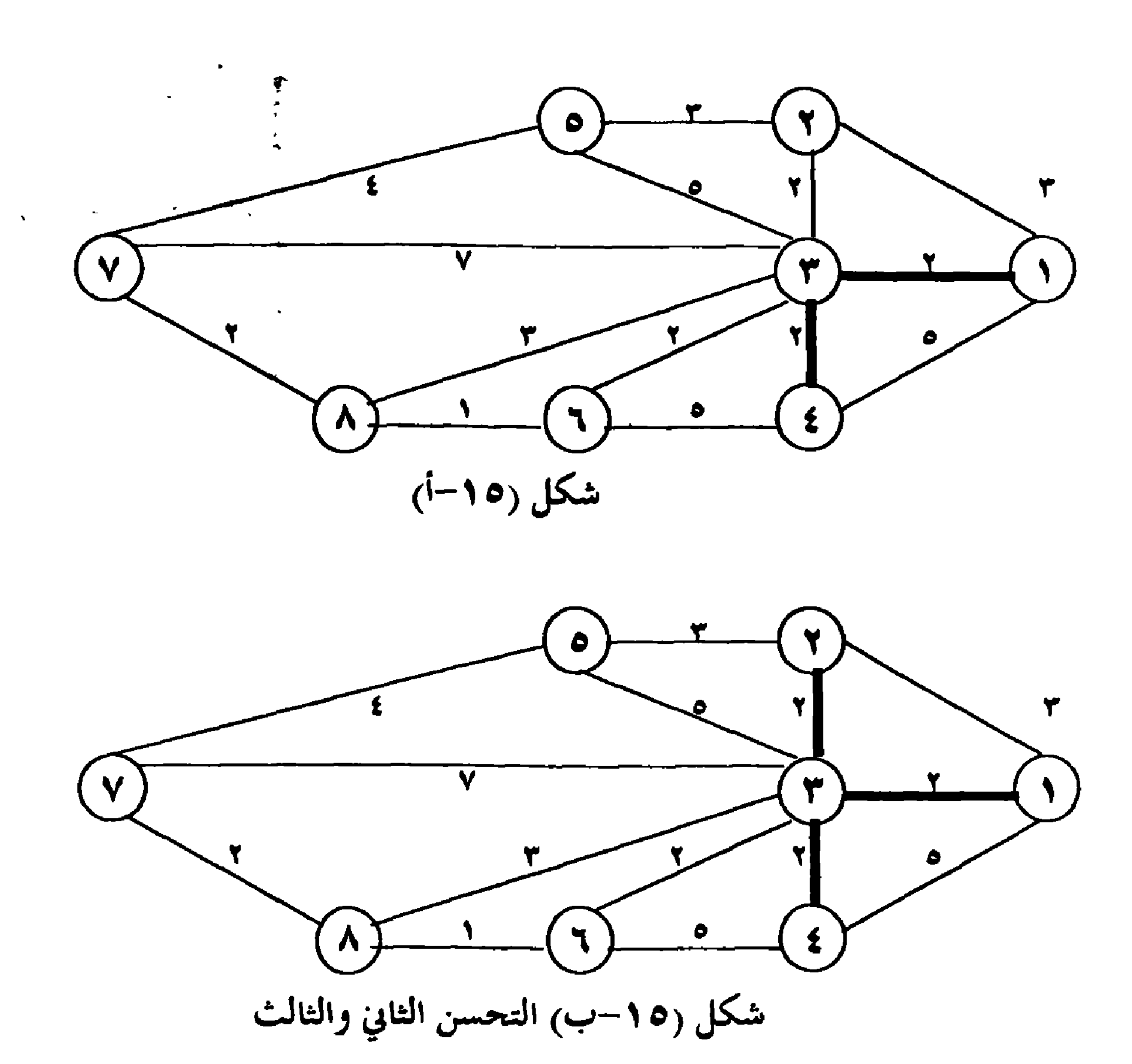
٥- إذا وجدت عقدة بالنقطة الثالثة وهذه لها نفس المسافة أو تقترب من نفس المسافة، اختار عشوائيا إحداها، واستمر في العمل. والعقدة تعني وجود اكثر من حل واحد أمثل.

سنحل مشكلة حي السعادة. نبدأ باختيار عشوائيا النقطة رقم ١ نظرا لأن أقرب نقطة هي النقطة الثالثة نوصل بينها بمسافة ٢ (٢٠٠ متر) ثم نوصل ١ إلى ٣. كما في شكل (١٤).



شكل (١٤) أول تحسن لمشروع حي السعادة

بالأخذ في الحسبان النقطة ١، ٣ نتجه إلى أقرب نقطة نجدها ٤، وهـــي الأقرب للنقطة ٣. والمسافة بينهما ٢ (٢٠٠ متر)، فنقوم بالتوصيل بـين ٣، ٤ شكل (١٥-أ).

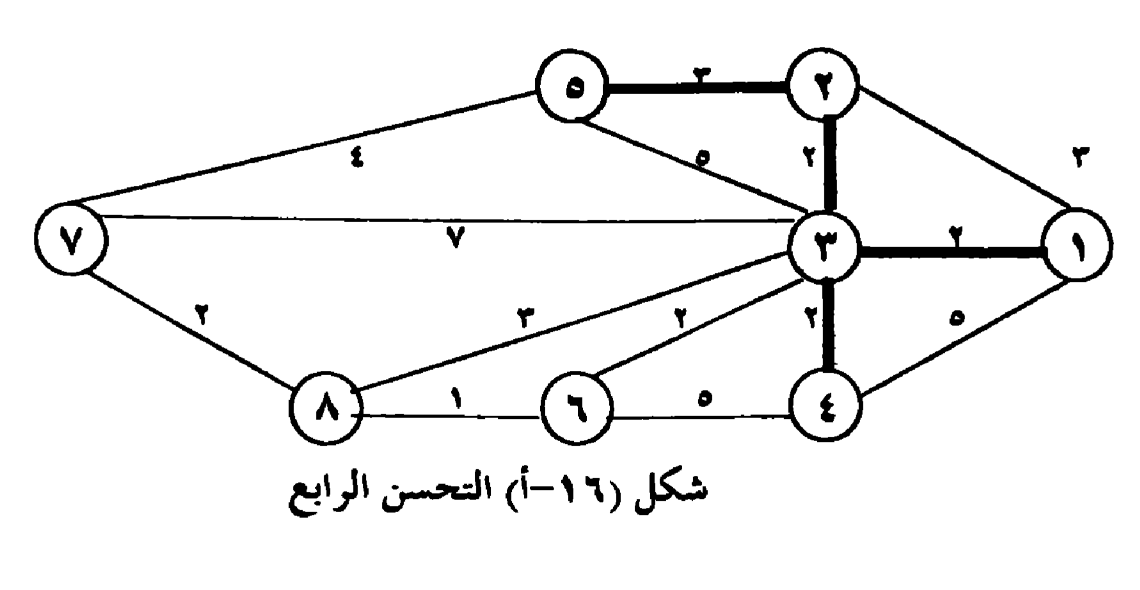


شكل (١٥-أ)

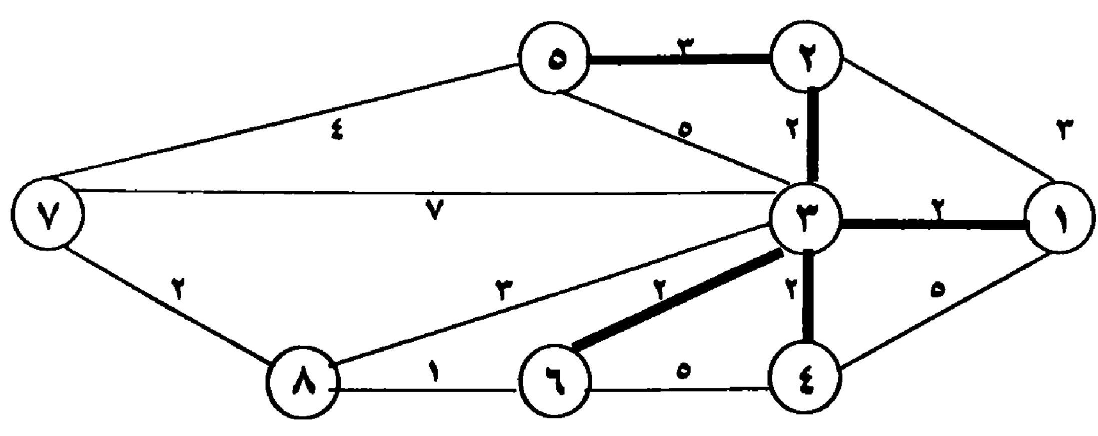
شكل (١٥-ب) التحسن الثاني والثالث

ونستمر في هذه العملية فنجد عقدة للتحسن التالي بمسافة حدهـــا الأدنى ٣ متر (نقطة ٢ - نقطة ٥ ونقطة ٣ - نقطة ٦) يجب ملاحظة أننا لم نـــأخذ في الحسبان نقطة ١ إلى ٢ ومسافتها ٣ متر نظـــرا لأن كـــل مـــن ١، ٢ قـــد تم

توصيلهما مسبقا. سنختار عشوائيا النقطة ٥ ونوصلها إلى نقطة ٢. شكل (١٦-أ). واقرب نقطة تالية هي ٦ نوصلها إلى ٣ شكل (١٦-ب).



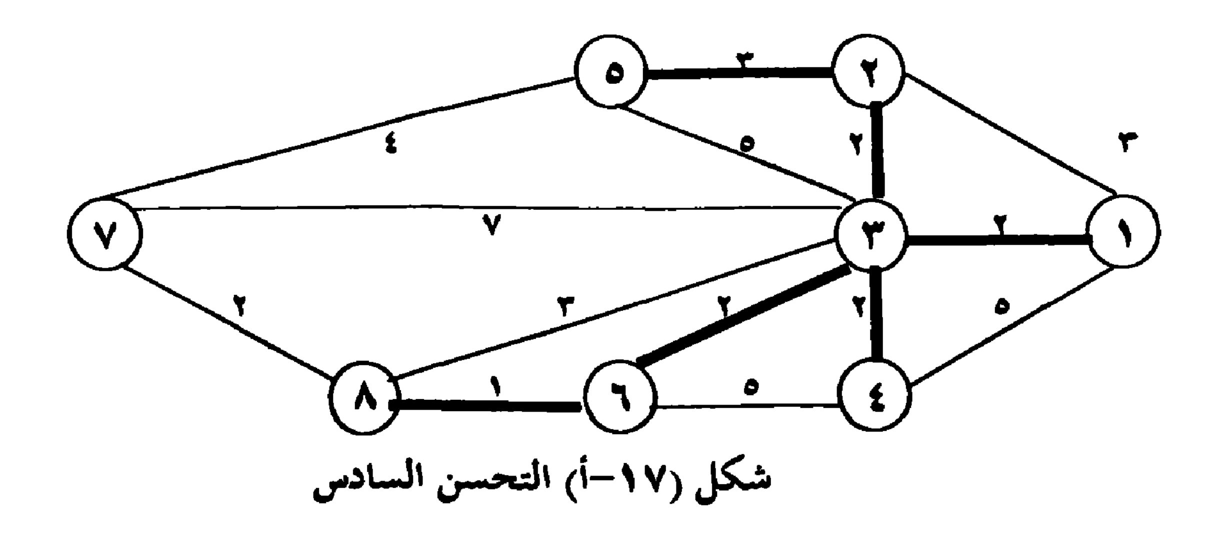
شكل (١٦-أ) التحسن الرابع



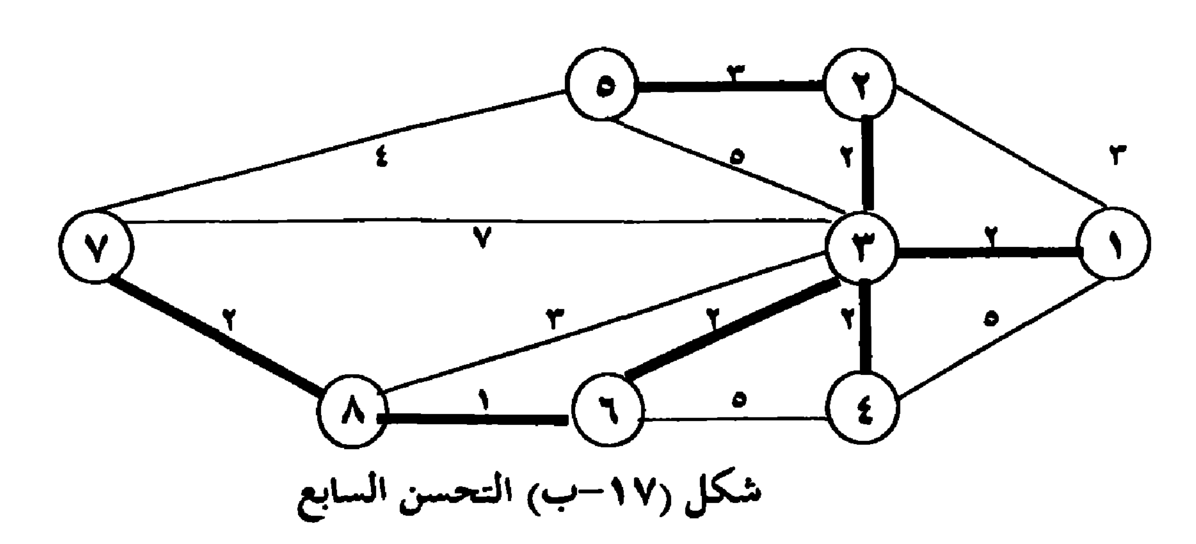
شكل (١٦-ب) التحسن الخامس

شكل (١٦) التحسن الرابع والخامس

لدينا في هذه المرحلة نقطتان باقيتان. نقطة ٨ هي أقرب إلى النقطة ٦ ومسافتها ١ فنوصلها كما في شكل (١٧-أ) ثم النقطة الباقية ٧ نوصلها إلى النقطة ٨ شكل (١٧-ب).



شكل (١٧-أ) التحسن السادس



شكل (١٧-ب) التحسن السابع

شكل (١٧) التحسن السادس والسابع

والحل الأمثل نجده في التحسن السابع والأخير والنقـــاط ١، ٢، ٤، ٦ جميعها موصلة إلى نقطة ٣. نقطة ٢ موصلة إلى نقطة ٥، نقطـة ٦ موصلـة إلى نقطة ٨ ونقطة ٨ موصلة إلى نقطة ٧. أصبحت كل النقاط موصلة حاليا.

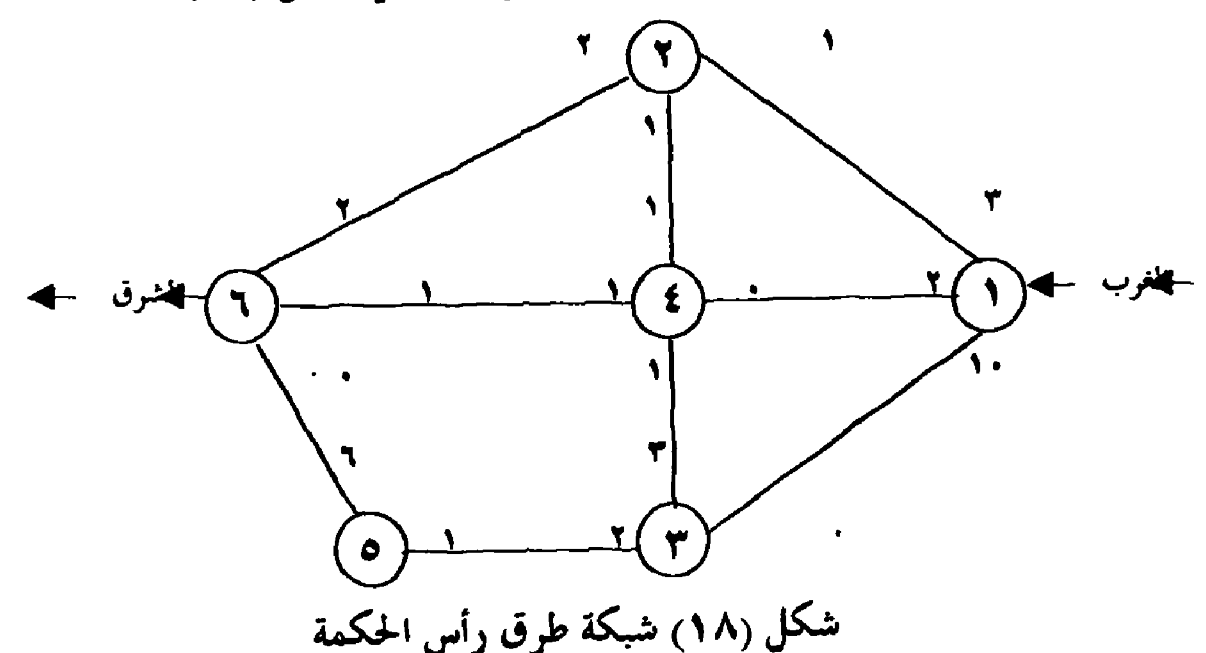
أسلوب أقصى كمية تدفق

Maximum-flow Technique

يبحث أسلوب أقصى كمية تدفق في تحديد أقصى كمية من المواد يمكن تدفقها داخل الشبكة. وقد استخدم هذا الأسلوب على سبيل المثال لإيجاد أقصى عدد من السيارات التي يمكن أن تمر في نظام الطرق السريعة بين المحافظات.

مثال :

رأس الحكمة مدينة ساحلية تقوم بتطوير نظام الطرق لمنطقة وسط المدينة ويرغب المخطط في تحديد أقصى عدد من السيارات التي يمكن أن تمر داخل المدينة من الغرب إلى الشرق. وتظهر شبكة الطرق كما في شكل (١٨).



شكل (١٨) شبكة طرق رأس الحكمة

وتم تمثيل الشوارع بالدوائر لاحظ شارع ١ ← ٢ الشارع يبين النقطـة ١، النقطة ٢. العدد بجوار النقاط يمثل أقصى عدد من السيارات (١٠٠ سـيارة في الساعة) التي يمكن أن تمر من النقط المختلفة. والرقم ٣ بجوار النقطة ١ يمثـل ٣٠٠ سيارة في الساعة يمكن أن تمر من ١ إلى ٢.

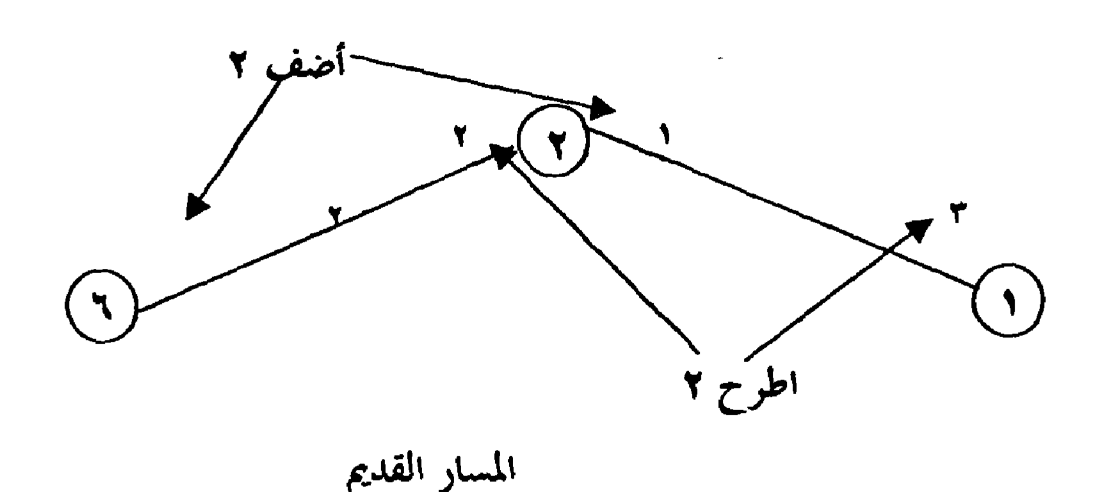
لاحظ الأرقام ١، ١، ٢ بجوار النقطة ٢ هذه الأرقام تمثل أقصى عدد مـن السيارات يمر من النقطة ٢ إلى النقطة ١، ٤، ٦ على التوالي. وكما يلاحظ مـن الشبكة أن أقصى تدفق من النقطة ٢ إلى النقطة ١ (١٠٠ سـيارة في السـاعة (١)). فيمكن أن تمر من نقطة ٢ إلى نقطة ٤، ٢٠٠ سيارة يمكن أن تمر مـن ٢ إلى ٦. لاحظ أن المرور يمكن أن يتم في الاتجاهين بنفس الشارع. ووجود صفـر يعني عدم وجود حركة أو طريق من اتجاه واحد.

وأسلوب أقصى تدفق ليس صعبا ويرتبط بالخطوات التالية :

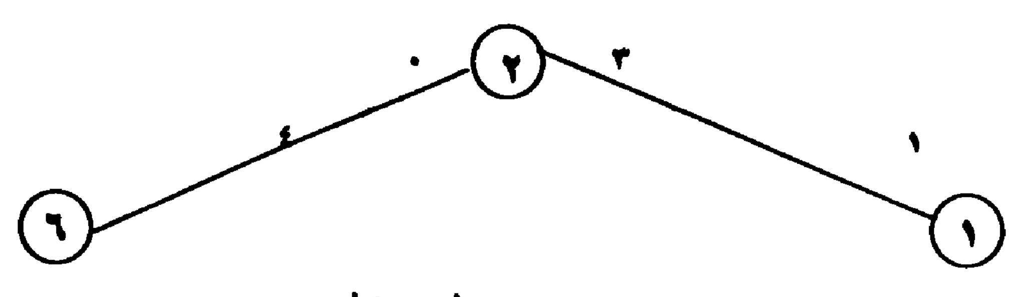
١- اختار المسار (الشوارع من الغرب إلى الشرق) الذي عليه حركة.
٢- كبر التدفق (عدد السيارات) إلى أقصى ما يمكن.
٣- عدل رقم طاقة التدفق على المسار (الشوارع).
٤- كرر الخطوات التالية إلى أن تصل إلى عدم إمكانية زيادة التدفق.

نبدأ باختيار المسار ١-٢-٦ عشوائيا وهو أعلى مسار بالشبكة. ما هـو أقصى تدفق يمكن أن يتم من الغرب إلى الشرق؟ نجد ٢ نظرا لأنه يمكن تدفـق ٢ وحدة (٢٠٠ سيارة) من نقطة ٢ إلى نقطة ٦، ثم تعدل طاقة التدفق. بـالنظر إلى شكل (١٩) ستجد أننا طرحنا أقصى تدفق ٢ من المسـار ١-٢-٦ في اتجـاه التدفق (غرب إلى شرق) وأضفنا ٢ إلى المسار في الاتجاه العكسـي (شـرق إلى غرب). والنتيجة تظهر في المسار الجديد شكل (١٩).

ومن المهم ملاحظة أن المسار الجديد في شكل (١٩) يعكس الطاقة النسبية الجديدة في هذه المرحلة. ورقم التدفق في أي عقدة يمثل عاملين. العامل الأول هو التدفق الذي يمكن أن يأتي من العقدة، والعامل الثاني التدفق الذي يمكن أن يتم تخفيضه من التدفق الداخل للعقدة. أولا، لنأخذ في الحسبان التدفق من الغرب إلى الشرق. انظر إلى المسار الذي يتحرك من ١ إلى ٢. الرقم ١ بالنقطة ١ يمثل ١٠٠ سيارة يمكن أن تتدفق من النقطة ١ إلى النقطة ٢. وبالنظر إلى المسار من النقطة ٢ إلى النقطة ٦ نلاحظ أن العدد صفر بجوار النقطة ٢ يعني وجود صفر سيارة تتدفق من نقطة ٢ إلى نقطة ٦. ولاحظ التدفق من الشرق إلى الغرب لظاهر في المسار الجديد شكل (١٩).



المسار القديم

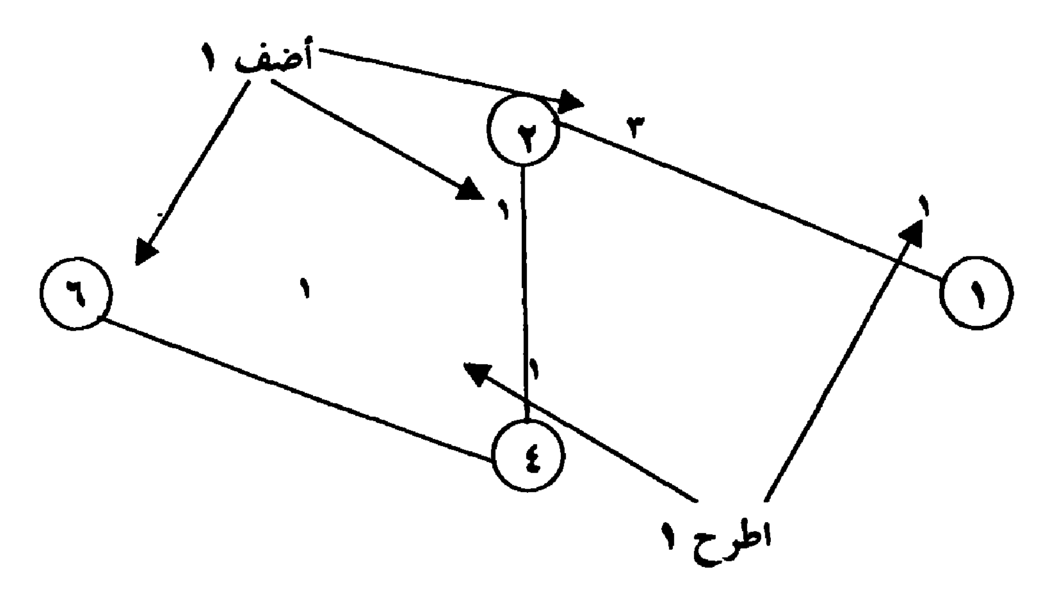


المسار الجديد

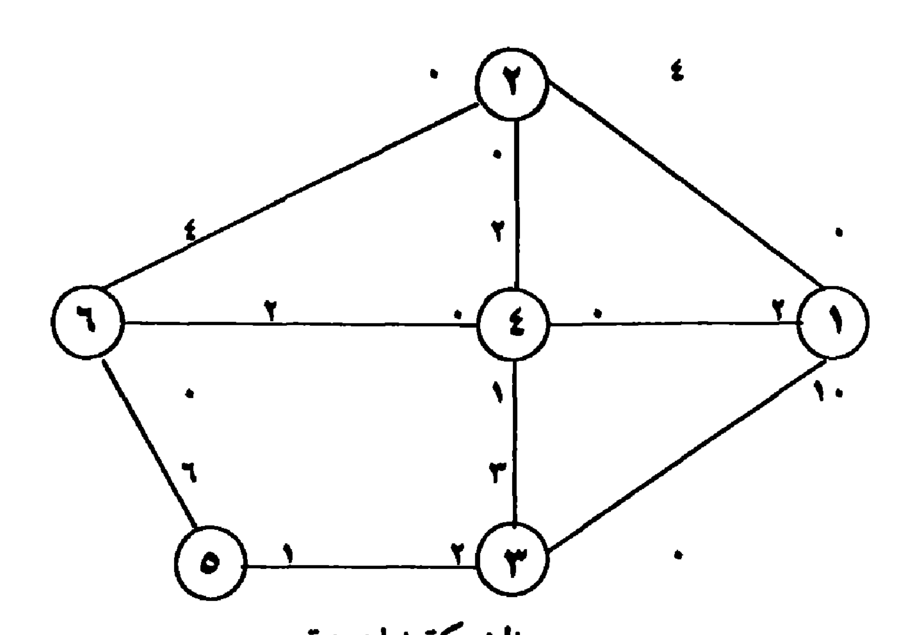
شكل (١٦) تعديل الطاقة للمسار ١-٢-٦ (التحسن الأول)

أولا : ادرس المسار من ٦ إلى ٢ العدد ٤ بالنقطة ٦ يعني إمكان تخفيض التدفق من النقطة ٦ بعدد ٢ (أي ٢٠٠ سيارة) وأن هناك طاقة قدرها ٢ (أي ٢٠٠ سيارة) يمكن أن تأتي من نقطة ٦. وهذان العاملان يجمعا ٤. وبالنظر للمسار من نقطة ٢ إلى نقطة ١، نجد العدد ٣ بالنقطة ٢ وهذا يعني إمكان تخفيض التدفق في النقطة ٢ بعدد ٢ (أي ٢٠٠ سيارة) وانه لدينا طاقة قدرها ١ (١٠٠ سيارة) من نقطة ٢ إلى نقطة ١. وفي هذه المرحلة، هناك تدفق ٢٠٠ سيارة داخل الشبكة من النقطة ١ إلى نقطة ٢ إلى نقطة ٦. وتم عرض الطاقة النسبية الجديدة كما في المسار الجديد شكل (١٩).

ونكرر العملية بأخذ مسار آخر بطاقة الحالية. ستأخذ المسلر ١-٢-٤-٦. أقصى طاقة داخل المسار ١. وفي الحقيقة فإن الطاقة في كل نقطة على هذا المسار (١-٢-٤-٦) من الغرب إلى الشرق هي ١. تذكر أن طاقة الفرع ١-٢ هي ١ نظرا لأن وحدتان (٢٠٠ سيارة) تتوقف حاليا خلال الشبكة.

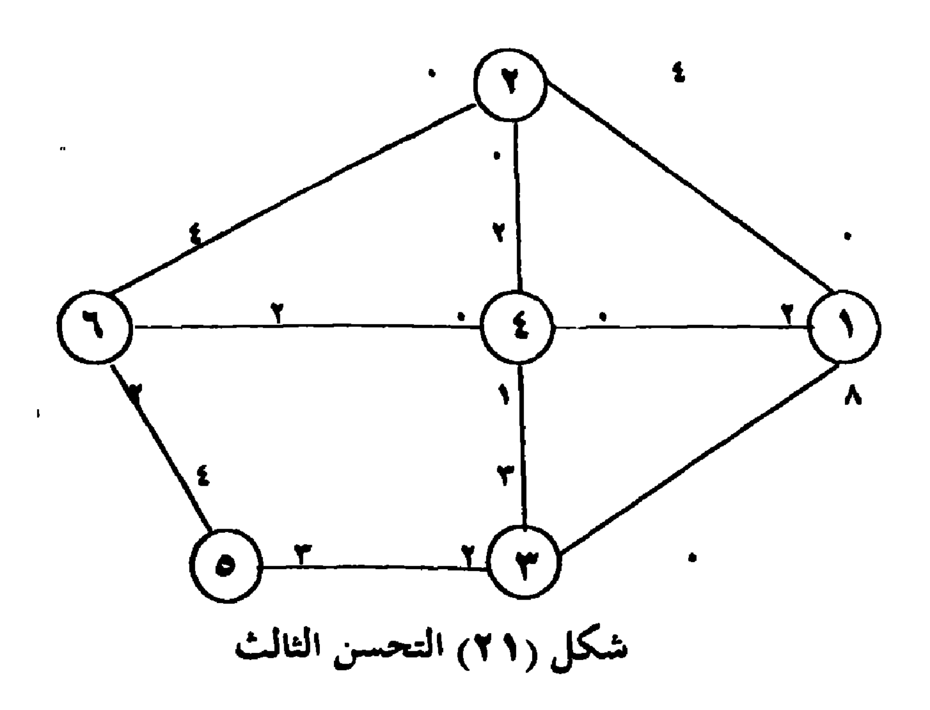


المسار القديم



الشبكة الجديدة

شكل (٢٠) التحسن الثاني



شكل (٢١) التحسن الثالث

وبالتالي، نزيد التدفق على المسار ١-٢-٤-٦ بعدد أو نعـــدل طاقـــة التدفق. راجع شكل (٢٠).

ولدينا حاليا تدفق قدره ٣ وحدات (٣٠٠ ســيارة) : ٢٠٠ ســيارة في الساعة على المسار ١-٢-٦ زائدا ١٠٠ سيارة في الساعة على المسار ١-٣-٥-٦. وهذا هو أدنى مسار، وأقصى تدفق ٢ نظرا لأن ذلك أقصى ما يتم مـــن النقطة ٣ إلى النقطة ٥. ويظهر التدفق الزائد في هذا المسار في شكل (٢١).

تكرر هذه العملية مرة أخرى، ونحاول إيجاد المسار الذي به طاقـــة غـــير مستمدة خلال الشبكة. وإذا ما اختبرت بدقة التحسن الأخير في شـــكل (٢١)، ستجد أنه لا يوجد مسارات أخرى من نقطة ١ إلى نقطة ٦ بطاقة غير مســتغلة، بالرغم من أن عديد من الفروع بالشبكة بها طاقة غير مستغلة. وأقصى تدفق هو ٥٠٠ سيارة في الساعة كما في الملخص التالي :

المسار	التدفق (سيارة في الساعة)
١-٢-٦	٢٠٠
١-٢-٤-٦	١٠٠
١-٣-٥-٦	٢٠٠
إجمالي	٥٠٠

يمكنك مقارنة الشبكة الأصلية بالشبكة النهائية لمعرفة التدفق بين أي نقطتين.

أسلوب أقصر طريق Shortest-Route Technique

يبحث أسلوب أقصر طريق في كيف يمكن لشخص أو مفردة الانتقال من مكان إلى آخر مع تخفيض إجمالي المسافة إلى أدنى حد ممكن. بطريقة أخرى، فإنها توجد أقصر طريق بين عدد من الأماكن.

ففي كل يوم تقوم شركة الدمياطي بنقل الكراسي والمكاتب وغيرها من أنواع الأثاث من المصنع إلى مخزن الجملة، ويتضمن ذلك المرور عبر عدة مدن. وترغب الشركة في تحديد الطريق ذو أقصر مسافة. وتظهر شبكة الطرق في شكل (٢٢).

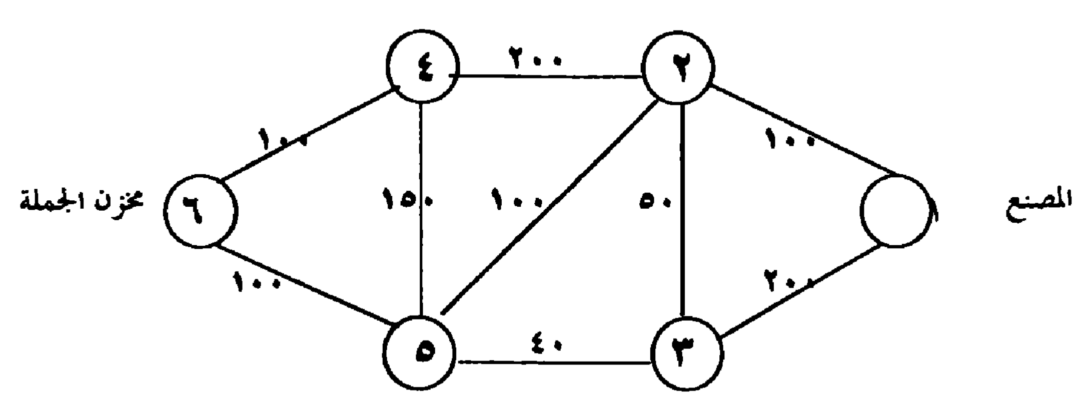
ويمكن استخدام أسلوب أقصر طريق للوصول إلى أدنى مسافة إجمالية من أي نقطة إلى نقطة نهائية. ويظهر ملخص هذا الأسلوب في الخطوات التالية :

١-إيجاد أقرب نقطة من البداية (من المصنع). ووضع المسافة في مربع بجوار النقطة.

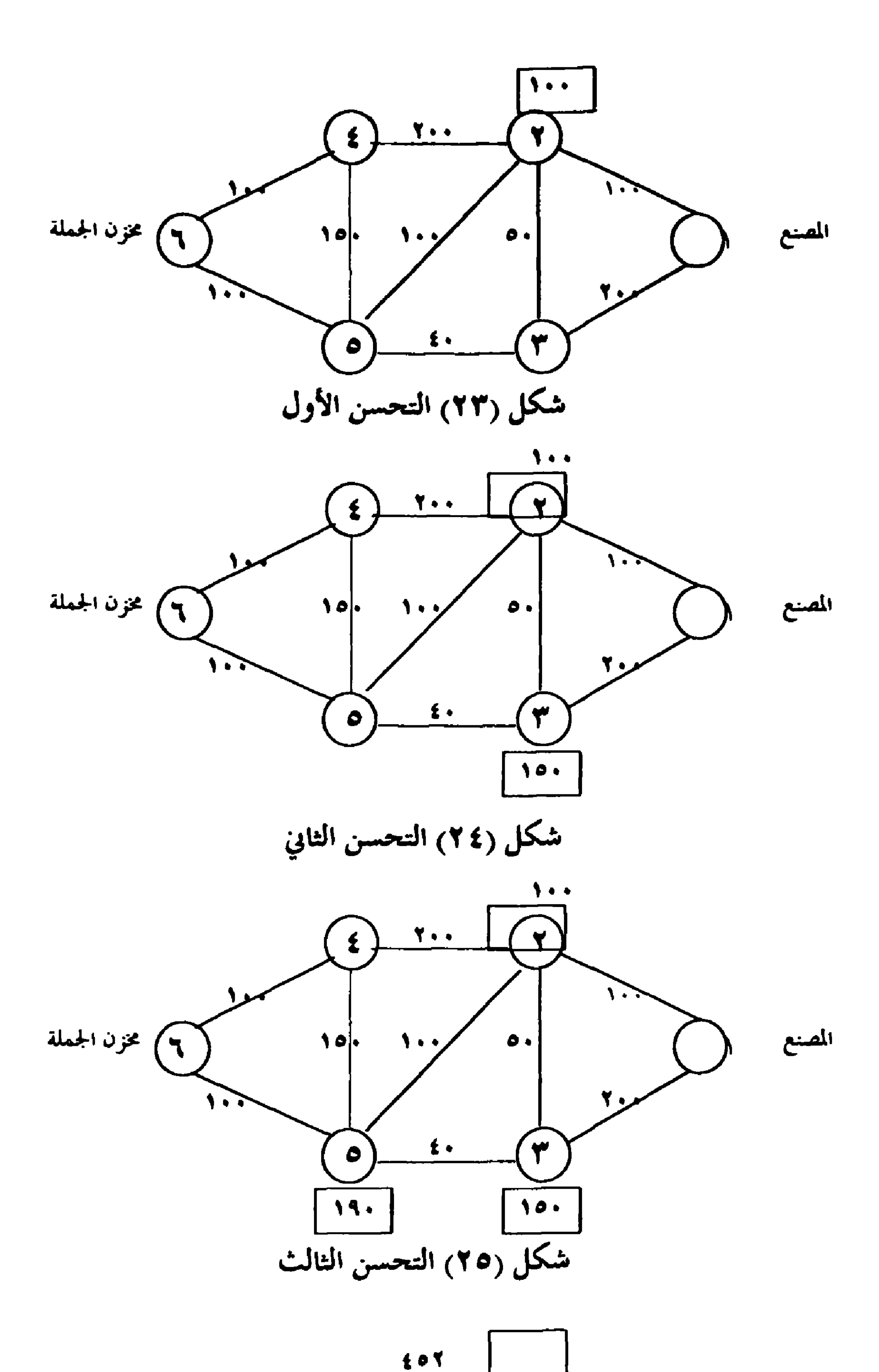
٢-أوجد أقرب نقطة تالية من البداية (المصنع) وضع المسافة في مربع بجوار النقطة. ستحتاج في بعض الحالات إلى اختبار عدة مسارات للوصول إلى اقرب نقطة.

٣-كرر هذه العملية إلى أن تنتهي من الشبكة ككل. وآخر مسافة في الطريق النهائي ستكون مسافة أقصر طريق. ويجب ملاحظة أن المسافات الموضوعة في مربعات بجوار كل نقطة هي أقصر مسافة إلى هذه النقطة. وتستخدم هذه المسافات كنتائج وسيطة لإيجاد أقرب نقطة تالية.

بالنظر إلى الشكل (٢٢) سنجد أن أقرب نقطة إلى المصنع هي نقطة رقم ٢٢ ومسافتها ١٠٠ كيلو. وبالتالي سنوصل هاتين النقطتين ويظهر التحسن الأول في شكل (٢٣).



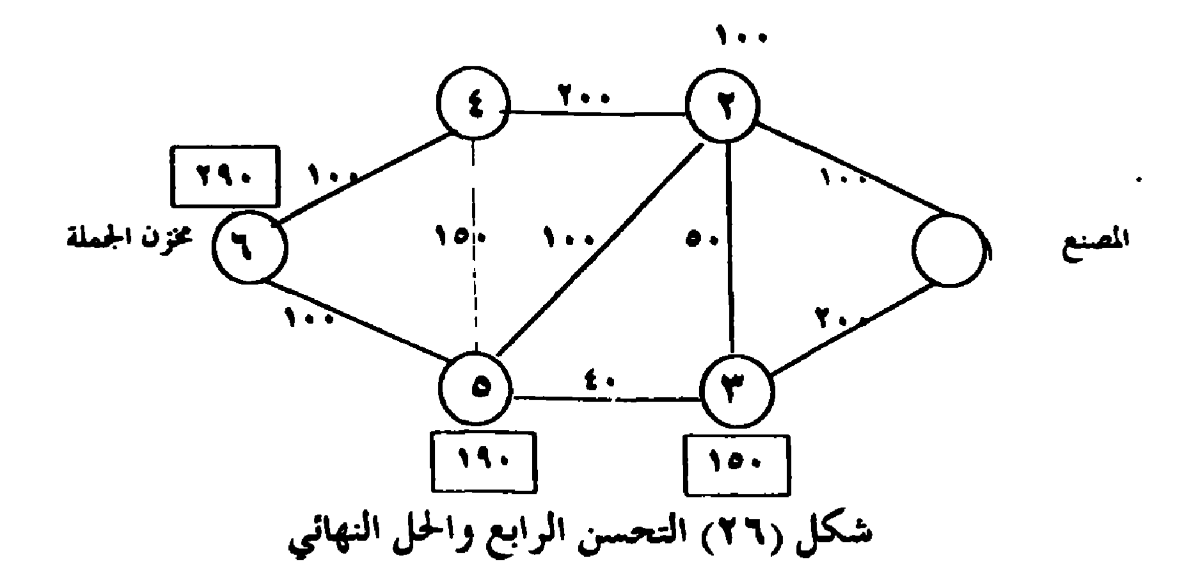
شكل (٢٢) الطرق من المصنع إلى مخزن الجملة



شكل (٢٣) التحسن الأول

شكل (٢٤) التحسن الثاني

شكل (٢٥) التحسن الثالث



شكل (٢٦) التحسن الرابع والحل النهائي

ثم نبحث عن أقرب نقطة تالية من البداية. نختبر نقطة ٣، ٤، ٥. نقطة ٣ هي أقربهم، ولكن يوجد بها مساران، المسار ١-٢-٣ هو الأقرب إلى البداية بمسافة إجمالية ١٥٠ كيلو. أنظر الشكل (٢٤).

ونكرر العمل. فأقرب نقطة تالية هي إما نقطة ٤ أو نقطة ٥. النقطة ٤ تبعد ٢٠٠ كيلو من نقطة ٢، ونقطة ٢ تبعد ١٠٠ كيلو من نقطة ١. كذلك نقطة ٤ تبعد ٣٠٠ كيلو من البداية. وهناك مساران للنقطة ٥، ٢-٥، ٣-٥ إلى البداية. لاحظ أنه ليس من الضروري أن نرجع إلى الوراء إلى البداية حيث نعرف أقصر طريق من نقطة ٢ ونقطة ٣ إلى البداية. ونضع أقصر مسافة في مربعات بجوار هذه النقاط. المسار ٢-٥ ١٠٠ كيلو، والنقطة ٢ تبعد ١٠٠ كيلو من البداية. لذلك، فإن إجمالي المسافة ٢٠٠ كيلو. وبطريقة مشابهة يمكننا تحديد المسار من النقطة ٥ إلى البداية.

تطبيقات محلولة

تطبيق (١)

لاستكمال خط تجميع طائرات التدريب حدد مدير الشركة الخطـــوات الرئيسية وسبعة أنشطة مرتبطة بها. وقد سميت هذه الأنشطة أ، ب إلى ز كمـا في الجدول التالي، يعرض الجدول التالي زمن استكمال النشاط والنشاط السابق لـه مباشرة. حدد الزمن المتوقع والانحراف لكل نشاط.

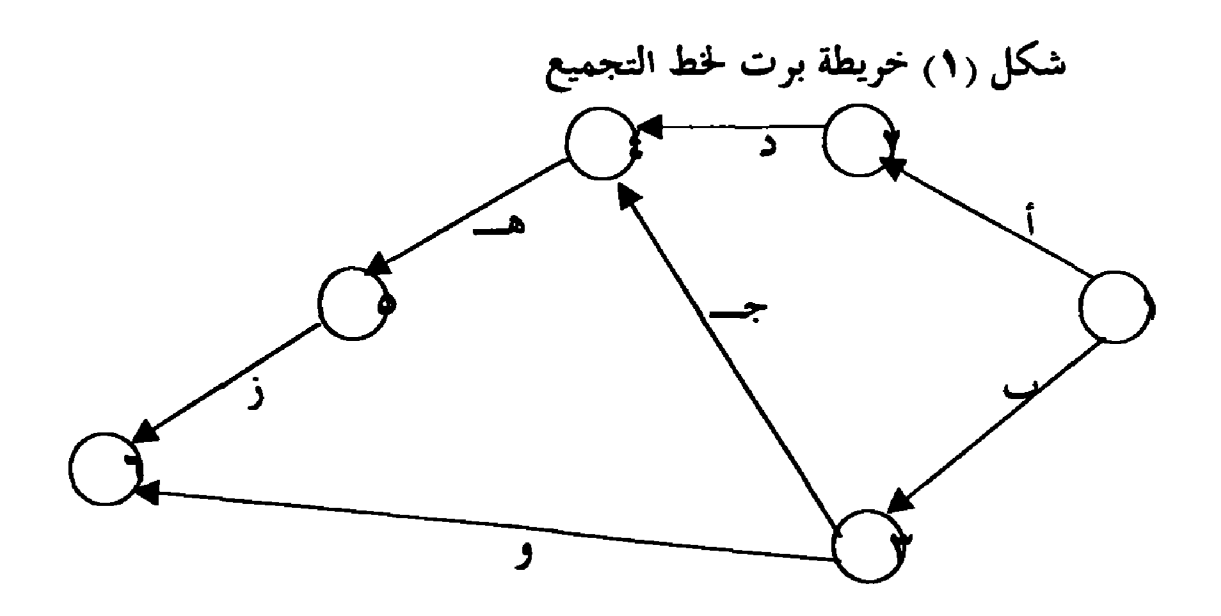
النشاط	متفائل	أكثر وقوعاً	متشائم	النشاط السابق مباشرة
أ	١	٢	٢	—
ب	٢	٣	٣	—
جـ	٤	٥	٦	أ
د	٨	٩	١١	ب
هـ	٢	٥	٥	جـ، د
و	٣	٥	٦	ب
ز	١	٢	٣	هـ

الحل

بالرغم من عدم طلبها في هذه المشكلة إلا أنه من المفيد رســم خريطـة بالأنشطة. فتظهر خريطة برت لخط التجميع كما يلي

ويمكن حساب الزمن المتوقع والانحرافات باستخدام المعادلة المذكــورة في هذا الفصل. وتظهر النتائج ملخصة في الجدول التالي

شكل (١) خريطة برت لخط التجميع



النشاط	الاتجاه	الزمن المتوقع	الانحراف المتوقع
أ	١ ←	١,٨٣	٠,٠٢٨
ب	١ ←	٢,٨٣	٠,٠٢٨
جـ	٢ ←	٥	٠,١١١
د	٣ ←	٩,١٧	٠,٢٥٠
هـ	٤ ←	٤,٥	٠,٢٥٠
و	٣ ←	٤,٨٣	٠,٢٥٠
ز	٥ ←	٢	٠,١١١

تطبيق محلول (٢)

ترغب الشركة في تحديد المسار الحرج لخط التجميع في التطبيق (١) وزمن إتمام المشروع. كما يرغب المدير في تحديد زمن الإنهاء المبكر وزمن الإنهاء المتأخر لكل نشاط.

الحل

يمكن الوصول إلى المسار الحرج، زمن البدء المبكر، وزمن الإنهاء المبكـــر، زمن البدء المتأخر، زمن الإنهاء المتأخر، باستخدام الإجراءات المشروحة في هـــذا الفصل. ويظهر ملخص النتائج في الجدول التالي :

النشاط	الاتجاه	زمن النشاط				زمن الأعطال
		بدء مبكر	بدء متأخر	إنهاء مبكر	إنهاء متأخر	
أ	١ ← ٢	٠	١,٨٣	٥,١٧	٧	٥,١٧
ب	١ ← ٣	٠	٢,٨٣	٠٠	٢,٨٣	–
جـ	٢ ← ٤	١,٨٣	٦,٨٣	٧,٠٠	١٢,٠٠	٥,١٧
د	٣ ← ٤	٢,٨٣	١٢,٠٠	٢,٨٣	١٢,٠٠	–
هـ	٤ ← ٥	١٢,٠٠	١٦,٥	١٢,٠٠	١٦,٥	–
و	٣ ← ٦	٢,٨٣	٧,٦٧	١٣,٦٧	١٨,٥	١٠,٨٣
ز	٥ ← ٦	١٦,٥	١٨,٥	١٦,٥	١٨,٥	–

زمن إنهاء المشروع = ١٨,٥

الانحراف عن المسار الحرج = ٠,٦٣٨٨

الانحراف المعياري عن المسار الحرج = ٠,٧٩٩٣

والأنشطة على المسار الحرج هي ب، د، هـ، ز. حيث لهذه الأنشـــطة زمن أعطال صفر، كما يظهر بالجدول. وزمن إتمام المشروع ١٨,٥ أســـبوع. ويظهر بالجدول زمن البدء المبكر والإنهاء المبكر والبدء المتأخر والإنهاء المتأخر.

تطبيقات

١- يعمل حسن محمد مديرا للموارد البشرية بشركة النصر. وهي شركة متخصصة في البحوث والاستشارات. وأحد البرامج التي يفكر فيـــها حســـن لمديري الإدارات التنفيذية هو التدريب على القيادة. وقد حدد حسن مجموعـــة من الأنشطة التي يجب أن تتم قبل أن ينفذ برنامج التدريب. ويظهر بـــالجدول التالي الأنشطة والأنشطة السابقة عليها مباشرة.

النشاط	النشاط السابق مباشرة
أ	–
ب	–
جـ	–
د	ب
هـ	أ، د
و	جـ
ز	هـ، و

ارسم خريطة الشبكة لهذه المشكلة.

٢- تمكن حسن من تحديد زمن كل نشاط لبرنامج التدريب على القيـادة ويرغب في تحديد زمن إنجاز المشروع والمسار الحرج. وتظهر أزمنة الأنشـطة في الجدول التالي (راجع التطبيق رقم (١)).

النشاط	الزمن باليوم
أ	٢
ب	٥
جـ	١
د	١٠
هـ	٣
و	٦
ز	٨
إجمالي	٣٥

٣- تتخصص شركة النوبارية في إنتاج آلات جمع الحشائش. وقد اقتنـع المهندس فؤاد بأن جمع الحشائش آليا أفضل من استخدام الأساليب الكيماويـة لقتل الحشائش. فالكيماويات تؤدي إلى التلوث. ويظهر أن الحشـائش تنمـو أسرع بعد استخدام الكيماويات وقد ابتكر المهندس فؤاد آلة تحصد الحشـائش في المناطق الضيقة وعلى ضفاف الترع والمصارف. ويظـهر بـالجدول التـالي الأنشطة اللازمة لإنتاج آلة واحدة لتجربتها. ارسم شبكة لهذه الأنشطة.

النشاط	النشاط السابق مباشرة
أ	–
ب	–
جـ	أ
د	أ
هـ	ب
و	ب
ز	جـ، هـ
ح	د، و

٤- بعد مشاورة مع المهندس عبد الحليم استطاع المهندس فؤاد تحديد أزمنة الأنشطة لإنتاج آلة حصد الحشائش لاستخدامها بالمناطق الضيقة. ويرغب المهندس فؤاد في تحديد الزمن المبكر للبدء، الزمن المتأخر للبدء، الزمن المبكر للإنهاء، الزمن المتأخر للإنهاء، وزمن الأعطال لكل نشاط. ويجب تحديد إجمالي زمن إنجاز المشروع والمسار الحرج.

ارجع إلى التطبيق رقم (٢) للتفاصيل. وفيما يلي أزمنة الأنشطة.

النشاط	الزمن (بالأسابيع)
أ	٦
ب	٥
جـ	٣
د	٢
هـ	٤
و	٦
ز	١٠
ح	٧

٥- تقوم شركة مصطفى بتركيب التوصيلات الكهربائية في المنشـــآت. ويهتم مصطفى بالزمن اللازم لإتمام تركيب كافة الأسلاك. حيث أن بعض مـــن العاملين لديه لا يمكن الاعتماد عليهم بالكامل. وما يلي قائمة بالأنشطة والزمـــن المتفائل والمتشائم والأكثر توقعا لكل منها بعدد الأيام.

النشاط	متفائل	أكثر توقعا	متشائم	النشاط السابق مباشر
أ	٣	٦	٨	–
ب	٢	٤	٤	–
جـ	١	٢	٣	–
د	٦	٧	٨	جـ
هـ	٢	٤	٦	ب، د
و	٦	١٠	١٤	أ، هـ

النشاط	الزمن (بالأسابيع)
أ	٦
ب	٥
جـ	٣
د	٢
هـ	٤
و	٦
ز	١٠
ح	٧

٥- تقوم شركة مصطفى بتركيب التوصيلات الكهربائية في المنشـــآت. ويهتم مصطفى بالزمن اللازم لإتمام تركيب كافة الأسلاك. حيث أن بعض مـــن العاملين لديه لا يمكن الاعتماد عليهم بالكامل. وما يلي قائمة بالأنشطة والزمـــن المتفائل والمتشائم والأكثر توقعا لكل منها بعدد الأيام.

النشاط	متفائل	أكثر توقعا	متشائم	النشاط السابق مباشر
أ	٣	٦	٨	-
ب	٢	٤	٤	-
جـ	١	٢	٣	-
د	٦	٧	٨	جـ
هـ	٢	٤	٦	ب، د
و	٦	١٠	١٤	أ، هـ

ز	١	٢	٤	أ، هـ
ح	٣	٦	٩	و
ط	١٠	١٠	١٢	ز
ك	١٤	١٦	٢٠	جـ
ل	٢	٨	١٠	ح، ط

حدد زمن الإنجاز المتوقع والانحراف لكل نشاط.

٦- يرغب مصطفى في تحديد زمن إنجاز المشروع والمسار الحرج (ارجع إلى التطبيق رقم (٥)). وحدد كل من الزمن المبكر للبدء والزمن المبكر للإنهاء، والزمن المتأخر للبدء، والزمن المتأخر للإنهاء، وزمن الأعطال لكل نشاط.

٧- ما هي احتمالات أن يتم المشروع كما هو محدد في التطبيق (٥)، (٦) في ٤٠ يوم أو أقل؟

٨- يدرس أحمد شرف مدير الموارد البشرية بشركة بورسعيد للتوظيف تصميم برنامج يمكن عملاؤه من إيجاد فرص عمل. ومن الأنشطة اللازمة إعداد سيرة ذاتية، كتابة الخطابات، إعداد مواعيد المقابلات للموظفين المرتقبين، دراسة الشركات والصناعات، وغيرها. وما يلي بعض المعلومات عن الأنشطة التي تظهر بالجدول التالي :

النشاط	الزمن			النشاط
	متفائل	أكثر وقوعاً	متشائم	السابق مباشرة
أ	٨	١٠	١٢	–
ب	٦	٧	٩	–
جـ	٣	٣	٤	–
د	١٠	٢٠	٣٠	أ
هـ	٦	٧	٨	جـ
و	٩	١٠	١١	ب، د، هـ
ز	٦	٧	١٠	ب، د، هـ
ح	١٤	١٥	١٦	و
ط	١٠	١١	١٣	و
ك	٦	٧	٨	ز، ح
ل	٤	٧	٨	ط، ك
م	١	٢	٤	ز، ح

(أ) صمم شبكة العلاقات السابقة.

(ب) حدد الزمن المتوقع وانحراف كل نشاط.

(جـ) حدد الزمن المبكر للبدء، الزمن المتأخر للبدء، الزمن المبكر للإنهاء، الزمن المتأخر للإنهاء، زمن الأعطال لكل نشاط من الأنشطة السابقة.

(د) حدد المسار الحرج وزمن إنجاز المشروع.

(هـ) حدد احتمالات إنهاء المشروع في ٧٠ يوم.

(و) حدد احتمالات إنهاء المشروع في ٨٠ يوم.

(ز) حدد احتمالات إنهاء المشروع في ٩٠ يوم.

٩- باستخدام برت استطاع عمر محمد تحديد الزمن المتوقع لإنجاز مشروع تصنيع يخت سياحي في ٢١ شهر وكان انحراف المشروع ٤ شهور.

(أ) ما هي احتمالات إتمام المشروع في ١٧ شهر.

(ب) ما هي احتمالات إتمام المشروع في ٢٠ شهر.

(جـ) ما هي احتمالات إتمام المشروع في ٣٠ شهر.

(د) ما هي احتمالات إتمام المشروع في ٢٥ شهر.

١٠- مشروع الحد من التلوث والذي ذكر في هذا الفصل بدأ في التنفيذ وهو الآن في الأسبوع الثامن. ويرغب المدير في معرفة قيمة الأعمال التامة، وقيمة التكاليف الزائدة أو الموفرة بالمشروع، ومدى التزام المشروع بالجدول الزمني وذلك بإعداد جدول مثل السابق شرحه بهذا الفصل. وما يلي أرقام التكاليف المرتبطة.

النشاط	نسبة التمام	التكاليف الفعلية
أ	١٠٠	٢٠٠٠٠
ب	١٠٠	٣٦٠٠٠
جـ	١٠٠	٢٦٠٠٠
د	١٠٠	٤٤٠٠٠
هـ	٥٠	٢٥٠٠٠
و	٦٠	١٥٠٠٠

ز	١٠	٥٠٠٠
ح	١٠	١٠٠٠

١١- التزم محمود أمين بإعداد برنامج للتدريب والتنمية. وهـــو يعلـــم الزمن المبكر للبدء، الزمن المتأخر للبدء، وإجمالي تكاليف كل نشاط وتظهر هـذه المعلومات في الجدول التالي :

النشاط	زمن البدء المبكر	زمن البدعلتأ	التكاليف	إجمالي التكاليف
أ	٠	٠	٦	١٠
ب	١	٤	٢	١٤
جـ	٣	٣	٧	٥
د	٤	٩	٣	٦
هـ	٦	٦	١٠	١٤
و	١٤	١٥	١١	١٣
ز	١٢	١٨	٢	٤
ح	١٤	١٤	١١	٦
ط	١٨	٢١	٦	١٨
ك	١٨	١٩	٤	١٢
ل	٢٢	٢٢	١٤	١٠
م	٢٢	٢٣	٨	١٦
ن	١٨	٢٤	٦	١٨

(أ) باستخدام زمن البدء المبكر حدد إجمالي الموازنة الشهرية للتكاليف.

(ب) باستخدام زمن البدء المتأخر حدد إجمالي الموازنة الشهرية للتكاليف.

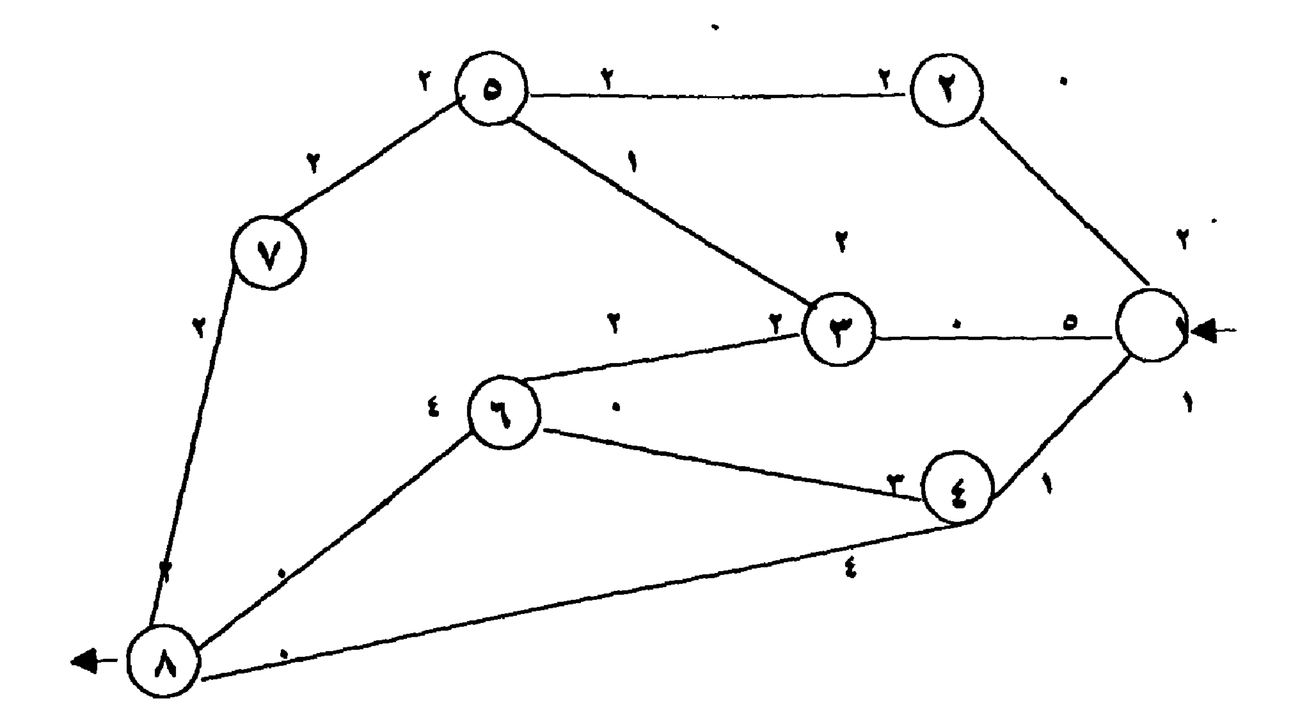
١٢- يقوم حسن ماهر بتصنيع منشآت معدنية للاستخدامات التجارية. وقد حدد الأنشطة اللازمة لبناء نموذج تجريبي لأحد الموديلات وما يلي البيانات الخاصة بهذه المشكلة :

النشاط	الزمن العادي	الزمن المعجل	التكاليف العادية	التكاليف المعجلة	النشاط السابق
أ	٣	٢	١٠٠٠	١٦٠٠	–
ب	٢	١	٢٠٠٠	٢٧٠٠	–
جـ	١	١	٣٠٠	٣٠٠	–
د	٧	٣	١٣٠٠	١٦٠٠	أ
هـ	٦	٣	٨٥٠	١٠٠٠	ب
و	٢	١	٤٠٠٠	٥٠٠٠	جـ
ز	٤	٢	١٥٠٠	٢٠٠٠	د، هـ

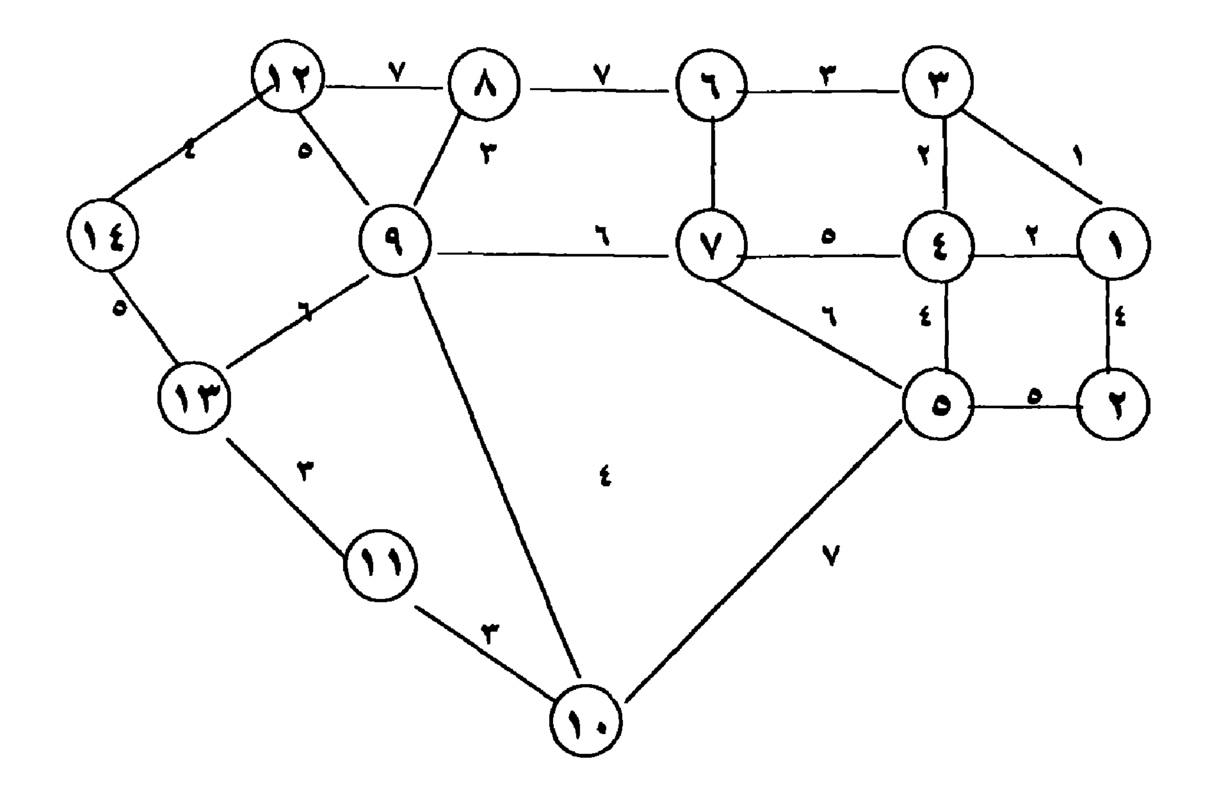
(أ) ما هو تاريخ إتمام المشروع؟

(ب) صمم نموذج برمجة خطية للتعجيل بهذا المشروع ليتم في ١٠ أسابيع.

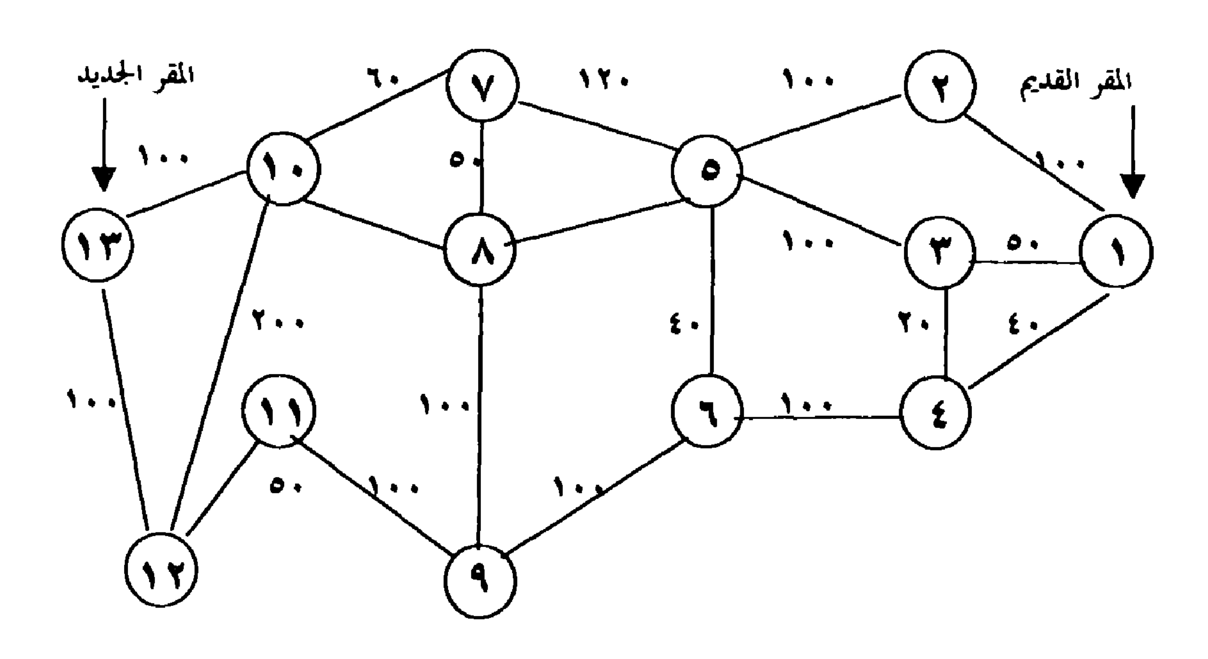
١٣- تفكر محافظة الإسكندرية في جعل عديد من شوارعها في اتجاه واحد. ما هو أقصى عدد من السيارات في الساعة التي يمكن أن تسير من الشرق إلى الغرب؟ وتظهر شبكة الطرق كما في الشكل التالي :



١٤- تدرس شركة توزيع الكهرباء توصيل الكهرباء إلى حـــي ســكني جديد. ويرغب السيد صالح في تخفيض إجمالي طول الأسلاك المســتخدمة، ممــا يخفض من التكاليف للحد الأدنى. وتظهر مساكن هذا الحي بالشــبكة التاليــة حيث تم ترقيم كل منزل، وكتبت المسافة بين كل منزل وآخر بمئات الأمتار. مــا هي توصياتك؟



١٥- طلب من شركة فاروس بنقل أثاث وأجهزة شركة بورفـــؤاد إلى موقعها الجديد. ما هو الطريق الذي تقترح أن مشكلة السيارات إذا أعطيـــت لك شبكة الطرق بالشكل التالي؟ :



ملحق : الجداول الإلكترونية لحل مشاكل الشبكات

يمكن استخدام الجداول الإلكترونية بمجموعة من الطرق لحل مشاكل الشبكات. وسندرس في هذا الملحق استخدام الجداول الإلكترونية لحساب الزمن المتوقع والانحرافات، وتحليل تقييم ومتابعة البرامج. وتحديد التكاليف المقدرة، ومتابعة ورقابة المشروعات.

الزمن المتوقع وتحديد الانحرافات

تظهر ورقة العمل بشكل (٨) استخدام الجداول الإلكترونية لحساب الأزمنة المتوقعة وتحديد الانحرافات. وهي تناظر جدول (٢) في هذا الفصل. ويحسب الزمن المتوقع في العمود E. فمثلا، المعادلة للنشاط A هي =(B6+4*C6+D6)/6. وتحسب الانحرافات في عمود F. والأزمنة المتفائلة تطرح من الأزمنة المتشائمة وتقسم على ٦ ثم نوجد الجزر التربيعي لها.

	A	B	C	D	E	F
١	الأزمنة المتوقعة والانحرافات					
٢						
٣			أكثر			
٤	النشا	متفائل	ثقة	متشا	الزمن المتوقع	الانحراف
٥						
٦	A	١	٢	٣	=(B6+4*C6+D6)/6	=((D6-B6)/6)^2
٧	B	٢	٣	٤	=(B7+4*C7+D7)/6	=((D7-B7)/6)^2
٨	C	١	٢	٣	=(B8+4*C8+D8)/6	=((D8-B8)/6)^2
٩	D	٢	٤	٦	=(B9+4*C9+D9)/6	=((D9-B9)/6)^2
١٠	E	١	٤	٧	=(B10+4*C10+D10)/6	=((D10-B10)/6)^2
١١	F	١	٢	٩	=(B11+4*C11+D11)/6	=((D11-B11)/6)^2
١٢	G	٣	٤	١١	=(B12+4*C12+D12)/6	=((D12-B12)/6)^2
١٣	H	١	٢	٣	=(B13+4*C13+D13)/6	=((D13-B13)/6)^2

تنفيذ تحليل تقييم ومتابعة البرامج على الجداول الإلكترونية

يلخص جدول (٣) تحليل تقييم ومتابعة البرامج ويؤدي شكل (٩) إلى تحقيق نفس النتيجة. فيتم إدخال بيانات المدخلات (أزمنة الأنشطة) في أول عشرة صفوف. ويتم تحليل برت بدئا من الصف ١١ وحتى الصف ٢٠. وتنفذ ورقة العمل نفس المثال المشروح في هذا الفصل. وزمن البدء المبكر للأنشطة أ، ب يساوي صفر. وزمن الإنهاء المبكر للأنشطة أ، ب هو ٢، . وقد حسبت هذه القيم من المعادلة B3= و B4= في الخلايا C13، C14. وزمن البدء المبكر

للنشاط C يساوي زمن الإنهاء المبكر للنشاط A أو C13=. والزمن المبكر للإنهاء للنشاط C يساوي زمن الإنهاء المبكر للنشاط A أو C13=. والزمن المبكر للإنهاء للنشاط C هو زمن البدء المبكر للنشاط C زائدا زمن النشاط أو B15+B5=. لاحظ الأنشطة G، H في العمود A. واستخدمنا دالة MAX= لتأكيد أن كل الأنشطة قد تمت قبل بدء هذه النشطة. وبحساب زمن البدء المبكر وزمن الإنهاء المبكر نستكمل المسار الإجمالي خلال الشبكة.

وبداية المسار العكسي للخلف بآخر نشاط وهو نشاط H. وقيمة زمن الإنهاء المتأخر للنشاط H هي نفسها زمن البدء المبكر لهذا النشاط (10 أو C20=). ويحسب زمن البدء المتأخر بطرح زمن النشاط من زمن الإنهاء المتأخر. وتحسب للنشاط H كما يلي E20-B10=. وتنفذ نفس الحسابات للأنشطة الأخرى بدءا من G وعودة إلى A. لاحظ استخدام دالة MIN= للنشاط C ونهاية للشبكة. وبعد إتمام المرور العكسي، يمكن تحديد زمن الأعطال وذلك كما في عمود F. وزمن الأعطال يساوي زمن الإنهاء المتأخر ناقصا زمن الإنهاء المبكر. فمثلا زمن الأعطال للنشاط A يحسب بالمعادلة E13-C13=.

F	E	D	C	B	A	
				بيانات المدخلات		١
				الزمن	النشاط	٢
				١	A	٣
				٢	B	٤
				١	C	٥
				٢	D	٦
				١	E	٧
				١	F	٨
				٣	G	٩
				١	H	١٠
				نتائج المخرجات		١١
SLACK	LF	LS	EF	ES	النشاط	١٢
=E13-C13	=D15	=E13-B3	=B3	٠	A	١٣
=E14-C14	=D16	=E14-B4	=B4	٠	B	١٤
=E15-C15	=MIN(D17:D18)	=E15-B5	=B15+B5	=C13	C	١٥
=E16-C16	=D19	=E16-B6	=B16+B6	=C14	D	١٦
=E17-C17	=D19	=E17-B7	=B17+B7	=C15	E	١٧
=E18-C18	=D20	=E18-B8	=B18+B8	=C15	F	١٨
=E19-C19	=D20	=E19-B9	=B19+B9	=MAX(C16:C17)	G	١٩
=E20-C20	=C20	=E20-B10	=B20+B10	=MAX(C18:C19)	H	٢٠

تقييم ومتابعة البرامج بالتكاليف PERT COST

استخدمنا في جدول (٦) وشكل (١٠) الجداول الإلكترونيـــة لمتابعـــة تكاليف المشروع. وتؤدي ورقة العمل رقم (١٠) هذا التحليل. ويتم إدخـــال بيانات التكاليف لكل أسبوع، ويحسب العمود K التكاليف الكلية أو المجمعـــة. وتناظر هذه العملية آخر صفان في جدول (٦) بهذا الفصل.

K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
											١
الإجمالي	الإجمالي الأسبوعي	G	F	E	D	C	B	A			٢
											٣
											٤
=J5	=SUM(B5:I5)								١١	١	٥
=K5+J6	=SUM(B6:I6)							١٠	١١	٢	٦
=K5+J6	=SUM(B7:I7)						١٣	١٠		٣	٧
=K5+J6	=SUM(B8:I8)						١٣	١٠		٤	٨
=K5+J6	=SUM(B9:I9)				١٤	١٢				٥	٩
=K5+J6	=SUM(B10:I10)				١٤	١٢				٦	١٠
=K5+J6	=SUM(B11:I11)				١٤	١٢				٧	١١
=K5+J6	=SUM(B12:I12)				١٤	١٢				٨	١٢
=K5+J6	=SUM(B13:I13)		١٦							٩	١٣
=K5+J6	=SUM(B14:I14)		١٦							١٠	١٤
=K5+J6	=SUM(B15:I15)		١٦	١٠						١١	١٥
=K5+J6	=SUM(B16:I16)		١٦	١٠						١٢	١٦
=K5+J6	=SUM(B17:I17)		١٦	١٠						١٣	١٧
=K5+J6	=SUM(B18:I18)	٨								١٤	١٨
=K5+J6	=SUM(B19:I19)	٨								١٥	١٩
											٢٠

متابعة ورقابة التكاليف

يحتاج المديرين إلى متابعة ورقابة التكاليف التقديرية للمشـــروع ولكـــل نشاط به. واستخدم جدول (٨) بهذا الفصل لتحديد قيمة العمل المنجز وتكلفـة الفرق بين الإنفاق الفعلي والتقديري. ويمكن استخدام ورقة العمل رقـــم (١١) لتنفيذ هذا النوع من التحليل. ويتم إدخال إجمالي الميزانية التقديريـــة ونســبة التمام، والتكاليف الفعلية لكل نشاط في الأعمدة **B**، **C** و **E**.

وتحسب ورقة العمل قيمة العمل التام في عمود **D** واختلافات النشـلط في عمود **F**. وبنفس الإجراءات المشروحة في هذا الفصل.

	A	B	C	D	E	F
١						
٢						
٣						
٤						
٥						
٦						
٧	النظا	التكلفة الكلية	نسبة الاكتمال	قيمة العمل الكامل	التكلفة الفعلية	اختلافاتلأنش
٨	A	٢٢٠٠٠٠	١	=B8*C8	٢٠٠٠٠٠	=E8-D8
٩	B	٣٠٠٠٠٠	١	=B9*C9	٣٦٠٠٠٠	=E9-D9
١٠	C	٢٦٠٠٠٠	١	=B10*C10	٢٦٠٠٠٠	=E10-D10
١١	D	٤٨٠٠٠٠	٠,١	=B11*C11	٦٠٠٠٠	=E11-D11
١٢	E	٥٦٠٠٠٠	٠,٢	=B12*C12	٢٠٠٠٠٠	=E12-D12
١٣	F	٣٠٠٠٠٠	٠,٢	=B13*C13	٤٠٠٠٠	=E13-D13
١٤	G	٨٠٠٠٠٠	٠	=B14*C14	٠	=E14-D14
١٥	H	١٦٠٠٠٠	٠	=B15*C15	٠	=E15-D15
١٦	١٢					
١٧	١٣					
١٨	١٤					
١٩	١٥					
٢٠						

الفصل التاسع

استخدام برنامج CMOM فى حل مشاكل البرمجة الخطية

نبدأ تشغيل البرنامج بإدخال الاسطوانة المرنـــة في الوحـــدة :A ثم نسخها على الاسطوانة الصلبة :C أو :D حتى يسهل التعامل معها. يتم كتابـــة CMOM والضغط على إدخال لتشغيل البرنامج فيعرض شاشة تجهيز الحاسب ليتعرف على وحدات الاسطوانات وعلى الشاشة المستخدمة فيتم إدخال عـــدد وحدات الاسطوانات التي ستعمل عليها ورموزها ونوع الشاشة ملونة أو أبيـض وأسود. كما فى الشكل التالى (تم كتابة المنظر باللغة العربية ليسهل تفهمها علـى الطالب) :

Computer Models for Operations Management نماذج الحاسب فى مجال اتخاذ القرارات
Configuration Settings توصيف وحدات الحاسب
Number of Disk Drives [1 -2] عدد وحدات ادارة الاسطوانات ١ – ٢
Letter of Program Disk Drive [A-Z]. C رمز وحدة الاسطوانات التى عليها برامج
Letter of Data Disk Drive [A-Z] C رمز وحدة الاسطوانات التى عليها البيانات
Color Monitor [Y /N] شاشة ملونة

Accept or Change Configuration or Quit now A ,Q ,C Press ◄ : قبول او تغيير المواصفات أو الخروج من التوصيف

يتم عرض شاشة النماذج الكمية الموجودة بالبرنامج :

Computer Models for Operations Management نماذج الحاسب فى مجال اتخاذ القرارات

MAIN MENU	
1- Forecasting	١- التنبؤات
2- Work Measurement & Wage Incentives	٢- قياس العمل & حوافز الاجور
3- Learning Curves	٣- منحنيات التعلم
4-Aggregate Planning	٤- التخطيط المتكامل
5- Location Analysis	٥- تحليل الموقع
6- Assembly Planning	٦- تخطيط عمليات التجميع
7- Independent Demand Inventory Systems	٧- نظام المخزون - مستقل الطلب
8- Material Requirements Planning	٨- تخطيط طلب المواد
9- Scheduling	٩- جدولة الانتاج
10- Project Planning & Control	١٠- تخطيط ومتابعة المشروعات
11- Quality Control	١١- الرقابة على الجودة
12- Financial Analysis	١٢- التحليل المالى
Queuing & Waiting Lines	١٣- صفوف الانتظار
14- Linear Programming	١٤- البرمجة الخطية
15- CMOM Overview	١٥- محتويات البرنامج
16- Exit to DOS	١٦- الخروج الى دوس

Enter 1-16 , ^,ˇ press -	ادخل من ١ : ١٦ ثم اضغط ادخال

نختار البرنامج رقم ١٤ - البرمجة الخطية أو نضع عليه المؤشر ونضغط على مفتاح ادخال.

يتم عرض قائمة اختيارات البرنامج نختار منها :

١- ادخال البيانات عن طريق لوحة المفاتيح ونضغط على مفتاح ادخال.

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

قائمة اختيارات البرنامج

Program Options Menu

١-ادخل البيانات من لوحة المفاتيح

1-Enter data from keyboard

٢- ادخل البيانات من ملف على الاسطوانة

2-Enter data from disk file

٣- ادخل البيانات من المثال

3-Enter data from example

٤- عرض بيانات المشكلة الحالية

4-View current problem

٥- تعديل المشكلة الحالية

5-Edit current problem

٦- قائمة التعامل مع الاسطوانة

6-Disk Operations Menu

٧- حل المشكلة الحالية

7-Solve current problem

٨- العودة الى الشاشة الرئيسية للبرنامج

8-Return to CMOM Main Menu

٩- الخروج الى دوس

9-Exit to DOS

Enter 1-9 , ^,ˇ press ◄	ادخل من ١ : ٩ ثم اضغط ادخال

حل مشكلة تخصيص الموارد وتطبيقات تحديد الحل الامثل

Solves the classic resource allocation problem as well as related optimization applications

يتم عرض شاشة ادخال البيانات التي تطلب ادخال عدد المتغيرات من ١ : ٥٠ ، عدد القيود < ، عدد القيود = و عدد القيود > .

Linear Programming	**10:44:34**	**11-08-1999**	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

عدد المتغيرات من ١ : ٥٠

Number of Variables 1 : 50

عدد القيود <

Number of < Constraints 0

عدد القيود =

Number of = Constraints 0

عدد القيود >

Number of > Constraints 0

ادخل القيم امام كل بيان. استخدم ˇ, ^ لتعديل القيم وللتنقل بين المتغيرات
واضغط مفتاح F عند الانتهاء

Fill in values for all prompts. Use ^,ˇ to edit values
Press ◄ to finish each value. Use ^,ˇ to move between values
Press the F key when finished entering values

المشكلة التي سنحلها هي :

أوجد اقصى قيمة ٥س١ + ٧س٢

بحيث ٢س١+س٢ => ١٠٠

٤س١ + ٣س٢>= ٢٤٠

س١، س٢ >= ٠

ندخل ان عدد متغيرات المشكلة ٢، وعدد القيود < ١ ، وعدد القيود > ١، وعدد القيود = صفر.

Linear Programming	**10:44:34**	**11-08-1999**	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

عدد المتغيرات من ١ : ٥٠

Number of Variables 1 : 50 2

عدد القيود <

Number of < Constraints 1

عدد القيود =

Number of = Constraints 0

عدد القيود >

Number of > Constraints 1

Accept or Change Data Quit now A ,Q ,C Press - :

قبول او تغيير البيانات أو الخروج من التوصيف

ادخل القيم امام كل بيان. استخدم ˇ,^ لتعديل القيم وللتنقل بين المتغيرات

واضغط مفتاح F عند الانتهاء

Pres▶ - to finish each value. Use ^,ˇ to move between values
Press the F key when finished entering values

يطلب ادخال اسماء المتغيرات والكمية X_1 , X_2 , RHV

Linear Programming	**10:44:34**	**11-08-1999**	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

المتغير الأول س١
Var 1 X1
المتغير الثانى س٢
Var 2 X2
المتغير الثالث الموارد
Var 3 RHV

ادخل القيم امام كل بيان. استخدم ˇ, ^ لتعديل القيم وللتنقل بين المتغيرات
واضغط مفتاح End عند الانتهاء
Fill in Variable labels. Press - to finish each value. Use ^,ˇ to move between values Press the End key when finished entering labels

يطلب ادخال اسماء القيود ودالة الهدف C_1 , C_2 , Z

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

دالة الهدف د

Obj Max-Z

القيد الأول ص١

Con 1 C1

القيد الثانى ص٢

Con 2 C2

ادخل رموز القيود امام كل بيان. استخدم ˇ, ^ لتعديل القيم وللتنقل بين المتغيرات واضغط مفتاح End عند الانتهاء

Fill in Constraint labels. Press ◄ to finish each value. Use ^,ˇ to move between values Press the End key when finished entering labels

يطلب ادخال معاملات المتغيرات وكميات الموارد وربحية المتغيرات

ندخل بيانات المشكلة ثم نضغط على مفتاح F للإنهاء.

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

	س١	س٢	الكمية
تقصية د	٧	٥	
ص١	٢	١	١٠٠
ص٢	٤	٣	٢٤٠

	X1	X2	RHV
Max-Z	7	5	
C1	2	1	100
C2	4	3	240

F:finish M:move H:help [ins] [del] C:cursor متنوعات

[PgUp] [PgDn] [tab] [home] [end] التحكم فى المؤشر

[backspc] [esc] التعديل

ادخل البيانات واضغط على مفتاح ادخال او احد مفاتيح التحكم فى المؤشرأو احد مفاتيح اختصارات الأوامر

MISCELLANEOUS F:finish M:move H:help [ins] [del] C:cursor
CURSOR MOVEMENT [PgUp] [PgDn] [tab] [home] [end]
EDIT [backspc] [esc]
Enter a value for each field to the right of the cursor press a movement key or a command key

Linear Programming 10:44:34 11-08-1999 البرمجة الخطية

Maximization تقصية

	X1	X2	RHV	الكمية	س٢	س١	
					٥	٧	تقصية د
Max-Z	7	5					
				١٠٠	١	٢	ص١
C1	2	1	100				
				٢٤٠	٣	٤	ص٢
C2	4	3	240				

F:finish M:move H:help [ins] [del] C:cursor متنوعات

[PgUp] [PgDn] [tab] [home] [end] التحكم فى المؤشر

[backspc] [esc] التعديل

ادخل البيانات واضغط على مفتاح ادخال او احد مفاتيح التحكم فى المؤشرأو احد مفاتيح اختصارات الأوامر

MISCELLANEOUS F:finish M:move H:help [ins] [del] C:cursor
CURSOR MOVEMENT [PgUp] [PgDn] [tab] [home] [end]
EDIT [backspc] [esc]
Enter a value for each field to the right of the cursor press a movement key or a command key

يعرض شاشة اختيارات البرامج :

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

قائمة اختيارات البرنامج

Program Options Menu

١-ادخل البيانات من لوحة المفاتيح

1-Enter data from keyboard

٢- ادخل البيانات من ملف على الاسطوانة

2-Enter data from disk file

٣- ادخل البيانات من المثال

3-Enter data from example

٤- عرض بيانات المشكلة الحالية

4-View current problem

٥- تعديل المشكلة الحالية

5-Edit current problem

٦- قائمة التعامل مع الاسطوانة

6-Disk Operations Menu

٧- حل المشكلة الحالية

7-Solve current problem

٨- العودة الى الشاشة الرئيسية للبرنامج

8-Return to CMOM Main Menu

٩- الخروج الى دوس

9-Exit to DOS

Enter 1-9 , ^,ˇ press◄	ادخل من ١ : ٩ ثم اضغط ادخال

حل مشكلة تخصيص الموارد وتطبيقات تحديد الحل الامثل

Solves the classic resource allocation problem as well as related optimization applications

يعرض قائمة اختيارات البرامج S للعرض على الشاشة ، P للطبع على الطابعة ، F للخروج نضغط على S.

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

قائمة اختيارات البرنامج

Program Options Menu

قائمة احتيارات النتائج

Output Options Menu

العرض على الشاشة فقط S

S Screen Display only

الطباعة على الطابعة P

P Printer (hard copy)

الغاء (الخروج من القائمة) F

F Finished (exit menu)

Enter S ,P , F , ^,ˇ pres▶ -	ادخل الحرف المناسب ثم اضغط ادخال

لحل مشكلة تخصيص الموارد وتطبيقات تحديد الحل الامثل

Solves the classic resource allocation problem
as well as related optimization applications

يعرض بيانات المشكلة لمراجعتها ثم نضغط على مفتاح ادخال.

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

Data entered

عدد المتغيرات من ١ : ٥٠

Number of Variables 1 : 50   2

عدد القيود <

Number of < Constraints   1

عدد القيود =

Number of = Constraints   0

عدد القيود >

Number of > Constraints   1

Model

	X1	X2	RHV
Max-Z	7	5	
C1	2	1	100
C2	4	3	240

	س١	س٢	الكمية
تقصية د	٧	٥	
ص١	٢	١	١٠٠
ص٢	٤	٣	٢٤٠

Pres▶ -

يعرض شاشة اختيارات البرنامج نختار ٧- حل المشكلة الحالية.

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

قائمة اختيارات البرنامج

Program Options Menu

١-ادخل البيانات من لوحة المفاتيح

1-Enter data from keyboard

٢- ادخل البيانات من ملف على الاسطوانة

2-Enter data from disk file

٣- ادخل البيانات من المثال

3-Enter data from example

٤- عرض بيانات المشكلة الحالية

4-View current problem

٥- تعديل المشكلة الحالية

5-Edit current problem

٦- قائمة التعامل مع الاسطوانة

6-Disk Operations Menu

٧- حل المشكلة الحالية

7-Solve current problem

٨- العودة الى الشاشة الرئيسية للبرنامج

8-Return to CMOM Main Menu

٩- الخروج الى دوس

9-Exit to DOS

Enter 1-9 , ^,˅ press◄	ادخل من ١ : ٩ ثم اضغط ادخال

لحل مشكلة تخصيص الموارد وتطبيقات تحديد الحل الامثل

Solves the classic resource allocation problem as well as related optimization applications

يعرض شاشة اختيارات نتائج البرنامج نختار S

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

قائمة اختيارات البرنامج

Program Options Menu

قائمة اختيارات النتائج

Output Options Menu

العرض على الشاشة فقط S

S Screen Display only

الطباعة على الطابعة P

P Printer (hard copy)

الغاء (الخروج من القائمة) F

F Finished (exit menu)

Enter S ,P , F , ^,ˇ press◄	ادخل الحرف المناسب ثم اضغط ادخال

لحل مشكلة تخصيص الموارد وتطبيقات تحديد الحل الامثل

Solves the classic resource allocation problem as well as related optimization applications

يعرض بيانات المشكلة للتأكد منها.

Linear Programming	**10:44:34**	**11-08-1999**	البرمجة الخطية

Maximization	تعظيم

Data entered

عدد المتغيرات من ١ : ٥٠

Number of Variables 1 : 50 2

عدد القيود <

Number of < Constraints 1

عدد القيود =

Number of = Constraints 0

عدد القيود >

Number of > Constraints 1

Model

	X1	X2	RHV
Max-Z	7	5	
C1	2	1	<100
C2	4	3	>240

Press ◄

ثم يعرض النتائج كما في الشاشة التالية :

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

Solution

الحل

قيمة المتغيرات $س_1$ = ٠ $س_2$ = ١٠٠

المعاملات الاساسية $س_1$ = ٧ $س_2$ = ٥

حساسية المعاملات $س_1$ = ٣ $س_2$ = ٠

Variable Label	Variable Value	Original Coefficient	Coefficient Sensitivity
X1	0	7	3
X2	100	5	0

Constraint Label	Original RHV	Slack or Surplus	Shadow Price
C1	100	0	5
C2	240	60	0

الطاقات العاطلة $ص_1$ = ٠ $ص_2$ = ٦٠

اسعار الظل $ص_1$ = ٥ $ص_2$ = ٠

Objective Function Value: 500

قيمة دالة الهدف : ٥٠٠

Press ◄

Linear Programming	10:44:34	11-08-1999	البرمجة الخطية

Maximization	تقصية

Sensitivity Analysis	تحليل الحساسية

معاملات دالة الهدف

Objective Function Coefficients

Variable Label	Lower Limit	Original Coefficient	Upper Limit
X1	no limit	7	10
X2	3.5000	5	no limit

الحد الأدنى للمتغيرات س١ = لا يوجد حد   س٢ ـ ٣٥٠٠

المعاملات اللأساسية س١ = لا يوجد حد   س٢ ـ ٥

الحد الأقصى س١ = ٧   س٢ = لا يوجد حد

Right-Hand-Side Values

Constraint Label	Lower Limit	Original Value	Upper Limit
C1	80	100	no limit
C2	no limit	240	300

الحد الأدنى للقيود ص١ = ٨٠   ص٢ = لا يوجد حد

القيم المبدئية للقيود ص١ = ١٠٠   ص٢ = ٢٤٠

الحد الأقصى للقيود ص١ = لا يوجد حد   ص٢ = ٣٠٠

Press ◄

محتويات الكتاب